

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN,

begründet

von

H. C. Schumacher.

Vier und vierzigster Band.

Mit einem Inhalts-Verzeichniss und Register.

Herausgegeben

von

Professor Dr. **C. A. F. Peters,**

Director der Sternwarte in Altona.

Altona, 1856.

Gedruckt in der Buchdruckerei von *Hammerich & Lesser.*

ПРОЕКТОР

ПРОЕКТОР

ПРОЕКТОР



ПРОЕКТОР

ПРОЕКТОР

ПРОЕКТОР

ПРОЕКТОР

ПРОЕКТОР

ПРОЕКТОР

ПРОЕКТОР

Nr. 1033.

Bestimmung der Durchbiegung des Meridiankreises der Altenae Sternwarte, von H. C. Schumacher 1. —

Nr. 1034.

Construction einer Tafel für den *lappus hyperbolicus* innerhalb der Grenzen $t = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{a}{\mu}}$ und t unendlich. Von Herrn Dr. Lehmann. (Fortsetzung der Abhandlung desselben Verfassers über die Construction einer solchen Tafel innerhalb der Grenzen $r = 0$ und $r = \frac{2,10223029 \rho^{\frac{1}{2}} \mu}{\rho^{\frac{1}{2}} - 2k^2 \mu}$). 17. — Ueber die Bestimmung der wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung aus den Abweichungen der Beobachtungen von ihrem arithmetischen Mittel. Von Herausgeber 29. — Theilnahme der Wismar Sternwarte an der Beobachtung von Asteroiden 31. — Beobachtungen der Iai auf der Sternwarte zu Durham, von Herrn Albert Marsh 31. —

Nr. 1035.

Bahabestimmung des von Hrn. Bruns Nov. 12 1855 entdeckten Cometen, von Herrn Stud. Höst 33. — Variabils γ Cygni und Mira Ceti, beobachtet zu Münster von Herrn Prof. Heis 39. — Schreiben des Herrn Capitain Jacob in Madras an Herrn Prof. Smyth in Kölnsburg 41. — Berichtigung zu Nr. 1015 und 1029 43. — Elemente II und Ephemeride für Iai und Ephemeride für Harmsdon, berechnet von Hrn. Pape 45. — Elemente und Ephemeride des Planeten Circe für die Opposition 1856, von Herrn Dr. Klinkerfuss 47. —

Nr. 1036.

Construction einer Tafel für den *lappus hyperbolicus* n. s. w. (Fortsetzung von Nr. 1034) von Herrn Dr. Lehmann 49. — Mesures micrométriques des Étoiles doubles et triples, faites par Mr. le Baron Dembowski (Fortsetzung von Nr. 1032) 57. — Note über die Eigenbewegung von Latada 8025 und Greenbridge 1646, von Herrn Stud. Wronski 62. — Correctionen der Elemente und Ephemeride der Amphitrite 63. — Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altenae Sternwarte, von Herrn Observator Schumacher 63. —

Nr. 1037 und 1038.

Construction einer Tafel für den *lappus hyperbolicus* n. s. w. (Fortsetzung von Nr. 1036) von Herrn Dr. Lehmann 65. — Schreiben des Herrn Stud. Schulze in Leipzig an den Herausgeber 85. — Note sur les coefficients théoriques, déterminés par Tobias Mayer, relativement aux deux intégrales Lunaires, ayant pour

argument $(2E - 2g + e'm)nt$, $(2E - 2g - e'm)nt$; par Mr. Jean Plana 87. — Sur l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune. Par Mr. Jean Plana 91. — Schreiben des Herrn Dr. Förster an den Herausgeber 95. — Aus einem Schreiben des Herrn Professors Granerl an den Herausgeber 95. — Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. Klinkerfuss 95. —

Nr. 1039.

Opposition der Flora 1856, von Herrn Professor Encke 97. — Construction einer Tafel für den *lappus hyperbolicus* n. s. w. (Fortsetzung v. Schluss von Nr. 1038), von Hrn. Dr. Lehmann 99. — Ephemeride der Circe (Peta), von Hrn. Dr. Klinkerfuss 109. — Aus einem Schreiben des Herrn Prof. d'Arrest an den Herausgeber 109. — Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altenae Sternwarte 111. — Berichtigungen zu den Astronomischen Nachrichten Nr. 1021, 111. —

Nr. 1040, 1041 und 1042.

Recherches on Satellites. By Albert Marth, Esq. 113. — Schreiben des Herrn Dr. Förster an den Herausgeber 119. — Beobachtungen und Ephemeride der Mercur von Herrn Prof. Dr. Hoffers 123. — Vertheilung der Beobachtungen der kleinen Planeten 155. — Messungen einiger Doppelsterne am Helioscop der Königsberger Sternwarte, von Herausgeber 157. — Schreiben des Herrn Antiquars Koehler an den Herausgeber 159. — Bücher-Anzeige 159. —

Nr. 1043.

Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* innerhalb der letzten fünf Achtel des Zeitraums, in welchem der bewegte Punkt aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunkt gelangt, von Herrn Dr. Lehmann. (Fortsetzung der Abhandlungen desselben Verfassers über den *lappus hyperbolicus*) 161. — Schreiben des Herrn Professors Weisse Director der Sternwarte in Cracau, an den Herausgeber 171. — Sternbedeckungen und Mondsterne, beobachtet auf der k. k. Sternwarte in Cracau 171. — Schreiben des Herrn Professors Wolf an den Herausgeber 173. — Bemerkung in Betreff der Declinations-Beobachtungen an einem Meridiankreise, von Herausgeber 175. — Berichtigungen zu den Astron. Nachr. Nr. 1038 176. —

Nr. 1044.

Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* etc., von Herrn Dr. Lehmann. (Fortsetzung von voriger Nummer.) 177. — Beobachtungen auf der Sternwarte zu Kromau, von Herrn Professor Reschauer 185. —

Nr. 1045.

Bemerkungen über einige veränderliche Sterne, von Herrn Professor Argelander 193. — Aus einem Schreiben des Herrn Professors Argelander an den Herausgeber 203. — Schreiben des Herrn Baron von Dönhofs an den Herausgeber 203. — Schreiben des Herrn Ministerial-Secretairs Paschen an den Herausgeber 203. — Längenunterschied zwischen Altona und Lübeck durch Chronometer 207. —

Nr. 1046.

Kurze Notiz, die Köhler'schen Logarithmen-Tabeln betreffend, von Herrn Dr. Lehmann 209. — Ueber die Benützung der Telegrafphes zu geodätischen Messungen, von Herrn Dr. Wichmann 215. — Aus einem Schreiben des Herrn Dr. Lehmann an den Herausgeber 223. — Beobachtungen der Hygiea am Altoner Meridiankreise 223. —

Nr. 1047.

Beobachtungen der Refractor-Beobachtungen, von Herrn Dr. Förster 225. — Beobachtungen zweier Cometen am Königsberger Helometer, von H. Schlüter 233. — Schreiben des Herrn Dr. Bruhns an den Herausgeber 235. — Beobachtungen auf der Bülker Sternwarte, von Herrn Dr. R. Luther 239.

Nr. 1048.

Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* etc., von Herrn Dr. Lehmann (Fortsetzung von Nr. 1046) 241. — Beobachtungen auf der Sternwarte zu Olmitz, von Herrn Observator Dr. F. Julius Schmidt 253. — Beobachtungen auf der Sternwarte zu Olmitz, von Herrn Dr. F. Julius Schmidt 253. — Beobachtungen auf der Sternwarte zu Olmitz, von Herrn Dr. F. Julius Schmidt 253. —

Nr. 1049.

Observations of Psyche, Lactitia, Isie and Astraea, taken by Norman Pogson 257. — Ueber Variablen Cygni, von Herrn J. F. Julius Schmidt 259. — Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* etc., von Herrn Dr. Lehmann (Fortsetzung von Nr. 1048) 261. — Aus einem Schreiben des Herrn Hind, Superintendent des Nautical Almanac, an den Herausgeber 267. — Schreiben des Herrn Ministerial-Secretairs Paschen in Schwaben an den Herausgeber 269. — Wiederauffindung des Fortuna 271. — Vertheilung der Beobachtungen der Fortuna 271. — Berichtigungen zu Nr. 1033, 1037, 1039, 1043 u. 1044 der A. N. 271. —

Nr. 1050.

Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* etc., von Herrn Dr. Lehmann (Fortsetzung von Nr. 1049) 273. — Elemente und Ephemeride der Harmonia, von Herrn Dr. Pöschel 281. — Observations of Asteroiden made with the Filice Micrometer of the Equatorial of the Observatory Washington by J. Ferguson 285. —

Nr. 1051.

Ueber die Berechnung von Sonnenfinsternissen, mit Anwendung auf die Sonnenfinsternisse von 28. Juli 1851, von Herrn Dr. Director C. Ründer 289. — Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Challin, Directors der Sternwarte zu Cambridge, an Herrn George Runkel in Hamburg 301. — Opposition der Juno 1856, beobachtet von Herrn Prof. d'Arrest 303. — Schreiben des Herrn Dr. Robinson, Directors der Sternwarte zu Armagh, an den Herausgeber 303. —

Nr. 1052.

Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* innerhalb der ersten drei Achte des Zeitraums, in welchem der bewegte Punkt aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunkt gelangt. Von Herrn Dr. Lehmann (Fortsetzung der Abhandlung desselben Verfassers über die letzten fünf Achte dieses Zeitraums) 305. — Ueber den Cometen von 1556, von Herrn Professor von Littrow 311. — Bestimmung der Bahn des Cometen III 1846 aus sämtlichen bekannt gewordenen Beobachtungen desselben, nebst daraus abgeleiteten Elementen, mit Rücksicht auf die Störungen, für die Wiederkehr im Herbst 1851, von Herrn Dr. P. van Galen 311. — Berichtigungen zu den Astron. Nachr. Nr. 1036, 1038, 1044, 1046 u. 1048 319. —

Nr. 1053.

Bestimmung der Bahn des Cometen III 1846 u. s. w., von Herrn Dr. P. van Galen (Fortsetzung von vor. Nummer) 321. — Beobachtungen auf der Wiener Sternwarte, mitgetheilt von Herrn Director von Littrow 325. — Bahnbestimmung des Cometen vom Jahre 1556, von Herrn Observator Hook 329. — Beobachtung der Mondfinsternis vom 13. Octbr. 1856 auf der Altoner Sternwarte, von Herrn Dr. F. Julius Schmidt 333. — Beobachtungen auf der Sternwarte zu Olmitz, von Herrn Dr. F. Julius Schmidt, Astronom der Sternwarte 333. —

Nr. 1054.

Schreiben des Herrn Professors Modella, Directors der Sternwarte zu Santiago de Chile, an den Herausgeber 337. — Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Moesta 339. — Beobachtung der totalen Mondfinsternis am 13. October 1856, von Herrn Dr. F. Julius Schmidt 347. — Mondfinsternis am 18. October 1856, beobachtet auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn Dr. Georg Neumayer 349. — Mondfinsternis am 13. October 1856, beobachtet auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn H. Niebuhr 351. — Mittheilung des Herausgebers, die Verleihung von Doctoren-Würden betreffend 351. —

Nr. 1055.

Ueber veränderliche Sterne, von Herrn J. F. Julius Schmidt, Astronom der Sternwarte zu Olmitz 353. — Beobachtungen an der Wiener Sternwarte, mitgetheilt von Herrn Professor von Littrow 359. — Bahnverbesserung der Euterpe, von Herrn Dr. Gassiot 361. — Ephemeride der Euterpe, nebst Beobachtung der Mondfinsternis 1856 Oct. 13, von Herrn Dr. A. Winneke 363. — Berichtigungen zu den Astronomischen Nachrichten 367. — Anzeige, betreffend das Erscheinen des General-Registers der Bände XXI bis XL der Astronomischen Nachrichten 367. —

Nr. 1056.

Tafeln zur Reduction von Barometerbeobachtungen auf ein anderes Niveau und zur Bestimmung von Höhenunterschieden aus Barometerbeobachtungen. Eine Umkehrung und Erweiterung der Gauss'schen Tafeln, von Herrn Dr. M. C. Duppé in Schwaben 369. — Observations der Satelliten J Saturni, faite au Equatorial de Mers all' Observatoire del Collegio Romano 377. — Aus einem Schreiben des Herrn Observators Hook an den Herausgeber 383. — Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altoner Sternwarte 383. —

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 1033.

Bestimmung der Durchbiegung des Meridiankreises der Altonaer Sternwarte, von H. C. Schumacher.*)

Untersuchung des, zur Bestimmung der Durchbiegung, von Repsold nach meiner Angabe verfertigten Instruments, in Bezug auf die Dicke der beiden Cylinder von Glockenmetall am Fernrohr.

Das Instrument besteht aus einem Fernrohr von folgender Gestalt, ohne Ocular, aber mit Kreuzfäden im Brennpuncte des Objectivs:



an der Röhre befinden sich 2 Cylinder *A, B* von Glockenmetall, deren Axen nach der Construction zusammenfallen sollen, und deren Dicke Repsold so nahe gleich gemacht hat, als es ihm möglich war. Diese beiden Cylinder werden in eine Unterlage gelegt, und die Neigung der Röhre durch Nivelliren untersucht. Vorausgesetzt nun, dass die optische Axe des Fernrohrs in die gemeinschaftliche Axe der Cylinder fällt und dass beide Cylinder vollkommen gleich dick sind, so erhält man durch das eben erwähnte Nivelliren den kleinen Winkel (wenn das Fernrohr nicht zufällig horizontal ist) von einigen Secunden, den die optische Axe mit dem Horizonte macht, und den ich ω nennen will, — positiv genommen wenn das Objectivende des Fernrohrs höher als das Fadenende ist. Stelle ich nun dies Fernrohr so vor den Meridiankreis, dass sein Objectiv dem Objectiv des Meridiankreises gegenüber steht, so kann ich durch den Meridiankreis die Fäden des Fernrohrs bei *A* sehen, und durch Einstellung des Meridiankreises die optischen Axen der Instrumente parallel machen. Bezeichnet ζ den Ueberschuss des Winkels, welchen die Löffelröhren des Meridiankreises und des Biegungsfernrohrs mit einander bilden über die Refraction für den Abstand des Biegungsfernrohrs, so muss der Meridiankreis dann die Zenithdistanz $90^\circ + \omega + \zeta$ angeben, wenn sein Fernrohr keine Biegung hat, und wenn es Biegung hat, so ist der Unterschied der angegebenen Zenithdistanz von $90^\circ + \omega + \zeta$ die gesuchte Biegung nahe am Horizonte nach Grösse und Richtung.

Ein Hauptpunct bei diesen Untersuchungen ist die Ueberzeugung zu erhalten, dass die Cylinder *A, B* wirklich gleich dick sind, und wenn das nicht der Fall ist, ihren Unterschied genau zu kennen. Es ist ersichtlich, dass man diesen Unterschied durch dasselbe Verfahren erhalten kann,

welches gewöhnlich zur Bestimmung des Unterschieds der Durchmesser der Zapfen eines Passageninstruments angewandt wird; nämlich durch Nivellirungen in zwei verschiedenen Lagen des Biegungsfernrohrs, zwischen denen die Cylinder *A* und *B* in den Lagern umgesetzt sind. Nennen wir die Neigung des Biegungsfernrohrs, welche das Nivellement anlegt, je nachdem das Objectiv oder das Fadenkreuz dieses Fernrohrs gegen den Meridiankreis gekehrt ist, h, h' .

Petersen fand im Mittel aus 30 Bestimmungen

$$h - h' = + 0.224,$$

mithin ist der Cylinder bei dem Objectiv um etwas weniger dick als der bei den Fäden. Es kann interessant sein, zu sehen, mit welcher Genauigkeit Repsold zwei Cylinder gleich dick machen kann. Da, wie sogleich erhellt, 1 Niveauetheil ≈ 0.9 , die Entfernung des Berührungspunctes an den Füßen des Niveaus $= 124$ Linien, der Winkel zwischen den berührenden Flächen des Niveaus $= 90^\circ$, so folgt, dass der Cylinder bei den Fäden (*A* auf der Zeichnung) nur

$$124 \cdot \left(\frac{h - h'}{2} \right) \cdot 0.9 \cdot \sin 45^\circ \sin 45^\circ = 0.00004 \text{ Linien}$$

dicker als der andere ist. Wer es besser macht, soll gelobt werden.

Das, was eigentlich verlangt wird, ist, durch das Nivellement h der Oberflächen der Cylinder den Winkel ω zu erfahren, den die optische Axe des Biegungsfernrohrs mit dem Horizonte macht. Bei unserm Instrument ist

$$\omega = h + \frac{h - h'}{2}$$

mithin erhält das durch Nivellement gefundene h die constante Correction $\tau = \frac{h - h'}{2}$, in Secunden 0.050 .

*) Aus den nachgelassenen Papieren von Schumacher.

forderlichen Schärfe zu bewirken sein. Man muss also den Einfluss der Nichtcoincidenz dieser beiden Axen dadurch aus dem Resultate eliminiren, dass man statt einer Beobachtung zwei macht, und bei der zweiten das Biegungsfernrohr um die Axe der beiden Cylindern 180° dreht.

Bei den folgenden Beobachtungen ist alles auf den Cylindern der Alhidade des Meridiankreises und nicht bloß auf des Nullpunct der Alhidade bezogen, obgleich das, um die Biegung zu finden, nicht nöthig gewesen wäre. Es ist indessen dadurch die Bequemlichkeit erhalten, den Zenithpunct von *Bohnenberger's* Collimator mit dem aus astronomischen Beobachtungen durch Umlegen gefundenen vergleichen zu können.

1829 April 4.

Heute ward der Zenithpunct durch *Bohnenberger's* Collimator bestimmt. Ich stellte, wenn die punctirten Linien das reflectirte Bild der Horizontalfäden bedeuten, die Fäden abwechselnd so ein: das erstemal $\equiv$, und darauf $\equiv$, so dass je zwei Messungen die halbe Fädendistanz, mithin 4 die ganze gaben.

Ablesungen des Kreises bei den Einstellungen

177° 52' 49" 50	4° 11' = $\frac{1}{2}$ Interv.
— 53' 61	
— 49' 63	3° 51' = $\frac{1}{2}$ Interv.
— 53' 15	

Nadirpunct = 177° 52' 51" 48 7° 62' = Fädeninterv.

mithin Zenithpunct = 357° 52' 51" 48

Die Einstellungen des Biegungsfernrohrs am Meridiankreise gaben

$$A = 267^{\circ} 52' 53" 35$$

also die Zenithdistanz des Biegungsfernrohrs, welche der Meridiankreis angh

$$89^{\circ} 59' 58" 13$$

Wir müssen diese Zenithdistanz nun mit der aus Nivellirungen gefundenen des Biegungsfernrohrs vergleichen. Zwei Nivellirungen gaben das Objectivende des Biegungsfernrohrs zu niedrig

$$\begin{aligned} & - 3.975 \\ & - 3.800 \\ & - 3.888 \text{ Theile des Niveaus.} \end{aligned}$$

Da nun ein Theil des Niveaus = 0° 90', so war die wahre vom Meridiankreise aus gesuchte Zenithdistanz des Biegungsfernrohrs für α corrigirt

$$Z = 89^{\circ} 59' 56" 30 + 0^{\circ} 05' + \zeta$$

mithin giebt der Meridiankreis die Zenithdistanzen im Horizont zu gross 1° 58' - ζ ; oder die Biegung ist

$$= - 1^{\circ} 58' + \zeta$$

1829 April 13.

Heute ward wiederum der Zenithpunct durch den *Bohnenberger's*chen Collimator bestimmt.

Ablesungen des Kreises bei den Einstellungen

177° 52' 50" 37	2° 97' = $\frac{1}{2}$ Interv.
— 53' 34	
— 49' 98	4° 15' = $\frac{1}{2}$ Interv.
— 54' 13	

Nadirpunct 177 52 51.96 7° 12' = Fädeninterv.

also Zenithpunct 357 52 51.96

Die Einstellungen des Biegungsfernrohrs am Meridiankreise gaben

$$A = 267^{\circ} 52' 52" 96$$

$$= 50.72$$

also die Zenithdistanz des Biegungsfernrohrs zur Zeit der ersten Bestimmung von $A = 89^{\circ} 59' 59" 00$

zweiten Bestimmung von $A = 89^{\circ} 59' 61.24$

Die Nivellirungen des Biegungsfernrohrs, die den zwei Werthen von A entsprechen, gaben

$$= 0.625$$

$$+ 0.938$$

also die wahren Zenithdistanzen des Biegungsfernrohrs, die den beiden Zenithdistanzen des Kreises entsprechen, für α corrigirt

$$= 89^{\circ} 59' 59" 44 + 0" 05$$

$$= 89^{\circ} 59' 60" 49 + 0" 03$$

daraus folgt

$$\text{Biegung} = + 0" 49 + \zeta$$

$$= - 0.35 + \zeta$$

1829 April 18.

Heute wandte ich die zweite Methode an und setzte das Biegungsfernrohr um, ohne durch *Bohnenberger's* Collimator den Zenithpunct zu bestimmen.

Ich gebe die Beobachtungen in detail. Bei den Nivellirungen ist zu bemerken, dass immer das Ende am Objectiv des Biegungsfernrohrs bei dem Anfange einer Nivellirung zuerst abgelesen wurde. So z. B. bei der ersten hat 33.2 das Niveauende am Objectiv, und 38.2 am Fadenende. Darauf ward das Niveau umgesetzt, und 33.1 am Fadenende, und 38.3 am Objectivende abgelesen.

Während des Nivellirens ward das Biegungsfernrohr mit dem Meridiankreise eingestellt,

Niv. des B.F.	h	A
38,2 38,2	+0,05	267° 52' 54" 24,6 267° 52' 50" 20
		49 22,8
		50
33,1 38,3		51
37,2 33,1	-0,43	267 52 61 25,1 267 52 54,68
		54 21,7
		54
38,0 32,1		56
	$\frac{-0,200}{+0,056}$	$\frac{T}{-0,144}$ 267 52 52,44

also $Z = 89^{\circ} 59' 59'' 87 + \zeta$; $A = 267^{\circ} 52' 52'' 44$

31,9 37,0	-0°05	267° 52' 58" 24,6 267° 52' 52" 21
		52 21,6
		52
32,0 36,9		52
35,7 32,4	-0,10	267 52 55 24,3 267 52 49,96
		50 21,3
		49
35,8 32,1		51
	$\frac{-0,078}{+0,056}$	$\frac{T}{-0,019}$ A 267 52 51,09
		Z 89 59 59,98 + ζ .

Darauf ward das Biegungsfernrohr nach Norden gesetzt,

33,8 31,7	-1°325	87° 52' 50" 22,6 87° 52' 50" 27
		50 21,1
		49
36,8 29,4		53
31,7 33,1	+1,675	87 52 52 21,7 87 52 54,97
		63 21,9
		52
28,2 36,3		59
	$\frac{+0,175}{+0,056}$	$\frac{T}{+0,231}$ A = 87 52 52,62
		Z = 90 0 0,21 + ζ
36,5 27,6	+1,800	87° 52' 54" 21,8 87° 52' 55" 58
		53 21,8
		53
32,6 31,3		59
30,2 33,2	+1,125	87 52 50 21,9 87 52 51,91
		51 21,3
		50
27,8 35,3		55
	$\frac{+1,462}{+0,056}$	$\frac{T}{+1,518}$ A = 87 52 53,73
		Z = 90 0 1,37 + ζ .

Wir haben so folgende Bestimmungen:

Z = 89 59 59,87 + ζ	A = 267 52 52,44
" - 89,98 + ζ	" - 51,09
89 59 59,95 + ζ	267 52 51,77
Z = 90 0 0,21 + ζ	A = 87 52 52,62
" - 1,37 + ζ	" - 53,73
90 0 0,79 + ζ	87 52 53,19

also $A - A = 180^{\circ} 0' 1'' 42$

$$Z + Z = 180 0 0,72 + 2 \zeta$$

also

doppelte Biegung im Horizonte = $-0'' 70 + 2 \zeta$

einfache = $-0'' 35 + \zeta$

Das hat, weil es sich auf zwei vollständige Benbb. gründet, die das doppelte der Biegung jede geben, ein Gewicht von 4.

Man kann auch hieraus den Zenithpunct finden, er ist

$$= \frac{1}{2} (A + Z + A - Z) = \frac{1}{2} (A + A) + \frac{1}{2} (Z - Z)$$

also hier

$$= 357^{\circ} 52' 52'' 04.$$

1829 April 26.

Wir wiederholten die Versuche mit dem Umsetzen des Biegungsfernrohrs.

Biegungsfernrohr nördlich vom Meridiankreise.

Niv. des B.F.	h	A
33,4 37,9		87° 52' 51" 26,3 87° 52' 52" 91
		52 23,0
		52
33,1 38,3	-0°175	58
38,7 32,8		87 52 52 25,9 - - 53,91
		53 23,3
		51
36,6 35,0	-1,075	59
33,2 38,3		87 52 51 25,3 - - 54,12
		52 23,7
		51
33,3 38,2	+0,051	59

Biegungsfernrohr in seinen Lagern 180° gedreht.

38,0 33,4		87 52 48 25,8 - - 49,52
		49 23,0
		47
37,6 33,7	-0,175	54
33,6 37,6		87 52 50 25,6 - - 50,16
		49 23,0
		48
33,0 38,1	-0,275	63
38,0 33,0		87 52 48 25,8 - - 50,89
		50 23,1
		48
36,9 34,1	-0,550	55
	$\frac{-0,367}{+0,056}$	$\frac{T}{-0,311}$ A = 87 52 51,89

$$Z = 89^{\circ} 59' 59'' 72 + \zeta$$

Biegungsfernrohr südlich vom Meridiankreise.

Niv. des B.F.	h		A
33,7 37,7	267° 52' 54"	25,9	267° 52' 50" 63
	51	22,2	
	49		
33,7 37,8	-0° 025	51	
33,8 37,3	267 52 56	26,4	— — 51,21
	52	21,4	
	50		
32,6 38,5	-0,600	53	
32,8 38,1	267 52 56	26,2	— — 51,74
	52	21,6	
	51		
34,1 36,9	+0,625	53	

Biegungsfernrohr um die Axe gedreht 180°.

38,0 32,5	267 52 52	26,6	— — 48,11
	51	21,1	
	48		
37,6 33,1	-0,250	49	
33,2 37,4	267 52 54	26,4	— — 48,50
	49	21,1	
	49		
33,3 37,5	0,000	49	
37,4 33,3	267 52 56	26,3	— — 49,71
	50	21,3	
	49		
38,0 32,6	+0,325	50	

$$\begin{aligned} &+0^{\circ}013 \\ &+0,056 \} +0^{\circ}069 \quad A = 267 52 49,98 \end{aligned}$$

$$Z = 90^{\circ} 0' 0^{\circ}06 + \zeta$$

Die Angaben des Kreises sind schon auf den Cylinder gebracht. Hier ist die dazu gehörige Nivellirung,

$$\begin{aligned} &\text{Cyl. } 26,1 \quad 21,2 \\ &24,1 \quad 23,3 \quad T \\ &24,0 \quad 23,5 \quad +1,412 \\ &26,2 \quad 21,1 \end{aligned}$$

Es ist also

$$\begin{aligned} A - A &= 180^{\circ} 0' 1^{\circ}91 \\ Z + Z &= 179 59 59,78 + 2 \zeta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{doppelte Biegung} &= - 2^{\circ}13 + 2 \zeta \\ \text{einfache Biegung} &= - 1,07 + \zeta \end{aligned}$$

und es folgt ebenfalls daraus

$$\text{Zenithpunkt} = 357^{\circ} 52' 51^{\circ}11.$$

1829 April 27.

Wiederum wie gestern stellte ich ein, *Nehus* las das Niveau, *Petersen* den Kreis ab.

Biegungsfernrohr südlich vom Meridiankreise.

Niv. des B.F.	A		
35,5 40,4	-0,70	267° 52' 55"	27,4 267° 52' 51" 29
		52	23,1
		49	
36,9 39,0		52	
39,7 36,0	-0,02	267 52 54	27,1 — — 50,58
		51	23,2
		48	
39,6 35,8		51	

Biegungsfernrohr 180° um seine Axe gedreht.

38,3 39,6	-0,08	267 52 57	26,8 267 52 53,50
		52	23,5
		51	
35,4 39,4		54	
38,5 35,9	-1,00	267 52 57	27,0 — — 52,58
		52	23,1
		51	
40,4 33,8		54	

$$\begin{aligned} &-0,425 \} -0,369 \quad A = 267 52 51,96 \\ &+0,056 \} \end{aligned}$$

$$\text{also } Z = 89^{\circ} 59' 59^{\circ}67 + \zeta$$

Biegungsfernrohr nördlich vom Meridiankreise.

38,8 34,9	+0,12	87 52 48	26,6 87 52 48,79
		48	23,0
		47	
38,4 35,0		53	
35,6 38,0	+0,78	87 52 48	26,6 — — 49,29
		49	23,0
		47	
33,6 39,4		54	

Biegungsfernrohr 180° um seine Axe gedreht.

38,6 33,7	+0,50	87 52 54	26,6 — — 52,83
		52	22,7
		50	
37,5 34,6		57	
35,0 37,1	+0,30	87 52 53	26,1 — — 54,21
		53	23,1
		51	
34,3 37,6		59	

$$\begin{aligned} &+0^{\circ}408 \} +0^{\circ}464 \quad A = 87 52 51,28 \\ &+0,056 \} \end{aligned}$$

$$Z = 90^{\circ} 0' 0^{\circ}42 + \zeta$$

also

$$Z + Z = 180^{\circ} 0' 0^{\circ}09 + 2 \zeta \text{ und } A - A = 179^{\circ} 59' 59^{\circ}32$$

mithin

$$\text{Biegung} = +0^{\circ}39 + \zeta$$

$$\text{Zenithpunkt} = 357^{\circ} 52' 51^{\circ}24$$

1829 Mai 21.

Heute las Lt. v. *Nehus* das Niveau ab, *Petersen* stellte während dessen den Meridiankreis ein und las ihn ab.

Biegungsfernrohr nördlich vom Meridiankreise.

Niv. des B.F.	A				
25,4	29,0	87° 52' 52"	19,9	87° 52' 53" 20	
		52	17,7		
		52			
26,5	27,8	-0° 57,5	58		

Biegungsfernrohr in seinen Lagern 180° gedreht.

29,4	23,0	87 52 48	20,2	87 52 48,78	
		50	16,7		
		49			
28,0	24,3	+0,675	53		
23,4	28,3	87 52 48	19,9	87 52 48,38	
		49	16,9		
		47			

Biegungsfernrohr in seinen Lagern 180° gedreht.

27,5	23,3	87 52 52	19,1	87 52 53,66	
		53	17,2		
		52			
29,3	21,4	-0,925	58		

$$\begin{aligned} & -0^{\circ}169 \\ & +0,056 \end{aligned} \quad A = 87 52 51,00$$

$$Z = 89^{\circ} 59' 59'' 90 + \zeta$$

Biegungsfernrohr südlich vom Meridiankreise.

27,0	21,3	+0	267° 52' 52"	19,0	267° 52' 49" 45	
		50	16,1			
		49				
27,0	21,3		50			

Biegungsfernrohr in seinen Lagern 180° gedreht.

T	T				
25,6	20,3	267° 52' 57"	19,6	267° 52' 52" 18	
		54	14,9		
		53			
26,3	19,4	-0° 40	53		
19,0	26,3	—	58	18,3	— 53,74
			58	15,8	
			53		
19,3	25,8	-0,20	53		

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

17,5	24,6	—	52	18,6	— 48,89
			50	14,9	
			49		
19,0	23,4	-0,675	50		

$$\begin{aligned} & -0,319 \\ & +0,056 \end{aligned} \quad A = 267 52 51,07$$

$$Z = 89^{\circ} 59' 59'' 76 + \zeta$$

Es ist also

$$A - A = 179^{\circ} 59' 59'' 98$$

$$Z + Z = 179 59 59,66 + 2 \zeta$$

$$\text{doppelte Biegung} = -0^{\circ}27 + 2 \zeta$$

$$\text{einfache Biegung} = -0^{\circ}13 + \zeta$$

und es folgt ebenfalls daraus

$$\text{Zenithpunkt} = 357^{\circ} 52' 50'' 96.$$

1829 Mai 24.

Das Einstellen und Ablesen des Meridiankreises wieder von *Petersen*, das Niveau des Biegungsfernrohrs aber ist heute von *Poulsen* abgelesen worden.

Biegungsfernrohr gegen Süden.

Niv. des B.F.					
29,2	33,5	267° 52' 50"	29,9	267° 52' 48" 50	
		47	27,1		
		44			
27,1	35,5	+1° 025	46		

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

32,9	28,2	—	56	28,9	— 53,65
			50	27,6	
			48		
30,3	31,0	+1,35	50		
28,1	31,5	—	55	29,5	— 53,27
			51	26,3	
			49		
26,3	33,7	+1,00	52		

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

32,5	26,4	—	60	29,3	— 49,53
			48	25,9	
			46		
32,3	26,3	+0,025	49		
27,0	31,4	—	52	28,9	— 50,50
			48	26,1	
			45		
26,3	32,0	+0,325	50		

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

32,5	25,1	—	52	28,2	— 51,73
			50	26,2	
			46		
30,6	27,0	+0,95	50		

$$\begin{aligned} & +0,779 \\ & +0,056 \end{aligned} \quad A = 267 52 51,20$$

$$Z = 90^{\circ} 0' 0'' 75 + \zeta$$

Biegungsfernrohr gegen Norden.

28.2 25.7 87° 52' 48" 26.6 A = 87° 52' 51" 31
 47 26.0 "

27.3 26.4 +0.40 46
 53

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

25.1 27.9 — 50 26.6 — — 55.69
 52 25.8

23.0 30.0 +1.05 51
 58
 29.4 22.8 — 51 26.4 — — 55.57
 52 25.4

25.8 26.2 +1.75 49
 59

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

23.3 28.3 — 46 26.1 — — 50.87
 47 25.6

24.4 27.0 —0.60 52
 26.6 24.3 — 48 26.1 — — 51.63
 48 25.2

28.0 22.8 —0.725 46
 53

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

23.0 27.5 — 51 26.6 — — 54.65
 51 25.8

23.2 27.1 —0.15 49
 57

+0.287 } T
 +0.056 } +0.343 A = 87 52 53.29

$$Z = 90^{\circ} 0' 0.31 + \zeta$$

Es ist also

$$A - A = 180^{\circ} 0' 2.09$$

$$Z + Z = 180^{\circ} 0' 1.06 + 2\zeta$$

also doppelte Biegung im Horizont = $-1^{\circ} 03' + 2\zeta$
 einfache = $-0^{\circ} 51' + \zeta$

$$\text{Zenithpunkt} = 357^{\circ} 52' 52.47.$$

1829 Mai 25.

Von Poulsen und Petersen wie gestern.

Biegungsfernrohr gegen Norden.

23.3 25.8 87° 52' 50" 25.1 A = 87° 52' 54" 64
 52 22.9 "

22.2 27.4 +0.30 50
 58
 26.8 22.3 87 52 51 25.1 — — 55.20
 52 23.0

25.5 28.3 +0.575 50
 59

23.2 25.6 87 52 51 26.1 — — 54.26
 53 22.0

2.8 26.0 +0.20 50
 59

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

26.0 22.8 87° 52' 50" 25.9 A = 87° 52' 52" 19
 50 21.1 "

24.5 24.2 } +0.725 48
 23.8 24.8 } 87 52 50 25.1 — — 53.20
 50 23.0

21.2 27.5 } +1.325 48
 27.0 21.7 } 87 52 50 25.0 — — 55.01
 52 23.0

24.4 24.0 +1.225 50
 59

+0.808 } +0.864 A = 87 52 54.08
 +0.056 }

$$Z = 90^{\circ} 0' 0.78 + \zeta$$

Biegungsfernrohr gegen Süden.

22.8 24.8 267° 52' 56" 26.4 267° 52' 52" 55
 51 21.1

23.0 24.3 —0.175 50
 23.8 23.4 267 52 57 26.5 — — 53.93
 52 21.0

26.1 21.1 —1.150 54
 20.8 26.3 267 52 58 26.7 — — 53.68
 52 21.2

24.4 22.7 —1.800 51
 53

B.F. in seinen Lagern 180° gedreht.

24.0 23.4 267 52 53 25.8 — — 50.69
 48 22.0

24.3 23.2 —0.125 47
 23.3 24.3 267 52 53 25.8 — — 50.19
 48 22.0

24.3 23.3 —0.500 46
 24.7 24.7 267 52 50 26.4 — — 49.87
 48 22.9

23.2 26.4 +0.800 46
 50

—0.492 } —0.436 A = 267 52 51.82
 +0.056 }

$$Z = 89^{\circ} 59' 59.61 + \zeta$$

also ist

$$A - A = 180^{\circ} 0' 2.26$$

$$Z + Z = 180^{\circ} 0' 0.39 + 2\zeta$$

doppelte Biegung im Horizont = $-1^{\circ} 87' + 2\zeta$
 einfache = $-0^{\circ} 93' + \zeta$

$$\text{Zenithpunkt} = 357^{\circ} 52' 52.36.$$

Aus den vorhergehenden Messungen folgt:

Correction der Zenithdistanzen des Meridian-Kreises wegen

$$\text{Biegung} = b \sin z$$

1829 April 4	$b = -1''58 + \sim$	1 Beob.
13	$= +0.07 + \sim$	2, "
18	$= -0.35 + \sim$	4 "
26	$= -1.07 + \sim$	6 "
27	$= +0.39 + \sim$	4 "
Mai 21	$= -0.13 + \sim$	4 "
24	$= -0.51 + \sim$	6 "
25	$= -0.93 + \sim$	6 "

Im Mittel $b = -0''51 + \zeta$, 33 Beob.

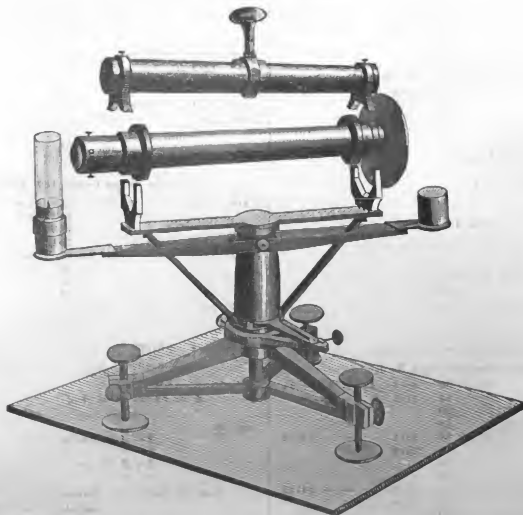
Der Abstand der Mitte des Niveau's auf dem Biegungs-

fernrohr von der Horizontal-Axe des Meridian-Kreises war
 $\approx 8,66$ Pariser Fuss. Demnach ist $\zeta = 0''04$ und

$$b = -0''47.$$

		Zenithpunct.		
1829 April 4	857 52 51,48	Bohnenb.		
13	— 51,96	—		
18	— 52,04	Bieg. Fernr.		
26	— 51,11	—		
27	— 51,24	—		51''57
Mai 21	— 50,96	—		
24	— 52,47	—		
25	— 52,36	—		51''70

J. G. Repsold's Collimator.



ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 1034.

Construction einer Tafel für den *latus hyperbolicus* innerhalb der Grenzen $t = \frac{a}{k} \sqrt{\frac{a}{\mu}}$ und t unendlich.

Von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung der Abhandlung desselben Verfassers über die Construction einer solchen Tafel innerhalb der Grenzen $r = 0$ und $r = 2,10233029 \sqrt{a^2 \mu}$.)

§ 13.

Da hier das Argument $\log t$, und die zugehörige Function

$$v = \log \frac{a}{\tau} = \log a - \log \tau, \dots (42)$$

Nun ist

$$\frac{dv}{d \log \tau} = \frac{d \log a}{d \log \tau} - 1 = \frac{\tau}{a} \cdot \frac{ds}{d\tau} - 1 = - \left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right), \dots (43)$$

$$\frac{d \frac{\tau}{a}}{d \log \tau} = \frac{d \tau}{d \log \tau} \cdot \frac{d \tau}{d \tau} = \frac{\tau}{a s} \left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right);$$

$$\frac{d \frac{ds}{d\tau}}{d \log \tau} = \frac{d \sqrt{1 + \frac{2}{s}}}{d \log \tau} \cdot \frac{d \tau}{d \tau} = - \frac{1}{s^2} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \cdot \frac{2}{s} = - \frac{1}{s^2};$$

also

$$\frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2} = \frac{d \frac{\tau}{a}}{d \log \tau} \cdot \frac{d \frac{ds}{d\tau}}{d \log \tau} + \frac{\tau}{a} \cdot \frac{d \frac{ds}{d\tau}}{d \log \tau} = \frac{\tau}{a s} \left(\left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s} - \frac{\tau}{a s}} \right) = \frac{\tau}{a s} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{s} - \frac{\tau}{a s}} \left(1 + \frac{3}{s} \right) \right);$$

$$\frac{d \frac{\tau^2}{a^2}}{d \log \tau} = \frac{2\tau}{a} \cdot \frac{d \tau}{d \log \tau} = \frac{2\tau^2}{a s^2} \left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right);$$

$$\frac{ds}{d \log \tau} = \frac{\tau}{a} \frac{ds}{d\tau} = \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}};$$

$$\frac{d \frac{\tau^3}{a^3}}{d \log \tau} = \frac{1}{s} \cdot \frac{d \frac{\tau^2}{a^2}}{d \log \tau} + \frac{3\tau^2}{a^2} \cdot \frac{ds}{d \log \tau} = \frac{2\tau^2}{a s^3} \left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) - \frac{\tau^3}{a s^3} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} = \frac{\tau^2}{a s^3} \left(2 - \frac{3\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right);$$

$$\frac{d \frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2}}{d \log \tau} = \frac{d \frac{\tau}{a}}{d \log \tau} \sqrt{1 + \frac{2}{s} - \frac{\tau}{a s}} + \frac{\tau}{a} \frac{d \sqrt{1 + \frac{2}{s} - \frac{\tau}{a s}}}{d \log \tau} = \frac{\tau}{a s} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{s} - \frac{\tau}{a s}} \left(2 - \frac{3\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) + \left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) \left(- \frac{1}{s^2} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) \right);$$

$$\left(\left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) \left(2 - \frac{3\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) - \frac{1}{s^2} \left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) = \left(\left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) \left(2 - \frac{3\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) - \frac{1}{s^2} \left(1 - \frac{\tau}{a} \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right);$$

etc. Bd.

Diesen Werth haben wir für discrete Werthe von $\log s$, welche noch etwas über die in § 7 und 8 angeführten Grenzen unserer zu konstruierenden Tafel hinausgehen und in arithmetischer Reihe auf einander folgen, berechnet, und zwar mit siebenziffrigen Logarithmen (weil der Werth der Hauptkammer der Formel (44) sehr klein ist gegen

$$\left(r^2 + \frac{9}{s^2} + 1\right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \text{ und gegen } \frac{3\pi}{s} \left(1 + \frac{3}{s}\right),$$

Die genannte Bedingung, dass die discreten Werthe etwas über die Grenzen der Tafel hinausgehen, liess sich leicht folgendermassen festhalten. Für $\log r = 0$ ist x nach § 7 um eine Kleinigkeit grösser als 1,63; zu $x = 1,65$ gehört, vermöge der Tafel zu Ende des 11^{ten} §, (wenn wir bei einfacher Interpolation zwischen den Tafel-Werthen von $\log \frac{r}{a}$

stehen bleiben; dies ist gestattet, wenn wir $\log \frac{r}{a}$ nur in

Hunderteln ausdrücken wollen) $\log s = 0,28$, zu $\log s = 0,28$ aber der mit siebenziffrigen Logarithmen berechnete Werth $r = 0,9992335$, also $r < 1$, daher $\log s = 0,28$ schon etwas ausserhalb der Grenzen unserer zu konstruierenden Tafel liegt. Zu Ende des § 8 aber ist als obere Grenze dieser Tafel angegeben $\log r = 6,4791308 \dots$, welchem $\log s = 6,4791308 \dots + a \text{ Arc } r^2 = 6,47913 \dots$ entspricht; also liegt $\log s = 6,48$ gleichfalls schon etwas ausserhalb der Grenze der Tafel. Der Abstand von $\log s = 0,28$ bis $\log s = 6,48$ wurde in 20 Theile getheilt, also $\frac{a^2 d^2 v}{(d \log r)^2}$ für $\log s =$

0,28 0,59 0,90 6,48

berechnet. Wir fanden:

$\log s$	$\frac{a^2 d^2 v}{(d \log r)^2}$	Δ^I	Δ^{II}	Δ^{III}	Δ^{IV}	Δ^V	Δ^{VI}	Δ^{VII}	Δ^{VIII}	Δ^{IX}
0,28	+0,014948	-5516	-5537							
0,59	+0,009432	-11053	+997	+6534	-1891					
0,90	-0,001621	-10036	+5640	+4643	-5008	-3117	+5725			
1,21	-0,011677	-4416	+5275	-365	-2396	+2608	+328	-5397	+2812	
1,52	-0,016093	+859	-2514	-2761	+540	+2936	-2257	-2385	+3759	+947
1,83	-0,015234	+3373	-709	-187	+845	+679	-1083	+1174	-160	-3919
2,14	-0,011861	+3666	-293	-1002	+1219	-404	-69	+1014	-748	-588
2,45	-0,008195	+2957	-896	+155	+342	-276	+197	-20	-286	+462
2,76	-0,005238	+2061	-741	+221	66	-99	+177	-103	-84	+202
3,07	-0,003177	+1320	-520	+188	33	-26	+73	-32	-72	+156
3,38	-0,001857	+800	-332	+129	59	+15	+41	-44	-12	-84
3,69	-0,001057	+468	-203	+85	44	+12	3	-2	+42	51
4,00	-0,000589	+265	-118	+53	32	+7	5	+10	+12	30
4,31	-0,000324	+147	-65	+28	25	+12	+5	7	-17	29
4,62	-0,000171	+82	-37	+13	13	+10	2	14	-13	4
4,93	-0,000093	+45	-22	+12	3	+6	+16	14	+47	60
5,24	-0,000050	+23	-10	+3	9	+6	+17	33		
5,55	-0,000027	+13	-7	+5	2	+11				
5,86	-0,000014	+6	-2							
6,17	-0,000008	+4								
6,48	-0,000004									

Dieses Schema lehrt, dass, wenn $\log s$ von 0,28 an wächst, $\frac{d^2 v}{(d \log r)^2}$ anfangs positiv ist und abnimmt, dann negativ wird und in der Gegend von $\log s = 1,52$ sein absolutes Maximum erreicht, nachher aber sich ohne Schwankung wieder dem Werthe 0 nähert. Da nun die Bequemlichkeit der Einrichtung der Tafel erfordert, dass die Intervalle der Argumente nicht zwischen Wachsen und Abnehmen schwanken, so ist es rathsam, diese Intervalle vom Anfang der Tafel bis zum genannten absoluten Maximum constant anzunehmen und so zu bestimmen, als wenn auch bei allen zwischenliegenden Werthen von $\log s$ der Werth von $\frac{d^2 v}{(d \log r)^2}$ dem

absoluten Maximum gleich wäre, und erst nachher die Intervalle rückweise zu vergrössern, wie es der allmählig abnehmende Werth von $-\frac{d^2 v}{(d \log r)^2}$ mit sich bringt. Dazu haben wir, wenn auch mit einem Fehler $\pm 0,0001$ behaftet, das absolute Maximum von $\frac{d^2 v}{(d \log r)^2}$ nebst denjenigen Werthe von $\log r$, bei welchem es stattfindet, zu bestimmen. Wir bedienen uns dazu der in § 11 angeführten Formeln zur Bestimmung des Maximums und Minimums durch Interpolation. Wir können dabei die mit $\log s = 1,52$ in derselben Horizontal-Linie stehende vierte Differenz 0,002396, sechste Differenz 0,000328 und achte Differenz 0,002812 vernach-

lässigen, desgleichen die arithmetischen Mittel der 5^{ten} und 7^{ten} Differenzen $\frac{0,002608 + 0,002936}{2}$ und $\frac{0,003397 + 0,002585}{2}$

und die 9^{te} Differenz 0,000947; weßt der absolut-grösste Einfluss dieser Differenzen auf die Interpolation nicht gröszer ist als resp.

$$\frac{3}{128} \cdot 0,002396, \frac{3}{256} \cdot 0,002608 + 0,002936, \frac{5}{1024} \cdot 0,000328, \\ \frac{3}{2048} \cdot 0,003397 + 0,002585, \frac{35}{32768} \cdot 0,002612, \frac{35}{65536} \cdot 0,000947, \\ \text{d. i. nicht grösser als (in Einheiten der 6^{ten} Bruchstelle)} \\ \begin{array}{ccccccc} 56 & 32 & 2 & 10 & 3 & 1 & 1 \end{array}$$

Wir finden auf diese Weise das absolute Maximum von $\frac{a^2 d^2 v}{(d \log r)^2} = -0,016318$ bei $\log s = 1,613372$; zur Controlle

haben wir $\frac{a^2 d^2 v}{(d \log r)^2}$ für $\log s = 1,613372$ (nachdem der zu diesem $\log s$ gehörige $\log r = 1,375323$ durch die Gleichung (11) § 5 bestimmt worden) durch die Formel (44) mit siebenziffrigen Logarithmen berechnet und $= -0,016274$ gefunden, von dem durch die Interpolation bestimmten Maximum nur um 0,000044 abweichend. Wir können also als Näherungswert dieses Maximums 0,0163 annehmen; es findet bei $\log r = 1,375323$ statt.

Hieraus findet sich (vermöge der Gleichung (22) § 9) die Bedingungsgleichung für das grösste von $\log r = 0$ bis $\log r = 1,375323$ zulässige Intervall $\Delta \log r = \frac{1}{2} \Delta \log r + \frac{0,0163}{24 x^2} (\Delta \log r)^2 = 0,00001605519$

Dieses geht, wenn wir $s = 0,0000005$ setzen; in $\Delta \log r = \frac{0,0163}{24 x^2} (\Delta \log r)^2 = 0,00001605519$ über. Vernachlässigen wir anfangs $\frac{1}{2} \Delta \log r$, so finden wir $\Delta \log r = \sqrt{\frac{0,0163}{24 x^2} \cdot 0,00001605519} = 0,026396$

Setzen wir $\Delta \log r$, der leichteren Uebersicht der Argumente wegen, $= 0,03$, so geht die Gleichung (46) in $\frac{z}{40} + \frac{0,0000163}{192 x^2} = 0,000001605519$ über, und giebt $z = 0,0000462$

in der Tafel nur in Hunderttausendsten angesetzt zu werden, und die Bedingungsgleichung zur Bestimmung des grössten zulässigen $\Delta \log r$ bei gegebenem $\log r$ geht für den nach $\log r = 1,375323$ folgenden Theil der Tafel in

$$\frac{\Delta \log r}{400000} - 24 (d \log r)^2 (\Delta \log r)^2 = 0,00001605519$$

über, welche Gleichung, wenn man darin $\frac{a^2 d^2 v}{(d \log r)^2}$ als die Unbekannte betrachtet, aufgelöst

$$\frac{(a^2 d^2 v)}{(d \log r)^2} = -x^2 \frac{0,0000385324}{(\Delta \log r)^2} - \frac{0,00006}{0,00006} \quad (47)$$

giebt. Diese letztere Gleichung zeigt, dass $\Delta \log r$ auch am Schluss der Tafel kleiner sein muss als $\frac{0,0000385324}{0,00006}$, d. i. $< 0,64220$, weil sonst $\frac{a^2 d^2 v}{(d \log r)^2} = 0$ oder gar positiv wäre, das Schema (45) § 13 aber nach dem absoluten Maximum nur negative Werthe zeigt. Wir wollen, der leichteren Uebersicht der Argumente wegen, keine anderen Intervalle $\Delta \log r$ zulassen als

$$0,05, 0,1, 0,2, 0,3, \dots$$

setzen wir nun in die Gleichung (47) $\Delta \log r = 0,1$ so finden wir $\frac{a^2 d^2 v}{(d \log r)^2}$ resp. $= -0,006136, -0,000626, -0,000013$.

Der Werth $-0,006136$ findet (zufolge des Schemas (45) § 13) zwischen $\log s = 2,45$ und $\log s = 2,76$ statt, und der zugehörige $\log s$ lässt sich sehr nahe durch Interpolation mit Vernachlässigung der 4^{ten} Differenzen finden, weil $\frac{3}{128} \cdot 0,000815$ nicht grösser ist als 0,000019. Er findet sich

auf die in meiner Schrift über die sechs grössten und totalen Sonnenveränderungen auf der Erde überhaupt, als Supplement zum 19^{ten} Bande der Anstr. Nachr. gedruckt, S. 3 entwickelte Art = 2,636422, und die Intervalle $\Delta \log r = 0,05$ sind also bis $\log r = 2,50$ fortzusetzen; dies giebt 54 Intervalle. Der Werth $-0,000626$ findet zwischen $\log s = 3,69$ und $\log s = 4,00$ statt, und der zugehörige $\log s$ lässt sich gleichfalls sehr nahe durch Interpolation mit Vernachlässigung der 4^{ten} Differenzen finden; er findet sich $= 3,967543$; also sind die Intervalle $\Delta \log r = 0,1$ bis $\log r = 4,0$ fortzusetzen; dies giebt in den vorigen 54 zusammen 67 Intervalle. Der Werth $-0,000013$ findet zwischen $\log s = 5,86$ und $\log s = 6,45$ statt, und der zugehörige $\log s$ lässt sich sehr nahe durch einfache Interpolation finden, weil bei $\log r = 0,000013$ $= -0,000014$ + $\frac{1}{2}$ der 1^{ten} Differenz der

Koeffizienten der 12^{ten} Differenz 0,000002 auf die Interpolation nicht grösser ist als $\frac{1}{2} (1-1) = 0,000007$, d. i. nicht grösser als $\frac{1}{2} \cdot 0,000007$ = 0,0000035, also wird die Intervalle 0,2 bis $\log r = 6,0$ fortzusetzen; und es bleibt dann nur noch das Intervall 6,0 bis 6,3 übrig, so dass die ganze Tafel 78 Intervalle erhält.

§ 13.

Um den strengeren Beweis der Ausreichendheit dieser 78 Intervalle zu führen, haben wir für $\log \tau =$

0,00 0,05 0,10 ... 2,70 2,8 2,9 ... 4,0 4,2 4,4 ... 6,0 6,5

v und $\frac{dv}{d \log \tau}$ in völliger Strenge, und

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}403}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{25}{3\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right) \quad (49)$$

für die Intervalle von $\log \tau = 2,7$ bis $\log \tau = 4,0$ in

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}486}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{500}{9\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right) \quad (50)$$

für die Intervalle von $\log \tau = 4,0$ bis $\log \tau = 6,0$ in

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}648}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{1000}{3\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right) \quad (51)$$

und für das Intervall $\log \tau = 6,0$ bis 6,5 in

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right) \quad (52)$$

über.

§ 16.

Die ersten Näherungswerte von $\log s$ für $\log \tau =$

0,00 0,05

finden sich durch Interpolation der am Ende des 11^{ten} § stehenden Tafel, die ersten Näherungswerte von $\log s$ für

$\log \tau =$

0,10 0,15 0,20

aber durch Interpolation der Fortsetzung derselben Tafel, welche Fortsetzung man erhält, wenn man annimmt, dass die letzte der 3^{ten} Differenzen von y und die letzte der 2^{ten} Differenzen von $\frac{dy}{dx}$ weiterhin constant bleibe. Zu dem hierdurch

gefundenen 1^{ten} Näherungswert von $\log s$ berechnet man $\log \tau$ vermittelst der Gleichung (11) § 3 mit siebenstiffigen Logarithmen. Betrachtet man, was dem hierdurch herausgebrachten $\log \tau$ an dem in die Tafel wirklich aufzunehmenden $\log \tau$ fehlt, mit $\Delta \log \tau$, so wird, mit Benutzung des

vorher bereits angewandten Werthes von $\log \left(1 + \frac{2}{s} \right)$ und des gefundenen $\log \tau$ (nicht des in die Tafel wirklich aufzunehmenden $\log \tau$, weil log des 1^{ten} Näherungswertes von s minus log des gefundenen τ dem gesuchten Werthe von g schon sehr nahe kommt), die erforderliche Verbesserung von $\log s$ sehr nahe durch die Gleichung

$$\log \frac{\Delta \log s}{\Delta \log \tau} = \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{2}{s} \right) + \log \tau \quad (53)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1 + \frac{5}{24} \Delta \log \tau}{2000000 \alpha \pi} + \frac{d^2 \log s}{24 \alpha (d \log \tau)^2} (\Delta \log \tau)^2 \dots \quad (48)$$

mit siebenstiffigen Logarithmen zu berechnen. Die Gleichung (48) geht für die Intervalle von $\log \tau = 0,00$ bis $\log \tau = 2,70$ in

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}403}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{25}{3\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}486}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{500}{9\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}648}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{1000}{3\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{1^{\circ}134}{\alpha \pi} \left(1 + \frac{62500}{21\alpha^2} \cdot \frac{\tau}{s} \sqrt{\left(\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) - \left(\frac{2 + \frac{9}{s}}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)^2} \right)$$

gefunden (wobei wiederum $\frac{\Delta \log s}{\Delta \log \tau}$ wenig von 1 verschieden

ausfällt *) und nicht aufgeschrieben zu werden braucht, sondern sich ohne weitere Hilfe von Tafeln äusserst leicht im Kopfe mit dem aus kaum 2 geltenden Differenzen bestehenden Werthe von $\Delta \log \tau$ multipliciren lässt). Die logarithmische Berechnung von s für $\log \tau =$

0,25 0,30 0,35 ... 2,70

unterscheidet sich von der für $\log \tau = 0,00$ bis 0,20 bloss dadurch, dass man, anstatt die Tafel zu Ende des § 11 oder deren Fortsetzung zu interpoliren, die successiven Differenzen der schon gefundenen Werthe von v bildet und die dadurch sich ergebende arithmetische Reihe höherer Ordnung (unter der Annahme, dass die letzte der 3^{ten} Differenzen weiterhin constant bleibe) versuchsweise jedesmal um ein Glied fortsetzt; dadurch findet man den ersten Näherungswert von $\log s$.

Beim Uebergang vom Intervall 0,05 zum Intervall 0,1 hat man die 1^{ten}, 2^{ten} und 3^{ten} Differenzen des $\log \tau =$

2,8 2,9 3,0 3,1 3,2 3,3 3,4 3,5 3,6 3,7 3,8 3,9 4,0 4,1 4,2 4,3 4,4 4,5 4,6 4,7 4,8 4,9 5,0 5,1 5,2 5,3 5,4 5,5 5,6 5,7 5,8 5,9 6,0 6,1 6,2 6,3 6,4 6,5

*) Schon die Berechnung des Schemas (45), § 13, hatte gezeigt, dass, während $\log \tau$ von 9,9996670 bis 10 wächst,

$\frac{\Delta \log s}{\Delta \log \tau}$ von 1—0,249 bis 1 wächst.

	$\log r$	Δ^1	Δ^2
0,50	4,6719124	+4879061	+491550
0,55	5,1298485	+5070611	+548565
0,60	5,6886906	+5619276	+612740
0,65	6,1988372	+6232016	+684628
0,70	6,8220388	+6916644	+765308
0,75	7,5137032	+7681944	+855834
0,80	8,2818976	+8537778	
0,85	9,1356754		

die 7te Bruchstelle unterdrückt, die dort befindliche 0te bis 7te Differenz also in dieser Gestalt

$$9,135675 + 853778 + 85583 + 9053 + 986 + 108 + 11 - 1$$

geschrieben, und dann das Differenz-Schema bis $\log r = 1,95$ fortgesetzt, nachdem in den gefundenen 3ten Näherungswerten von s zuvor die oben angeführten auffallendsten Fehler verbessert waren. Da fanden sich wieder alle 1ten bis 5ten, auch die meisten 6ten Differenzen positiv, in den 7ten Differenzen aber die Zeichen fast ununterbrochen abwechselnd und das absolute Maximum = 0,000189, welches mit 2,8 multiplicirt, nicht mehr als 0,0000046.... also noch nicht eine halbe Einheit der letzten beibehaltenen Decimale giebt. Dadurch ist die Richtigkeit der gefundenen Werthe von s constatirt, obgleich bei $\log r = 1,95$ der absolute Werth von Δ sich bis auf 0,000058 erhöht.

Auf ähnliche Art wurde der Anschluss an die 7ten Differenzen der (nur in 5 Bruchstellen ausgedrückten) für $\log r = 2,00$ bis 2,70 gefundenen 3ten Näherungswerte von s bewirkt; da finden sich wiederum alle 1ten bis 6ten Differenzen positiv, in den 7ten Differenzen aber die Zeichen fast ununterbrochen abwechselnd und das absolute Maximum nur = 0,00027.

Die in 5 Bruchstellen ausgedrückten 3ten Näherungswerte von s erstrecken sich noch auf $\log r = 2,8$ u. 2,9; es wurden also die Differenzen der für $\log r =$

$$2,0 \quad 2,1 \quad 2,2 \quad 2,3 \quad 2,4 \quad 2,5 \quad 2,6 \quad 2,7 \quad 2,8 \quad 2,9$$

gefundenen Werthe von s gebildet, und hier fanden sich

Ueber die Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers einer Beobachtung aus den Abweichungen der Beobachtungen von ihrem arithmetischen Mittel. Vom Herausgeber.

Für die Ermittlung des wahrscheinlichen Fehlers von Beobachtungen, zeichnet sich das Verfahren, ihn aus der Summe aller als positiv angenommenen Abweichungen der Beobachtungen von dem arithmetischen Mittel abzuleiten, durch seine Einfachheit aus. Ich erlaube mir daher, die dazu dienende Formel hier zu entwickeln.

Der wahre Werth einer zu wiederholten Malen beobachteten Grösse sei p , die Werthe, welche die einzelnen,

$$p_1, p_2, p_3, \dots, p_n \text{ seien, und } \Delta^1, \Delta^2, \Delta^3, \dots, \Delta^n \text{ die Differenzen der } p \text{ seien, so dass}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \Delta^1 & \Delta^2 & \Delta^3 & \Delta^4 & \Delta^5 & \Delta^6 & \Delta^7 \\ +37115 & +6960 & +853 & +118 & +107 & -11 & \\ +64075 & +7813 & +853 & +118 & +107 & -11 & \\ +71888 & +8784 & +971 & +107 & -11 & & \\ +80672 & +9662 & +1076 & & & & \\ +90534 & +9662 & +1076 & & & & \end{array}$$

alle Differenzen, selbst mit Einschluss der 9ten, positiv, und diese letztere nicht $> 0,00050$.

Der Anschluss an die Differenzen der (nur in 4 Bruchstellen ausgedrückten) für $\log r = 3,0$ bis 4,0 gefundenen s^* zeigte sich ebenso befriedigend, alle 6ten Differenzen, auch die meisten 9ten, positiv, und das absolute Maximum der 10ten Differenzen nur = 0,0105.

Was die (nur in 3 Bruchstellen ausgedrückten) 3ten Näherungswerte von s für $\log r = 4,2$ bis 4,8 betrifft, so fand sich das dem $\log r = 4,8$ entsprechende Δs zwar bedeutend grösser, als 0,050, nämlich = +0,040 (was, zum 2ten Näherungswert 63106,4 gefügt, 63106,480 giebt); aber hier ist dennoch kein Verdacht eines Fehlers, weil die 6 geltenden Ziffern 63106,4 vermittelt siebenziffriger Tafeln aus $\log s = 4,8000740$ gefunden wurden, und $\log 63106,480$ nach Ausweis derselben Tafeln ebenfalls = 4,8000740 ist. Dagegen ist die Differenz-Controlle hier unanwendbar, da gleiches für $\log r = 5,0$ bis 7,5, weil die Intervalle zu gross sind und daher die letzten Differenzreihen zu unregelmässig fortschreiten; es blieb daher nichts übrig, als die Differenzen-Controlle auf u zu versparen, welche Grösse, für sehr grosse Werthe von $\log r$ sehr gering und (wie schon am Schluss des § 16 bemerkt worden) ungefähr nach einer fallenden geometrischen Reihe fortschreitend, sich eher der Differenzen-Controlle unterwerfen lässt.

* Für $\log r = 4,0$ wurde s annäherungsweise in 9 geltenden Ziffern bestimmt und = 10006,9043 gefunden.

(Fortsetzung folgt.)

unter gleichen Umständen angestellten, Beobachtungen dafür geben, seien $p, p', p'', \dots$; die wahren Beobachtungsfelder seien $s, s', s'', \dots$; die Anzahl der Beobachtungen sei = n . Bei diesen Bezeichnungen hat man:

$$u = p - s$$

$$u' = p' - s'$$

$$u'' = p'' - s''$$

$$u^{(n-1)} = p^{(n-1)} - s^{(n-1)}$$

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 1035.

Bahnbestimmung des von Herrn *Brüks* Nov. 12 1855 entdeckten Cometen, von Herrn Stud. *Höck*.

Durch die Güte des Herrn Professors *König* erhielt ich für einige Zeit die sämmtlichen Blätter der *Astr. Nachr.* worin Beobachtungen dieses Cometen vorkommen. Dieselben durchblätternd fand ich wohl eine sehr genährte Bestimmung der Elemente von Herrn Prof. *d'Arrest*, aber keine, welche aus den sämmtlichen Beobachtungen abgeleitet sind.

Ich beschloss, also eine genauere Bestimmung zu versuchen, und fing mit der Berechnung einer Ephemeride an aus den folgenden Elementen, welche ich aus den Beobachtungen Berlin Nov. 12, Leyden Dec. 12 und Jan. 1 abgeleitet hatte:

$$\begin{aligned} \Omega &= 51^{\circ}31'42'' \\ \omega &= 10^{\circ}11'10'' \quad \text{m. Äq. 1836,0} \\ \tau &= 86^{\circ}2'13'' \\ \log q &= 0,090270 \\ T &= 25,4306 \text{ Nov. 1855 m. Zt. Berlin.} \end{aligned}$$

Bewegung retrograd.

Die Vergleichung der Beobachtungen mit dieser Ephemeride gab folgendes Fehlerverzeichnis. Die Fehler sind zu verstehen: Unterschied Ephemeride — Beobachtung.

Nr.	Ort	m. Z. Berlin verb. von Aberr.	Fehler in AR	Fehler in δ
1	Berlin	Nov. 12, 71810	+0° 18' 1"	-0° 11' 4"
2	Bilk	15, 64719	-0° 5' 2"	0 18 5
3	Olmutz	19, 61306	-0° 3' 2"	0 48 0
4	"	19, 62373	-0° 2' 3"	0 48 8
5	"	19, 63947	-0° 6' 4"	0 36 8
6	Wien	20, 61150	+0° 14' 5"	0 33 0
7	Kremsmünster	20, 66699	+0° 48' 3"	0 24 5
8	Altona	20, 67339	+0° 3' 4"	
9	"	20, 67381		0 36 4
10	Berlin	20, 68623	+0° 21' 6"	0 29 1
11	Hamburg	20, 69667	+0° 12' 4"	0 27 2
12	Olmutz	20, 70761	+0° 10' 2"	0 34 0
13	Hamburg	21, 74358	+0° 19' 6"	0 34 4
14	Berlin	25, 74355	+0° 28' 2"	-0° 48' 7
15	Hamburg	27, 71692	0 23 0	1 3 5
16	Berlin	28, 54347	0 38 1	0 49 5
17	Hamburg	30, 60747		1 9 1
18	Berlin	30, 70122	1 9 9	0 58 0
19	Olmutz	Dec. 1, 44739	0 42 2	1 14 3
20	"	1, 45721	0 42 9	1 13 0
21	"	1, 47021	0 36 6	1 12 3
22	"	1, 48562	0 46 6	1 18 2
23	Hamburg	1, 57432	0 58 7	1 19 0
24	"	1, 59251	1 16 5	1 29 8
25	"	1, 59251	1 12 3	1 32 9

Nr.	Ort	m. Z. Berlin verb. von Aberr.	Fehler in AR	Fehler in δ
26	Olmutz	Dec. 2, 46277	+0° 51' 8"	-1° 15' 6"
27	Berlin	2, 47504	1 7 9	1 28 9
28	Olmutz	2, 48152	0 36 0	1 7 3
29	Hamburg	2, 49282	1 22 0	1 20 1
30	Olmutz	2, 49692	0 51 4	1 25 2
31	"	2, 51296	0 46 8	1 13 3
32	Leipzig	2, 51323	1 12 2	1 29 2
33	Liverpool	2, 55323	1 14 3	1 16 7
34	Leipzig	2, 58472	0 59 4	1 23 8
35	Olmutz	3, 42279	1 4 1	1 18 9
36	"	3, 43684	0 55 4	1 28 1
37	"	3, 45286	0 56 9	1 27 1
38	Kremsmünster	3, 47346	1 48 0	1 6 7
39	Olmutz	3, 48845	1 9 9	1 15 7
40	Leipzig	3, 49173	1 25 4	1 44 5
41	Berlin	3, 51705	1 33 2	1 24 7
42	Olmutz	4, 37601	+1° 11' 7"	-1° 21' 2"
43	"	4, 39274	1 4 9	1 15 3
44	"	4, 41893	0 51 8	1 19 1
45	"	4, 43351	0 26 6	1 32 7
46	Padua	4, 44343	1 29 0	1 38 6
47	Olmutz	4, 48056	1 9 2	1 24 4
48	Padua	5, 40141	1 51 6	1 13 7
49	"	5, 41086	2 16 8	1 41 4
50	Kremsmünster	6, 30435	2 15 4	1 46 4
51	Leyden	6, 42837	1 43 9	1 17 4
52	Padua	7, 35374	1 33 2	2 06 9
53	"	7, 38457	2 25 9	1 42 6
54	Berlin	7, 42389	1 53 0	1 29 1
55	Liverpool	7, 43999	1 43 0	1 28 2
56	Berlin	7, 46868	2 0 7	1 31 2
57	Kremsmünster	7, 47319	2 17 9	0 55 7
58	Olmutz	7, 47811	1 42 5	1 26 0
59	Kremsmünster	8, 27063	+2° 9' 1"	-1° 15' 5"
60	Padua	8, 34849	2 0 8	1 30 5
61	Florenz	8, 34959	2 1 3	1 26 0
62	Olmutz	10, 24200	1 39 8	1 12 8
63	"	10, 25374	1 18 3	1 13 8
64	Kremsmünster	10, 27329	2 1 7	0 56 3
65	Olmutz	10, 33801	1 23 3	1 16 8
66	"	10, 35336	1 17 2	1 15 6
67	Padua	10, 36389	2 6 2	1 18 1
68	Hamburg	10, 38801	2 9 4	1 22 1
69	Liverpool	10, 39516	1 46 3	1 9 9
70	Florenz	10, 47680	1 56 4	1 47 2

N	Ort	m. Z. Berlin verb. von Aberr.	Fehler in AR	Fehler in δ
71	Padua	Dec. 11.31704	+1' 55" 0	-1' 3" 2
72	Olmutz	11.35835	1 23.0	1 3.6
73	"	11.37410	1 21.8	1 6.4
74	Leipzig	11.37706	1 42.9	1 2.2
75	"	11.47882	1 46.4	1 7.9
76	Kremsmünster	12.25681	1 36.0	0 44.8
77	Florenz	12.27779	1 25.5	1 2.1
78	Padua	12.80235	1 47.4	1 19.1
79	Leyden	12.46368	1 25.1	1 14.1
80	Padua	13.33372	1 53.3	0 58.1
81	Hamburg	13.88760	1 57.8	1 6.7
82	Berlin	13.45866	1 36.1	1 8.9
83	Florenz	14.26292	+1 19.0	-0 53.7
84	Rom	14.27112	1 31.1	0 47.6
85	Padua	14.41763	1 53.8	1 4.6
86	Rom	15.26900	1 41.3	0 31.7
87	Florenz	15.27142	1 6.2	0 44.5
88	Padua	15.45802	1 38.6	1 19.1
89	Berlin	19.35923	1 5.9	0 43.0
90	"	20.29480	1 11.6	0 34.3
91	Leyden	24.25617	0 37.4	
92	Leipzig	25.24649	1 48.3	0 16.5
93	"	28.25388	1 4.8	0 21.2
94	Leipzig	29.25761	+0 44.6	-0 27.7
95	Berlin	29.31017	0 31.0	-0 27.2
96	Leipzig	30.25056	0 53.1	-0 36.7
97	Kremsmünster	30.26181	0 45.9	-0 19.9
98	Leyden	Jan. 1.28187	0 22.1	-0 2.6
99	Leipzig	1.26328	1 9.6	-0 13.6
100	Hamburg	2.28407	0 57.6	+0 21.8
101	Berlin	2.35380	0 34.2	-0 8.3
102	Leyden	2.35390	0 39.9	-0 11.3
103	Leipzig	3.26133	1 19.0	+0 56.6
104	Berlin	8.32837	0 23.9	-0 6.1

Um nun zu sehen, wie weit eine parabolische Bahn ausreichen würde, leitete ich nach den bekannten Formeln Differenzgleichungen für die Rectascension und Declination ab, und fand also folgende sechzehn Gleichungen, worin die Zahlen bereits Logarithmen sind.

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned}
 -5.38693 \, dq &+ 3.53001 \, dT + 8.76244 \, d\Omega + 9.99891 \, d\alpha - 9.55278 \, d\delta + 0.96346 = 0 \\
 -5.44200 \, dq &+ 3.99928 \, dT + 8.67942 \, d\Omega + 0.42169 \, d\alpha - 9.64231 \, d\delta + 1.68596 = 0 \\
 -5.21757 \, dq &+ 4.13500 \, dT + 8.86695 \, d\Omega + 0.56028 \, d\alpha - 9.57557 \, d\delta + 1.83419 = 0 \\
 +5.13257 \, dq &+ 4.22116 \, dT - 7.93046 \, d\Omega + 0.65982 \, d\alpha - 9.19824 \, d\delta + 1.99768 = 0 \\
 +5.65965 \, dq &+ 4.12283 \, dT - 9.06577 \, d\Omega + 0.59115 \, d\alpha + 9.05149 \, d\delta + 2.03704 = 0 \\
 +5.68987 \, dq &+ 3.99351 \, dT - 9.13864 \, d\Omega + 0.48514 \, d\alpha + 9.20636 \, d\delta + 1.99590 = 0 \\
 +5.58223 \, dq &+ 3.65292 \, dT - 9.08223 \, d\Omega + 0.21484 \, d\alpha + 9.03268 \, d\delta + 1.91189 = 0 \\
 +5.36469 \, dq &+ 3.28479 \, dT - 8.89822 \, d\Omega + 9.95856 \, d\alpha - 7.57323 \, d\delta + 1.65775 = 0
 \end{aligned} \right. \\
 & \left\{ \begin{aligned}
 +4.92789 \, dq &- 3.00013 \, dT + 9.35633 \, d\Omega - 9.47498 \, d\alpha - 0.02942 \, d\delta - 1.49554 = 0 \\
 +5.16166 \, dq &- 3.21184 \, dT + 9.70875 \, d\Omega - 9.60729 \, d\alpha - 0.20888 \, d\delta - 1.84942 = 0 \\
 +5.21295 \, dq &- 3.23326 \, dT + 9.79790 \, d\Omega - 9.60072 \, d\alpha - 0.25101 \, d\delta - 1.90255 = 0 \\
 +5.24911 \, dq &- 3.13769 \, dT + 9.86986 \, d\Omega - 9.43273 \, d\alpha - 0.25348 \, d\delta - 1.93500 = 0 \\
 +5.23857 \, dq &- 2.80721 \, dT + 9.82172 \, d\Omega - 8.60028 \, d\alpha - 0.13399 \, d\delta - 1.87506 = 0 \\
 +5.19717 \, dq &- 2.59055 \, dT + 9.75857 \, d\Omega - 8.55176 \, d\alpha - 0.01388 \, d\delta - 1.81158 = 0 \\
 +5.05577 \, dq &- 2.10971 \, dT + 9.59215 \, d\Omega + 9.00945 \, d\alpha - 9.66898 \, d\delta - 1.63949 = 0 \\
 +4.82279 \, dq &+ 1.87192 \, dT + 9.34018 \, d\Omega + 9.15565 \, d\alpha + 8.02329 \, d\delta - 1.12057 = 0
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

und welche, nach der Methode der kleinsten Quadrate vereinigt, folgende fünf Gleichungen gaben, worin $dq' = 1000 \, dq$ ist und $dT' = 100 \, dT$:

Die Vergleichung der beiden äussersten Beobachtungen, welche den Elementen zum Grunde lagen, hätte eigentlich für die Fehler der Ephemeride, sowohl in AR wie in δ , 0° geben müssen. Ich habe mich aber überzeugt, dass die erhaltenen Unterschiede nicht den letzten Rechnungen, sondern der früheren weniger sorgfältigen Bahnbestimmung zur Last kommen müssen. Die AR der Beobachtung Hamburg Nov. 12, und die δ von Jan. 2 Leipzig sind nicht in der Rechnung aufgenommen; die erste, weil sie um einige Minuten abwich, die zweite, weil sie vermutlich um eine Minute fehlerhaft war.

Daraus wurden nun die Normalörter abgeleitet, deren ich acht gebildet habe, da die beträchtliche Bewegung des Cometen zu der Vermuthung veranlasste, dass die Aenderung des Fehlers Ephem. — Beob. nur während einer sehr kurzen Periode, der Zeit proportional angenommen werden könnte. Die sämtlichen Beobachtungen, welche zu einem Normalort vereinigt sind, sind in dem Fehlerverzeichniss durch Linien von denen, welche einem andern Normalort angehören, getrennt.

Die erhaltenen Normalörter sind:

m. Zt. Berlin	AR	δ
Nov. 19.42	143° 44' 54" 4	+2° 14' 9" 0
30.315	118 8 18.5	3 13 3.7
Dec. 2.92	103 32 50.0	3 39 8.9
6.02	79 49 25.7	3 56 29.5
9.84	50 11 10.2	3 29 52.6
12.20	36 50 51.3	3 2 39.6
18.76	16 51 51.5	u. Dec. 18.2 im Z. Br. d. $\delta = 2^{\circ} 16' 9'' 4$
Jan. 1.12	4 14 22.9	- Jan. 1.00 — — — 1 59 33.0

$$\begin{aligned}
 &+5,99527 \, dq' + 4,93335 \, dT' + 2,54398 \, d\Omega + 3,48027 \, d\epsilon - 2,98560 \, di + 4,75633 = 0 \\
 &+4,93335 \, dq' + 4,94466 \, dT' - 1,73188 \, d\Omega + 3,39508 \, d\epsilon + 0,87806 \, di + 4,81005 = 0 \\
 &+2,54398 \, dq' - 1,73188 \, dT' + 0,35658 \, d\Omega - 0,10099 \, d\epsilon - 0,72426 \, di - 2,46695 = 0 \\
 &+3,48027 \, dq' + 3,39508 \, dT' - 0,10099 \, d\Omega + 0,84901 \, d\epsilon - 9,55323 \, di + 3,26245 = 0 \\
 &-2,98560 \, dq' + 0,87806 \, dT' - 0,72426 \, d\Omega - 9,55323 \, d\epsilon + 1,14068 \, di + 2,78151 = 0
 \end{aligned}$$

Die Correctionen der Elemente, daraus gefunden, gaben die verbesserten Elemente:

$$\begin{aligned}
 \Omega &= 51^\circ 33' 42'' 0 \\
 i &= 10 \ 11 \ 9,3 \} \text{ m. Aeq. 1856,0} \\
 \epsilon &= 86 \ 2 \ 13,2 \\
 \log q &= 0,090252 \\
 T &= 25,42442 \text{ Nov. 1855 m. Z. Berlin}
 \end{aligned}$$

An den Normalörtern geprüft, liessen sie folgende beträchtliche Unterschiede übrig:

$$\begin{array}{cccccccc}
 \text{in AR} & -7,5 & -12,1 & -1,6 & +10,3 & +8,4 & +1,1 & -21,2 & -13,2 \\
 \text{in } \delta & +1,2 & +5,1 & +0,5 & -2,0 & -1,3 & +0,2 & +1,0 & -9,4
 \end{array}$$

welche mich veranlassten, zu untersuchen, ob eine elliptische Bahn die Normalörter besser darstellen würde. Nach den bekannten Formeln über die Differentialquotienten für Cometenbahnen von grosser Excentricität,*) fand ich folgende Glieder mit de , welche in oben angeführten Gleichungen aufgenommen werden müssen:

$$\begin{array}{lcl}
 \text{Für die Gleichungen der AR} & \left\{ \begin{array}{l} +3,67089 \, de \\ -4,09867 \, de \\ -4,41795 \, de \\ -4,64272 \, de \\ -4,64848 \, de \\ -4,55850 \, de \\ -4,25940 \, de \\ -3,79959 \, de \end{array} \right. & \text{und für die Gleichungen der } \delta \left\{ \begin{array}{l} -3,13390 \, de \\ +3,38522 \, de \\ +3,56499 \, de \\ +3,66784 \, de \\ +3,61386 \, de \\ +3,58239 \, de \\ +3,55463 \, de \\ +3,51668 \, de \end{array} \right.
 \end{array}$$

Damit erhielt ich sechs Gleichungen nach der Meth. der kl. Qu., nämlich folgende, worin $de' = 100 \, de$ ist:

$$\begin{aligned}
 &+5,99527 \, dq' + 4,93335 \, dT' + 2,54398 \, d\Omega + 3,48027 \, d\epsilon - 2,98560 \, di - 5,62875 \, de' + 4,75633 = 0 \\
 &+4,93335 \, dq' + 4,94466 \, dT' - 1,73188 \, d\Omega + 3,39508 \, d\epsilon + 0,87806 \, di - 5,35366 \, de' + 4,81005 = 0 \\
 &+2,54398 \, dq' - 1,73188 \, dT' + 0,35658 \, d\Omega - 0,10099 \, d\epsilon - 0,72426 \, di + 2,37812 \, de' - 2,46695 = 0 \\
 &+3,48027 \, dq' + 3,39508 \, dT' - 0,10099 \, d\Omega + 0,84901 \, d\epsilon - 9,55323 \, di - 3,81050 \, de' + 3,26245 = 0 \\
 &-2,98560 \, dq' + 0,87806 \, dT' - 0,72426 \, d\Omega - 9,55323 \, d\epsilon + 1,14068 \, di - 2,30663 \, de' + 2,78151 = 0 \\
 &-5,62875 \, dq' - 5,35366 \, dT' + 2,37812 \, d\Omega - 3,81050 \, d\epsilon - 2,30663 \, di + 5,81635 \, de' - 5,26681 = 0
 \end{aligned}$$

Die daraus hervorkommenden verbesserten Elemente sind:

$$\begin{aligned}
 \Omega &= 51^\circ 34' 31'' 5 \\
 i &= 10 \ 11 \ 19,4 \} \text{ m. Aeq. 1856,0} \\
 \epsilon &= 86 \ 2 \ 13,0 \\
 \log q &= 0,090728 \\
 T &= 25,418433 \text{ Nov. m. Z. Berlin 1855,0} \\
 c &= 0,997255
 \end{aligned}$$

Bewegung retrograd.

und sie stellen die Normalörter mit folgenden Fehlern dar:

$$\begin{array}{cccccccc}
 \text{in AR} & +8,9 & -7,2 & -3,0 & +2,2 & +4,0 & +2,3 & -11,2 & +2,0 \\
 \text{in } \delta & -2,6 & +2,6 & -0,6 & -2,2 & -0,3 & +2,1 & +3,7 & -5,9
 \end{array}$$

Obgleich die Uebereinstimmung der Bahn mit den Normalörtern durch die Einführung einer Excentricität wesentlich gewonnen hatte, glaube ich, dass die Beobachtungen nicht eine solche Uebereinstimmung unter sich zeigen, dass auf diese Ellipticität grosser Werth gelegt werden könnte. Schliesslich muss ich bemerken, dass ich mich durch eine Figur überzeugt habe, dass nur von der Erde einige äussernde Einwirkungen auf die Bahn dieses Cometen zu erwarten war, da er keinem andern Planeten nahe kam. Die Störungen, durch die Erde hervorgerufen, werden aber, während der kurzen Periode der Sichtbarkeit, solch einen geringen Betrag haben, dass es nicht nöthig ist, sie in Rechnung zu ziehen.

M. Hoek,

Student an der Universität zu Leyden.

*) In *Bessel's* Schrift über den Cometen von 1807, auch in *Dr. Weyers* Schrift über Differentialformeln für Cometenbahnen.

Variabilis χ Cygni und Mira Ceti beobachtet zu Münster, von Herrn Professor Heis.

Von einigem Interesse möchte es vielleicht sein, zu den von *Schmidt* in Olmütz angestellten und in Nr. 1031 d. A. N. mitgetheilten Beobachtungen über die beiden Veränderlichen χ Cygni und Mira Ceti correspondirende Beobachtungen derselben Veränderlichen zu erhalten, welche an einem andern Orte unter andern Luftverhältnissen angestellt nahe zu demselben Resultaten führten.

Variabilis χ Cygni wurde hier in Münster von Aug. 6 1855 bis Jan. 2 1856 beobachtet.

Nachfolgende Tabelle giebt die Vergleichen von χ die von Sept. 7 — Nov. 8 nur mit blossen Auge angestellt wurden, ausser der Zeit mit Hilfe des Kometsuchers, und die aus diesen Vergleichen sich ergebende Lichtstärke in Stufen.

Aug. 6	χ 2 k	9,6
Sept. 7	χ 2 f. h 4 χ	18,2
10	χ 3 f. h 3 χ	19,3
11	χ 3 f. h 4 — 3,5 χ	19,5
18	χ 0 h	22,6
20	h 0, 5 χ	22,1
Ort. 5	χ 1,5 h. ϕ 1,5 χ	23,8
8	χ 2 h ϕ 1 χ	24,2
12	χ 1 h ϕ 1 χ	23,8
16	χ 1 h ϕ 2 χ	23,4
23	h 1 — 2 χ	21,1
31	h 2 χ χ 4 — 5 f	20,6
Nov. 3	h 3 χ . χ 3,5 f	19,6
8	h 4 χ χ 2,5 f	18,6
20	f 1,5 χ . χ 1 e	14,4
25	e 1 χ . χ 0,5 e	13,4
27	χ 0 c. e 1,5 χ	13,0
30	c 0,5 χ	12,5
Dec. 3	χ 0 p	10,0
5	p 0,5 χ	9,5
8	χ 2 k	9,0
10	χ 2 h	9,0
26	χ 1 g. k 3 χ	5,0
Jan. 2	g 3 χ	1,0

Die Lichtcurve zeigt für das Jahr 1855 einen ziemlich regelmässigen Verlauf; die der früheren Jahre zeigten sich

mir nicht immer so regelmässig. Das Maximum trat nach meinen Beobachtungen entschieden gegen Octob. 8 ein, eine Einbiegung der Curve, welche die Olmützer Beobachtungen für die Zeit des 7^{ten} Octobers ergeben, hat sich bei mir nicht herausgestellt. Die Abnahme der Curve geht ganz regelmässig vor sich, nur möchte sich vielleicht in der Zeit von Nov. 8 — 20 eine Einbiegung angedeutet finden. Am 2^{ten} Januar 1856 war χ im Kometsucher noch deutlich wahr zu nehmen; späterhin verhinderte das Mondlicht die Aufsuchung.

Mira Ceti wurde von Dec. 28 1855 bis März 27 1856 beobachtet. Nachfolgende Tabelle giebt die Vergleichen und die Lichtstärken an:

Dec. 28	ϕ 4, 75, γ 1 ϕ	9,0
31	ϕ 2 γ , λ 2 ϕ	12,0
Jan. 2	ϕ 0—1 ξ , ξ 2—3 ϕ	17,7
4	ϕ 1,5 ξ . ξ 1,5 ϕ	18,0
13	ϕ 2—3 γ , α 4 ϕ	30,0
24	ϕ 2 β Arietis	32,5
29	ϕ 0 α α Cet. 2 ϕ	34,5
Febr. 3	ϕ 1—0,5 α Cet.	35,0
März 7	γ 2 ϕ , ϕ 3 δ	25,4

Das Maximum fand hiernach am Febr. 3 statt. Die Argelander'sche Formel ergab für das Maximum 1856 Jan. 31.

Die im Cosmos III 260 mitgetheilte Argelander'sche Formel, bei welcher die beiden Druckfehler 331,3363 F und $\frac{45^\circ}{11}$ statt 331,3363 ET und $\frac{45^\circ}{11}$ E vorkommen erlangt durch Umformung folgende bequemere Gestalt:

Heisst n die Anzahl der von 1856 Dec. 1,40 eingetretenen Maxima (Periode $331^d 20^h$), und setzt man $n \cdot 32 \frac{80}{11}$ oder $n \cdot 32^d 43 \frac{80}{11} = p$, so erhält man als Zeit des Maximums:

$$1856 \text{ Dec. } 1,40 + 331,3363 n - 105^d \sin(77^d 15' - p) \\ - 18,2^d \sin(13^d 46' - \frac{1}{4} p) + 33,9^d \sin(47^d 36' + \frac{1}{4} p) \\ + 65,0^d \sin(15^d 12' - \frac{1}{4} p).$$

Dieser veränderten Formel liegt zum Grunde, dass von 1751 Sept. 9 bis 1856 Dec. 1,40 116 Perioden verlaufen sind.
Heis.

Schreiben des Herrn Captain Jacob in Madras an Herrn Professor Smyth in Edinburgh.

(Von Herrn Prof. Smyth für die Astr. Nachr. gütigst mitgetheilt.)

My dear Smyth!

You see I am not going to give you much rest! I did not purpose writing again so soon, but I have something so highly interesting to communicate regarding α Centauri. An inspection of the paper will shew you at once what I mean, but perhaps you would like the history somewhat more at length. You know that I have computed several orbits at different times to which, though representing well enough the past, the stars in their forward course have, to my discomfiture, refused to conform. Finding on my late arrival here that the stars must have about reached their minimum of distance, I hoped to succeed better in another attempt especially as some observers of the *Jesuits* in 1690 and 1709, which *E. B. Powell* has turned up, seem to limit the period and pass very closely. On working out an orbit which represented the 3 epochs of 1884, 48, and 56, I found huge errors in the places for 1852-53, my very best observations! and there was no evading this except by throwing errors equally long on the present epoch also well observed. I then set to work to project carefully in curves all the observed distances as well as angles, and on trying to accommodate these, they were found quite incompatible with each other and both of them with any kind of elliptic motion. I now thought of reading off independently from each curve for every year, the angle and distance separately and laying them down in contiguity with the ellipse, and the result you see in Fig. 1, — a very regular epicyclic curve with a period of something like 10 years — even the unprepared observations since 1850 shew the same thing almost as plainly; the motion for the last 6 years has been convex towards the centre and the areas described instead of being equal have varied from about

2.02 to 1.80 square seconds per annum. The case is very much more glaring than that of 70 Ophiuchi, where the disturbance was the result of calculation, and an average of errors, whereas here it is visible to the eye by a mere inspection of the observed places. It is rather curious that after *Whewell* has laid down his dogma of the impossibility of double stars having planets, we should be getting such striking evidence of their existence in more than one instance; when we get better observations and more of them, this will probably turn out to be the rule rather than the exception and it is likely that the rogueries of ξ Ursae and γ Virginis will be explained by something of this kind. — I have got a good set of measures of Saturn and his rings; almost identical with those made in 1853.

Closed 29 Jan. reopened again 14 Febr.
Nothing particular to add — except a few memorandums regarding Zodiacal light.

Jan. 31 saw Z.L. sometime before extinction of twilight,

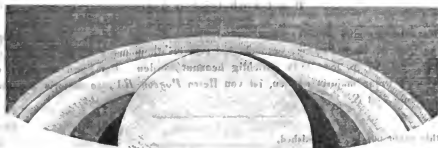
Febr. 3 $7\frac{1}{2}^{\circ}$ Z.L. reaches nearly to δ V.

4 $7^{\circ}40''$ to about δ V, hazy night, limit indistinct.

9 8° to $\frac{1}{2}$ from Pleiades towards ξ Tauri.

I have still been 'unable' to see it in the morning. This morning I looked for it at several intervals from 4^{h} A.M. once for abt. 15° , occasionally fancying traces of it, but quite unable to trace the boundary. Whether this arose from the brightness of Venus or of the milky way about Scorpio, I can't say, but had it been as bright and as extensive as it has been lately in the evening, I don't think they would have extinguished it.

Saturn as seen in the Madras Equatorial (aperture $6\frac{1}{2}$ inch, focus 88 inch 6) on 22 Jan. 1856 with power 365, positive eyepiece.



With lower powers the shadow on the ring gave the same impression of a concave boundary which had been noticed on previous occasions, and to which *Danvers* and other observers have frequently called attention; but with 365, when the definition was at its best, it could be seen that the outline, though nearly straight, was still slightly convex, but with a shading off*) at the junction with the dark division between the rings, which is probably the cause of the apparent concavity when less distinctly seen. Even with this power it was only by a very careful scrutiny and exact adjustment of focus, and in moments when the atmosphere was perfectly quite that the outline could be seen as above shown; a cursory glance gave the usual impression of a concave border. The shadow could be distinctly traced upon the obscure ring — it could also be seen across the dark space between the two bright rings, which therefore cannot

be a mere opening but must be filled with matter of some kind. On 23 Jan. the same appearance was seen rather more distinctly with a Huyghenian eye piece magnifying about 300 times.

The following measures of Saturn and his rings are the mean of 5 night's observations, reduced to Saturn's mean distance.

Major axis of outer ring, outside	= 39°997
— fine line	37,966
— inside	35,820
Inner ring, outside	34,859
— inside	26,271
obscure ring, —	22,214
Planet	17,940
Minor axis of outer ring,	18,754
Epoch 1856,0442 Greenwich mean time.	

α Centauri.

Scale for Fig. 1 2", for Fig. 2 1" to an inch.

The lines cutting the curve obliquely, shew where the star should be found at each epoch according to *Kepler's* law of equable description of areas.



© Place of A for Fig. 1.

In Fig. 1 the xx represent the places of B for the beginning of each year deduced from observation by projecting the angles and distances separately into curves, but without attempting to reconcile them. — In Fig. 2 the places © actually observed are laid down without any preparation beyond taking the means.

In these figures the curve line is a portion of the ellipse which best represents the average of all the observations ancient and modern; having semiaxes of 14°85 and 3°25, period = 79^{years}, $\tau = 1863.25$, $e = 0.818$, $\omega = 32^\circ 40'$.

The comparison with this of the observed places, (especially those since 1850 which have been measured with the greatest care and are remarkably accordant inter se) shews strong traces of a disturbing force, the deviation from elliptic motion in 1852—53 reaching $2\frac{1}{2}^\circ$ in the angle, and $0^\circ 3$ or $0^\circ 4$ in the distance.

Observatory Madras 1856 Jan. 26.

Jos. Jacob,
Director of the Madras Observatory.

Be r i c h t i g u n g .

In Nr 1015 und 1029 dieser Blätter sind zwei von den veränderlichen Sternen, welche der sehr eifrige und talentvolle erste Assistent der Sternwarte zu Oxford, Herr Pogson, entdeckt hat (Observations made at the Radcliffe Observatory under the Superintendence of Johnson, Vol. XV, p. 281, 282) unrichtig benannt worden. Der Stern nämlich, welchen Herr Professor Oudemans und Dr. Schönfeld *S Ursae majoris* nennen, ist von Herrn Pogson *R Ursae majoris* genannt worden, und der von Herrn Dr. Schönfeld *R* genannte, ist *S*.

*) The exact form of this could not be distinguished.

Elemente II und Ephemeride für Isis und Ephemeride für Harmonia, berechnet von Herrn Pape.

Aus den Beobachtungen Oxford Mai 28, Berlin Juni 13 und Juni 29 habe ich für Isis neue Elemente abgeleitet, mit denen beifolgende Ephemeride berechnet ist, die für die diesjährige Erscheinung des Planeten vielleicht ausreichen wird, da Isis wegen ihrer starken südlichen Deklination schwerlich über Mitte August hinaus verfolgt werden wird.

Elemente.

Epoche 1856 Juni 29, 49493 m. Zt. Berlin

$$M = 317^{\circ} 23' 34''$$

$$\pi = 318 \quad 6 \quad 28,6$$

$$\Omega = 84 \quad 26 \quad 54,8$$

$$i = 8 \quad 34 \quad 45,2$$

$$\varphi = 12 \quad 16 \quad 42,3$$

$$\log a = 0,382467$$

$$\log \mu = 2,976307$$

Ephemeride 12^h Berlin.

1856	α (42)	δ (42)	$\log \Delta$
Juli 7	15 ^h 38 ^m 19 ^s	-17 [°] 54' 6"	0,1043
8	38 11	17 59 8	
9	38 5	18 5 1	
10	38 2	10 6	
11	38 1	16 1	0,1131
12	38 2	21 7	
13	38 6	27 4	
14	15 38 12	-18 33 2	

Die Correction der in Nr. 1031 mitgetheilten Ephemeride der Harmonia ist nach einer Berliner Beobachtung vom 28^{ten} Juni +8^u und -1'. Es wird daher für die gegenwärtige Erscheinung eine Fortsetzung der Ephemeride völlig zum Aufsuchen des Planeten ausreichen, der doch schwerlich länger als bis Ende Juli wird verfolgt werden können.

Ephemeride für Harmonia 12^h Berlin.

1855	α (40)	δ (40)	$\log \Delta$
Juli 3	12 ^h 57 ^m 17 ^s	-1 [°] 54' 8"	0,3223
4	58 10	2 27	
5	59 4	10 7	
6	12 59 59	18 7	
7	13 0 55	26 7	0,3320
8	1 52	34 9	
9	2 50	43 1	
10	3 49	51 4	
11	4 48	2 59 7	0,3415
12	13 5 49	3 8 1	

1856	α (42)	δ (42)	$\log \Delta$
Juli 15	15 ^h 38 ^m 20 ^s	-18 [°] 29' 0"	0,1223
16	38 30	44 9	
17	38 43	50 9	
18	38 58	18 57 0	
19	39 15	19 3 1	0,1319
20	39 34	9 3	
21	39 55	15 4	
22	40 18	21 7	
23	40 44	28 0	0,1418
24	41 11	34 4	
25	41 40	40 7	
26	42 11	47 2	
27	42 45	19 53 7	0,1516
28	43 20	20 0 3	
29	43 57	6 9	
30	44 36	13 6	
31	45 18	20 2	0,1618
Aug. 1	46 1	26 9	
2	46 46	33 7	
3	47 33	40 4	
4	48 22	47 2	0,1718
5	49 13	20 54 0	
6	50 5	21 0 9	
7	51 0	7 8	
8	51 56	14 7	0,1818
9	52 54	21 6	
10	53 53	28 5	
11	54 54	35 4	
12	15 55 58	21 42 4	0,1917

1856	α (40)	δ (40)	$\log \Delta$
Juli 13	13 ^h 6 ^m 50 ^s	-3 [°] 16' 6"	
14	7 53	25 1	
15	8 56	33 8	0,3507
16	10 0	42 5	
17	11 5	3 51 2	
18	12 11	4 0 0	
19	13 17	8 8	0,3597
20	14 24	17 6	
21	15 32	26 5	
22	16 41	35 4	
23	17 50	44 3	0,3685
24	19 1	4 53 2	
25	20 12	5 2 4	
26	21 24	11 5	
27	22 36	20 6	0,3771
28	23 49	29 8	
29	25 3	39 0	
30	26 18	48 2	
31	13 27 33	-5 67 5	0,3854

Altona, Juli 6^{ten} 1856.

C. F. Pape.

Elemente und Ephemeride des Planeten Circe für die Opposition 1856, von Herrn Dr. Klinkerfues.

Epoch 1855 April 9,7 zu Berlin	
Mittl. Anomalie	45° 7' 42" 6
π	147 53 18,3
Ω	184 49 0,31
i	5 26 55,5
ϕ	6 25 35,8
$\log a$	0,428869
μ	806° 685

Aeq. v. 1855,0

Auf Störungen ist bis jetzt keine Rücksicht genommen.

Fünf Oerter, von denen der erste, zweite und vierte Normal-Oerter sind, werden in Länge und Breite so dargestellt:

R - B	
$\Delta \lambda$	$\Delta \beta$
1855 April 9,7	0° 0' 0" 0
17,4	0,0
Leiden April 2,6	0,0
Mai 10,5	-4,3
Berlin Juni 13	0,0

Ephemeride für Berliner Mitternacht.

1856	λ	δ	$\log \Delta$
Juli 3	310° 18' 52" 3	-10° 51' 10" 2	0,30314
4	8 39,9	53 7,5	
5	309 58 52,4	55 11,6	
6	48 30,3	57 22,2	
7	37 54,3	59 39,2	0,29856
8	27 5,2	-11 2 15	
9	16 3,1	4 32,1	
10	3 49,0	7 7,8	

1856	α	δ	$\log \Delta$
Juli 11	308° 53' 23" 4	-11° 9' 49" 4	0,29479
12	41 47,2	12 37,0	
13	30 0,6	15 30,0	
14	18 4,3	18 28,6	
15	5 59,0	21 32,4	0,29191
16	307 53 45,6	24 40,8	
17	41 24,6	27 54,7	
18	28 56,5	31 43,7	
19	16 22,2	34 47,5	0,28986
20	3 42,4	38 6,3	
21	305 50 57,9	41 39,2	
22	38 9,6	45 13,5	
23	25 18,0	48 55,6	0,28899
24	12 24,8	52 38,6	
25	305 59 29,4	56 25,6	
26	46 33,2	-12 0 15,9	0,28899
27	33 36,4	4 9,3	
28	20 39,8	8 5,7	
29	7 43,5	12 5,0	
30	304 54 54,2	16 6,7	
31	42 6,6	20 10,6	0,28998
Aug. 1	29 23,5	24 16,6	
2	-16 45,3	28 24,3	
3	4 13,0	32 33,3	
4	303 51 46,8	36 43,5	0,29199
5	39 28,2	40 54,7	
6	27 17,5	45 6,6	
7	15 15,4	49 19,4	
8	3 22,8	-12 53 32,4	0,29495

(Fortsetzung folgt.)

Der Planet wird in dieser Opposition als Stern 11.12. Größe erscheinen.

Dr. Klinkerfues.

Inhalt.

- (Zu Nr. 1033.) Bestimmung der Durchbiegung des Meridiankreises der Altonaer Sternwarte, von H. C. Schumacher 1. —
- (Zu Nr. 1034.) Construction einer Tafel für den *latus hyperbolicus* innerhalb der Grenzen $t = \frac{a}{k} \sqrt{\frac{a}{\mu}}$ und t unendlich. Von Herrn Dr. Lehmann. (Fortsetzung der Abhandlung desselben Verfassers über die Construction einer solchen Tafel innerhalb der Grenzen $r = 0$ und $r = \frac{2,10223029 \rho k^2 \mu}{\rho k^2 - 2 k^2 \mu}$). 17. —
- Ueber die Bestimmung des wahren eintheilenden Fehlers einer Beobachtung aus den Abweichungen der Beobachtungen von ihrem arithmetischen Mittel. Von Herausgeber 29. —
- Theilnahme der Wiener Sternwarte an der Beobachtung von Asteroiden 31. —
- Beobachtungen der *luis* auf der Sternwarte zu Durham, von Herrn Albert Marth 31. —
- (Zu Nr. 1035.) Bahnbestimmung des von Herrn Bruhns Nov. 12 1855 entdeckten Cometen, von Herrn Stud. Hock 33. —
- Variablen γ Cygni und Mira Ceti, beobachtet zu Münster von Herrn Prof. Heis 39. —
- Schreiben des Herrn Captain Jacob in Madras an Herrn Prof. Smyth in Edinburgh 41. —
- Berichtigung zu Nr. 1015 und 1029 43. —
- Elemente II und Ephemeride für *luis* und Ephemeride für Harmonia, berechnet von Herrn Pape 45. —
- Elemente und Ephemeride des Planeten Circe für die Opposition 1856, von Herrn Dr. Klinkerfues 47. —

Construction einer Tafel für den *lapsus hyperbolicus* innerhalb der Grenzen $t = \frac{a}{k} \sqrt{\frac{a}{\mu}}$ und t unendlich.

Von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung von № 1034 der A. N.)

§ 18.

Da aber die Gleichung (55) mit Hülfe von Logarithmen-Tafeln berechnet wurde und überdies nur genähert ist, so konnte hier und da noch eine kleine Unrichtigkeit der 8^{ten} geltenden Ziffer von x um eine Einheit obwalten; um diesen Zweifel zu beseitigen, dient folgendes Verfahren, ähnlich dem schon in § 11 beschriebenen. Man vermindere und vermehre den (in 8 geltenden Ziffern ausgedrückten) 3^{ten} Näherungswert von x um eine halbe Einheit der letzten Decimale, und wende die Gleichung (54) § 17 von neuem an; dadurch muss man zwei Werthe von $\log \text{nat } r$ erhalten, wovon der erste etwas zu klein und der zweite etwas zu gross ist.

$$A = \frac{x+1+\frac{1}{2}\Delta x}{x(x+2)} \Delta x; \dots \dots \dots (56)$$

$$C = \frac{1}{4} AB; \quad D = \frac{3}{4} AC; \quad E = \frac{1}{4} AD; \dots \dots \dots$$

$$\Delta \tau = B - C + D - \dots - \frac{\Delta x + B - C + D - \dots}{x+1+\frac{1}{2}\Delta x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x + B - C + D - \dots}{x+1+\frac{1}{2}\Delta x} \right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta x + B - C + D - \dots}{x+1+\frac{1}{2}\Delta x} \right)^3 + \dots \dots \dots (58)$$

$$\text{der zu bestimmende Einfluss} = \frac{\Delta \tau}{r} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta \tau}{r} \right)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta \tau}{r} \right)^3 - \dots \dots \dots (59)$$

Und zwar kann die Summirung der Reihen (58) und (59) auf eine höchst einfache Art geschehen. Da nämlich das durch die Gleichung (55) § 17 gefundene $\sqrt{\Delta x^2}$ für $\log r = 0$ bis 5,8 überall kleiner ist als 2, so ist in der Gleichung (56) $x+1+\frac{1}{2}\Delta x < x+2$, also auch $\sqrt{\Delta x^2} < \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2}$.

Wird nun x überall in 6 geltenden Ziffern ausgedrückt, so ist (weil bei richtiger Rechnung $\sqrt{\Delta x^2}$ nirgends den Werth einer ganzen Einheit der 6^{ten} geltenden Ziffer erreichte) $\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2} < \frac{1}{100000}$, ja durch Zusammenfassen von je 6 auf einander folgenden und in gleichviel Bruchstellen ausgedrückten Werthen von x und der zugehörigen 10 Werthe von Δx fand sich, indem allemal das absolute Maximum von Δx durch das Minimum von x dividirt wurde,

Bei diesem Theil der Rechnung lassen sich wiederum erhebliche Vortheile anwenden. Man bezeichne nämlich den zweiten Näherungswert von x mit s , und das durch die Gleichung (55) § 17 ermittelte Δx , um eine halbe Einheit der 8^{ten} geltenden Ziffer von x vermindert oder vermehrt, mit Δs , so kann man, die bei der Berechnung der Gleichung (54) bereits angewandten Werthe von $x(x+2)$, $x+1$,

$$\sqrt{s(s+2)}, \quad s+1+\sqrt{s(s+2)} \quad \text{und} \\ \sqrt{s(s+2)} - \log \text{nat } (s+1+\sqrt{s(s+2)})$$

(wofür wir r schreiben wollen) benutzend, den Einfluss von Δs auf den durch die Gleich. (54) zu berechnenden $\log \text{ nat } r$ durch folgende sehr schnell convergirende Reihen berechnen:

$$B = A \sqrt{s(s+2)}; \dots \dots \dots (57)$$

$\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2}$, nirgends grösser als bei $\log r = 0,95$, wo $x = 11,1419$ und $\Delta x = -0,0000045$, also $\frac{\Delta x}{x} = -\frac{1}{322953}$.

Nun ist aber die Reihe $B - C + D - \dots$ für ein positives Δs eine fallende Reihe mit abnehmenden Zeichen, deren zweites Glied, durch das erste dividirt, den Quotienten $\frac{1}{2} A$ giebt, für ein negatives Δs aber eine fallende Reihe mit lauter negativen Gliedern, worin das $n+1$ ste Glied, durch das n te dividirt, den Quotienten $\left(2 - \frac{3}{n+1}\right) A$ giebt, wel-

cher absolut genommen $< 2A$ ist; folglich ist, wenn Δs positiv ist, $B - C + D - \dots$ innerhalb der Grenzen B und $B \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) A$ eingeschlossen, wenn aber Δs negativ ist, $-B + C - D - \dots$ innerhalb der Grenzen $-B$ und $-B \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) A$.

eingeschlossen; um so mehr kann man sagen, dass im ersten Fall $B - C + D - \dots$ zwischen B und $B \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta s}{s}\right)$, d. i.

zwischen B und $B - \frac{B}{2 \frac{s}{\Delta s}}$, im andern Fall aber $-B + C - D$

+ ... zwischen $-B$ und $-\frac{B}{1 + 2 \frac{s}{\Delta s}}$, d. i. zwischen $-B$ und

$-\left(B + \frac{B}{-2 \frac{s}{\Delta s} - 1}\right)$ eingeschlossen, also (wenn man

obigen absolut grössten Werth $\frac{1}{322953}$ substituirt) im ersten

Fall $B - C + D - \dots$ zwischen B und $B - \frac{B}{645906}$ eingeschlossen, im andern Fall aber $-B + C - D + \dots$ zwischen

$-B$ und $-\left(B + \frac{B}{\frac{1}{2} \frac{11,1419}{0,0000345} - 1}\right)$, d. i. zwischen $-B$

$$\frac{\Delta s + B - C + D - \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}} = \frac{\Delta s + \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2)} - \sqrt{s(s+2)}}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}};$$

folglich ist, wenn Δs positiv ist,

$$\frac{\Delta s + B - C + D - \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}} < \frac{\Delta s + \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2 + \frac{2\Delta s}{s})} - \sqrt{s(s+2)}}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}},$$

d. i. $< \frac{\Delta s}{s} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{2}{s}}}{1 + \frac{1}{s} + \sqrt{1 + \frac{2}{s}}}$, also um so mehr $< \frac{\Delta s}{s}$. Ist aber Δs negativ, so ist

$$\frac{-\Delta s - B + C - D + \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}} < \frac{-\Delta s + \sqrt{s(s+2)} - \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2 + \frac{2\Delta s}{s})}}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}},$$

d. i. $< \frac{-\Delta s}{s} \cdot \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{2}{s}}}{1 + \frac{1}{s} + \sqrt{1 + \frac{2}{s}}}$, also um so mehr $< \frac{-\Delta s}{s}$.

Wir brauchen also, um die Summe der $\Delta r - B + C - D + \dots$ ausdrückenden Reihe (58) in sehr enge Grenzen einzuschliessen, nur $-\frac{\Delta s + B - C + D - \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}}$ zu berechnen und resp.

um $\frac{1}{645906}$ seines Werthes zu vermindern oder um $\frac{1}{322952}$ seines Werthes zu vermehren.

Ja bei hinreichend grossem $\log r$ kann man auch die Berechnung von B sparen, und z. B., wenn $\Delta s = \pm 0,00045$ ist, $B - C + D - \dots = \pm 0,0004500 \dots$ setzen. Da sich nämlich das absolute Maximum des durch die Gleichung (55) § 17 berechneten und ohne Rücksicht auf das Komma ge-

und $-(B + \frac{B}{161475})$ eingeschlossen ist. Diese Grenzen sind so eng, dass man, um das zu $\log r = 0$ bis 5,8 gehörige $B - C + D - \dots$ zu berechnen, nirgends nöthig hat A oder die einzelnen Glieder der Reihe $B - C + D - \dots$ zu bestimmen, sondern dass man sich mit der Berechnung der aus (56) und (57) folgenden Gleichung

$$B = \frac{s + 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta s}{s}}{\sqrt{s(s+2)}} \Delta s$$

begnügen und dann B resp. um $\frac{1}{645906}$ seines Werthes vermindern oder um $\frac{1}{161475}$ seines Werthes vermehren kann.

Wir können ferner leicht beweisen, dass

$\left(\frac{\Delta s + B - C + D - \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}}\right)^2$ kleiner ist als $\left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2$. Da nämlich

$B - C + D - \dots = \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2)} - \sqrt{s(s+2)}$, also ist

$$\frac{\Delta s + B - C + D - \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}} = \frac{\Delta s + \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2)} - \sqrt{s(s+2)}}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}};$$

$$\frac{\Delta s + B - C + D - \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}} < \frac{\Delta s + \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2 + \frac{2\Delta s}{s})} - \sqrt{s(s+2)}}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}},$$

$$\frac{-\Delta s - B + C - D + \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}} < \frac{-\Delta s + \sqrt{s(s+2)} - \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2 + \frac{2\Delta s}{s})}}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}},$$

$$\frac{-\Delta s - B + C - D + \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}} < \frac{-\Delta s + \sqrt{s(s+2)} - \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2 + \frac{2\Delta s}{s})}}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}};$$

$$\frac{-\Delta s - B + C - D + \dots}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}} < \frac{-\Delta s + \sqrt{s(s+2)} - \sqrt{(s+\Delta s)(s+\Delta s+2 + \frac{2\Delta s}{s})}}{s + 1 + \sqrt{s(s+2)}};$$

genommenen $\Delta s = 80$ fand (nämlich, wie schon in § 17 ausgedrückt worden, bei $\log r = 4,8$, wo der 2te Näherungswert von s sich = 63106,4, und der 3te Näherungswert sich = 63106,480 fand), so ist das absolute Maximum des in die Gleichung (56) einflussenden Δs ohne Rücksicht auf das Komma = 805. Nun aber ist, wie wir gesehen haben, (innerhalb der Grenzen $\log r = 0$ und $\log r = 5,8$) absolut

genommen $B - C + D - \dots < B \left(1 + \frac{1}{\frac{1}{2} \frac{11,1419}{0,0000345} - 1}\right)$

d. i. $< B \left(1 + \frac{69}{1114181}\right)$, also $< \frac{s + 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta s}{s}}{\sqrt{s(s+2)}}$

$$(d. l. B) = \Delta s \sqrt{1 + \frac{1}{s(s+2)}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta s}{s} \cdot \frac{1}{2 + \frac{2}{s}}\right),$$

$$\text{also } < \Delta s \left(1 + \frac{1}{s(s+2)}\right) \left(1 + \frac{0,0000345}{11,1419} \cdot \frac{1}{2}\right), \text{ also}$$

$$\text{um so mehr } B - C + D - \dots <$$

$$\Delta s \left(1 + \frac{1}{s(s+2)}\right) \left(1 + \frac{0,0000345}{11,1419} \cdot \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{69}{11141831}\right).$$

$$\text{Dagegen ist, wenn } \Delta s \text{ positiv ist, } \sqrt{s(s+2)}(s+\Delta s+2) - \sqrt{s(s+2)}$$

$$(d. l. B - C + D - \dots) = \sqrt{s(s+2)} + 2(s+1)\Delta s + \Delta s^2 - \sqrt{s(s+2)},$$

$$\text{also } > \sqrt{s(s+2)} + 2\sqrt{s(s+2)} \cdot \Delta s + \Delta s^2 - \sqrt{s(s+2)},$$

$$d. l. > \Delta s; \text{ ist aber } \Delta s \text{ negativ, so ist}$$

$$\sqrt{s(s+2)} - \sqrt{s(s+2)}(s+\Delta s+2) (d. l. -B + C - D + \dots)$$

$$> \sqrt{s(s+2)} - \sqrt{s(s+2)} + 2\sqrt{s(s+2)} \cdot \Delta s + \Delta s^2, d. l. > -\Delta s;$$

$$\text{überhaupt also ist } (B - C + D - \dots)^2 > \Delta s^2, \text{ von log } \tau = 0$$

$$\text{bis log } \tau = 5,8 \text{ also } B - C + D - \dots \text{ Innerhalb der Grenzen}$$

$$\Delta s \text{ und } \Delta s \left(1 + \frac{1}{s(s+2)}\right) \left(1 + \frac{0,0000345}{11,1419} \cdot \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{69}{11141831}\right),$$

$$d. l. \text{ innerhalb der Grenzen } \Delta s \text{ und } \Delta s \left(2 + \frac{1}{s(s+2)}\right) \frac{44567669}{89134648}$$

$$\text{eingeschlossen. Hieraus, verbunden mit der obigen Bemerkung,}$$

$$\text{dass das absolute Maximum des ohne Rücksicht auf das Komma genommene } \Delta s = 805 \text{ ist, folgt, dass, wenn}$$

$$s(s+2) \text{ grösser ist als das der Gleichung}$$

$$\left(2 + \frac{1}{s(s+2)}\right) \cdot \frac{44567669}{89134648} = \frac{805,01}{805}$$

$$\text{Genügende } s(s+2) (d. l. > \frac{7175394709}{67179,296}, d. l. > 106809,6...),$$

$$\text{die oben erwähnten zwei angehängten Nullen (00...) richtig}$$

$$v = a \left(\log nat y - \log nat z + 2 \frac{z-y}{y} + \frac{1}{2} \left(\frac{z-y}{z+y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{z-y}{z+y} \right)^4 + \dots + \frac{\log \tau}{a} \right).$$

$$-0,000003 - 0,000001 - 0,000001 - 0,000001 - 0,000002,$$

$$\text{unter allen 51 vierten Differenzen aber die absolut-grösste}$$

$$= 0,000007.$$

$$\text{Die zu log } \tau =$$

$$2,2 \quad 2,3 \quad 2,4 \quad 2,5 \quad 2,6 \quad 2,7 \quad 2,8 \quad 2,9 \quad 3,0$$

$$\text{gehörigen } v \text{ haben lauter positive 4te Differenzen, die } \frac{1}{2} \text{ aber mit fast ununterbrochen abwechselnden Zeichen und}$$

$$\text{das absolute Maximum derselben} = 0,000005. \text{ Für log } \tau =$$

$$3,2 \quad 3,4 \quad 3,6 \quad 3,8 \quad 4,0$$

$$\text{sind sich folgende 4te Differenzen (in Einheiten der 6ten}$$

$$\text{Bruchstelle})$$

$$+19 +14 +10 +7 +5 +2 +2 +3 +0 +2,$$

$$\text{also sämtlich positiv und die absolut-grösste} = 0,000019,$$

$$\text{für log } \tau =$$

also (wodurch $B - C + D - \dots$ schon in sehr enge Grenzen eingeschlossen ist). Dieser Grenzwert von $s(s+2)$ entspricht einem zwischen 2,50 und 2,55 liegenden $\log \tau$, weil für $\log \tau = 2,50$ und 2,55 resp.

$$s(s+2) = 104133,644601 \quad s(s+2) = 130607,514404$$

gefunden wurden. Die zwei Nullen können also von $\log \tau = 2,55$ bis $\log \tau = 5,8$ unbedenklich angehängt werden.

$$\text{Was aber die Reihe (59) betrifft, so ist zwar } \left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)^2 > \left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2$$

(weil die vom Centralpunkt abwärts gehende Bewegung eine verzögerte ist); aber die ausgeführte Rechnung zeigt, dass

$$\left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)^2 \text{ nirgends grösser ist als bei log } \tau = 0,95, \text{ wo}$$

$$\tau > 8,91254083 \text{ und } -\Delta \tau < 0,000031767, \text{ also } \frac{-\Delta \tau}{\tau} < \frac{1}{280939},$$

daher braucht man nirgends die einzelnen Glieder der Reihe (59) zu berechnen, sondern man kann sich mit dem ersten

Gliede $\frac{\Delta \tau}{\tau}$ begnügen und dasselbe, wenn Δs positiv ist, um

$$\frac{1}{561118} \text{ seines Werthes vermindern, wenn aber } \Delta s \text{ negativ}$$

$$\text{ist, um } \frac{1}{280938} \text{ seines Werthes vermehren, wodurch } \Delta \log nat \tau$$

in hinreichend enge Grenzen eingeschlossen wird.

§ 19.

Hat man auf diese Weise s in 8 geltenden Ziffern durch strenge Rechnung bestimmt, so findet man, wenn y und z Zähler und Nenner eines von s wenig verschiedenen Bruches bezeichnen, welche aus den Factoren 2, 3, 10 zusammengesetzt sind, v am schnellsten convergirend durch die aus den Gleichungen (19) § 8 und (42) § 13 flussende Gleichung

$$v = a \left(\log nat y - \log nat z + 2 \frac{z-y}{y} + \frac{1}{2} \left(\frac{z-y}{z+y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{z-y}{z+y} \right)^4 + \dots + \frac{\log \tau}{a} \right).$$

$$-0,000003 - 0,000001 - 0,000001 - 0,000001 - 0,000002,$$

$$\text{unter allen 51 vierten Differenzen aber die absolut-grösste}$$

$$= 0,000007.$$

$$\text{Die zu log } \tau =$$

$$2,2 \quad 2,3 \quad 2,4 \quad 2,5 \quad 2,6 \quad 2,7 \quad 2,8 \quad 2,9 \quad 3,0$$

$$\text{gehörigen } v \text{ haben lauter positive 4te Differenzen, die } \frac{1}{2} \text{ aber mit fast ununterbrochen abwechselnden Zeichen und}$$

$$\text{das absolute Maximum derselben} = 0,000005. \text{ Für log } \tau =$$

$$3,2 \quad 3,4 \quad 3,6 \quad 3,8 \quad 4,0$$

$$\text{sind sich folgende 4te Differenzen (in Einheiten der 6ten}$$

$$\text{Bruchstelle})$$

$$+19 +14 +10 +7 +5 +2 +2 +3 +0 +2,$$

$$\text{also sämtlich positiv und die absolut-grösste} = 0,000019,$$

$$\text{für log } \tau =$$

$$6,0 \quad 6,1 \quad 6,2 \quad 6,3 \quad 6,4 \quad 6,5 \quad 6,6 \quad 6,7 \quad 6,8$$

$$6,9 \quad 7,0 \quad 7,1 \quad 7,2 \quad 7,3 \quad 7,4 \quad 7,5 \quad 7,6 \quad 7,7$$

aber die 3te Differenz = - 0,000003. Der Einfluss der 5ten Differenz 0,000005, der 4ten Differenz 0,000019 und der 3ten Differenz 0,000003 auf die Interpolation ist nicht grösser als resp.

$$\frac{3}{256} \cdot 0,000005 = 0,0000005859375$$

$$\frac{3}{128} \cdot 0,000019 = 0,000004453125$$

$$\frac{1}{16} \cdot 0,000003 = 0,0000001875$$

und so ist die Richtigkeit aller für $\log r = 0$ bis 7,5 gefundenen Werthe von v bestätigt, um so mehr, da keiner derselben sich von derjenigen Grösse, um welche der 2te Näherungswert von $\log s$ den in die Tafel wirklich aufzunehmenden $\log r$ übertrifft, um mehr als 0,0000006 unterscheidet.

$$3,1622776601... \quad 31,622776601... \quad 316,22776601...$$

und überhaupt müssen alle diejenigen r , deren Logarithmen sich nur in der Kennziffer unterscheiden, mit denselben Ziffern geschrieben sein, und dürfen sich nur in der Stellung des Komma unterscheiden. So wurde z. B. eine Verbesserung vorgenommen, als das zu $\log r = 6,5$ gehörige s sich = 3162291,5, und das zu diesem s gehörige r sich (anstatt 3162277,6601...) = 3162276; $\frac{1}{2}$... gefunden hatte; die Differenz der Zahlen 3162291,5 und 3162276; $\frac{1}{2}$..., nämlich 14; $\frac{1}{2}$..., ward bestätigt durch die aus der Gleichung (17) § 7 fließende Gleichung

$$s - r = \log \text{nat} (2s) - \frac{1}{2} + \frac{3}{2s} \dots$$

$$\text{vermügte welcher } s - r \text{ sehr nahe} = \log \text{nat} (2r) - \frac{1}{2} + \frac{3}{2r} \dots$$

$$= \frac{1}{2} \log \text{nat} 40000000000000 - \frac{1}{2} + \frac{3}{6324555,320...} \dots = 14,63...$$

ist, und es war daher zu vermuthen, dass das richtige s = 3162277,6601... + 14,63... = 3162292,3 sei; diese Vermuthung bestätigte sich bald durch die Revision der Rechnung, welche Revision übrigens das gefundene v = 0,000002 unverändert liess. Uebrigens wurden auch zu den auf die angeführte Art gefundenen Werthen von r wiederum aus siebenziffrigen Tafeln die Logarithmen aufgeschlagen, wodurch sich $\log r$ =

$$\begin{array}{cccccccc} 0,00 & 0,05 & 0,10 & \dots & 2,70 & 2,8 & 2,9 & \dots \\ 4,0 & 4,2 & 4,4 & \dots & 6,0 & 6,5 & 7,0 & 7,5 \end{array}$$

genau reproduzirt; doch reicht diese Controlle allein nicht zur Constataion der Richtigkeit aller bis dahin geführten Rechnungen aus, da zur Behuf der Construction unserer Tafel in engere Grenzen eingeschlossen werden muss, als es vermittelt siebenziffriger Logarithmentafeln möglich ist.

Bei der Berechnung der Gleichung (43) § 13 ist es,

§ 20.

Dasjenige r , welches zur strengen Berechnung der Gleichung (43) § 13 dient, findet man dadurch, dass man den durch die Gleichung (58) § 18 gefundenen Werth von Δr zu dem aus dem 2ten Näherungswert von s berechneten r addirt. Hierbei bleibt es noch manche Gelegenheit; kleine Fehler zu verbessern, die sich auf andern Wege schwer entdecken lassen. Die zu $\log r$ =

$$0,00 \quad 1,00 \quad 2,00 \quad 3,0 \quad 4,0 \quad 5,0 \quad 6,0 \quad 7,0$$

$$\text{gehörigen } r \text{ müssen nämlich resp.} = 1 \quad 10 \quad 100 \quad 1000 \quad 10000 \quad 100000 \quad 1000000$$

$$\text{sein, die zu } \log r = 0,50 \quad 1,50 \quad 2,50 \quad 3,5 \quad 6,5 \quad 7,5$$

$$\text{gehörigen aber (weil } \sqrt{10} = 3,1622776601\dots) \text{ resp.} = 3162,2776601\dots \quad 316227,76601\dots \quad 31622776,601\dots$$

wenn $\log r > 1,50$, also $s - r$ sehr klein gegen s ist, vortheilhaft, $\frac{r}{s}$ durch die Gleichung

$$\frac{r}{s} = 1 - \frac{s - r}{s}$$

zu berechnen.

Die auf diese Art in 5 Bruchstellen berechneten Werthe von $\frac{dv}{d \log r}$ wurden gleichfalls der Differenzen-Controlle unterworfen. Die 3ten Differenzen der für $\log r$ =

$$0,00 \quad 0,05 \quad 0,10 \quad \dots \quad 1,40$$

berechneten Werthe von $\frac{dv}{d \log r}$ finden sich (mit Ausnahme

der 3ten Differenz = + 0,00001, welche mit dem Intervall $\log r = 0,20$ bis 0,25 in einerlei Horizontallinie zu stehen kommt) negativ (ja sogar die 10 dritten Differenzen, welche aus den zu $\log r = 0,55$ bis 1,15 gehörigen $\frac{dv}{d \log r}$ gebildet

werden, constant = - 0,00002; darauf folgen, aus den zu $\log r = 1,30$ bis 2,45 gehörigen $\frac{dv}{d \log r}$ gebildet, 21 dritte

Differenzen mit fast ununterbrochen abwechselnden Zeichen, wovon das absolute Maximum = 0,00003; weiterhin bleibt (bis zu $\log r = 2,70$) die 3te Differenz positiv. Es leuchtet ein, dass die angeführten Werthe 0,00001 und 0,00003 nur von den in $\frac{dv}{d \log r}$ weggelassenen 6ten Bruchstellen her-

rühren, um so mehr, da von allen 51 Werthen Differenzen (deren Zeichen fast ununterbrochen abwechseln) das absolute Maximum nicht grösser ist als 0,00006. Die zu $\log r =$

1,00 bis 2,30 gehörigen $\frac{dv}{d \log r}$ geben lauter positive 3te Differenzen, die

4^{tes} aber mit ununterbrochen abwechselnden Zeichen und das absolute Maximum derselben = 0,00005. Für $\log r =$

3,2 3,4 3,6 . . 6,0

finden sich die 3^{tes} Differenzen wieder sämtlich positiv (mit Ausnahme der 3^{tes} Differenz = -0,00002, welche mit dem Intervall $\log r = 5,2$ bis 5,4 in einerlei Horizontal-Linie zu stehen kommt, — wieder eine Folge der in $\frac{dv}{dy}$ weggelas-

senen 6^{tes} Bruchstellen), die 4^{tes} Differenzen aber (in Einheiten der 3^{tes} Bruchstelle) =

-2 -4 0 -3 0 -1 0 +1 -4 +4 -2,

also fast sämtlich negativ und die absolut-grösste = 0,00004, für $\log r =$

6,0 6,5 7,0 7,5

aber die 3te Differenz = +0,00001.

(Fortsetzung folgt.)

Mesures micrométriques des Étoiles doubles et triples, faites par Mr. le Baron Dembowski.

(Fortsetzung von Nr. 1032 der A.N.)

S. 2909 — ζ Aquarii.

A = 3,9 blanche; B = 4,3 blanche.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	I.
1854,749	3 ^h 94	37	345 ^o 2	18	10 ^o D
— 757	3,76	37	345,2	40	20, D
— 921	3,79	43	343,9	49	20, D
— 919	3,67	71	345,4	47	20, D
— 954	3,82	87	345,2	36	30, D
— 970	3,77*	95	344,8	50	20, D

Moyenne = 1854,88.....3,745.....344,89

S. 2947 — Anonyme.

A = 7,4 blanche; B = 7,6 blanche.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	I.
1854,581	3 ^h 46	80	251 ^o 1	40	70 ^o D
— 584	3,32	70	251,0	35	0, —
— 592	3,28	50	69,8	25	80, D
— 606	3,40	70	71,3	35	60, D
— 614	3,24	70	71,2	35	90, —

Moyenne = 1854,59.....3,350.....70,96

S. 2950 — Cephei 241.

A = 6,9 jaune; B = 7,9 cendré.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	I.
1854,642	2 ^h 54	29	315 ^o 6	31	10 ^o G
— 702	2,33	39	317,9	23	50, G
— 707	2,27	80	317,3	41	30, G
— 718	2,15	63	316,2	40	30, G
— 751	2,51	53	315,4	33	10, G

Moyenne = 1854,70.....2,328.....316,44

S. 2988 — Aquarii 284.

A = 7,7 blanche; B = 8,2 blanche.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	I.
1854,639	3 ^h 59	38	279 ^o 6	43	80 ^o G
— 705	3,53	73	279,7	45	80, G
— 803	3,74	30	280,4	37	80, G

Moyenne = 1854,72.....3,594.....279,89

S. 3001 — α Cephei.

A = 5,1 blanc jauné clair; B = 7,9 azur - sdr.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	I.
1854,674	2 ^h 78	47	181 ^o 5	23	40 ^o G
— 792	2,64	50	184,9	26	50, G
— 811	2,63	37	183,2	32	60, G
— 880	2,24	35	183,6	24	70, G
— 935	2,52	95	183,6	34	70, G

Moyenne = 1854,82.....2,570.....183,97

S. 3049 — α Cassiopeiæ.

A = 5,3 blanche, sdr; B = 7,7 bleu-cendré, sdr.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	I.
1854,626	2 ^h 86	34	323 ^o 9	33	80 ^o G
— 699	2,92	61	326,6	45	60, G
— 1865,001	3,12	71	323,9	38	40, G

Moyenne = 1854,77.....2,993.....324,95

S. 3050 — Andromedæ 37.

A = 6,0 blanche; B = 6,8 blanche.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	I.
1854,632	3 ^h 61	34	197 ^o 1	39	45 ^o D
— 639	3,77	85	197,1	43	45, D
— 696	3,44	56	196,7	29	80, G
— 721	3,64	50	193,8	27	80, G
— 724	3,75	78	195,9	42	80, G

Moyenne = 1854,68.....3,665.....196,51

S. 3062 — Anonyme.

A = 6,8 blanc-rougeâtre; B = 8,8 douteuse, quelquefois comme A, d'autre fois cendré.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	I.
1854,880	Cuséiforme	249 ^o 4	21	30 ^o D	
— 899	Bien app.	250,5	36	50, D	
— 970		249,6	45	40, D	
1855,001		249,6	37	30, D	
— 078		250,6	32	10, G	
— 091		250,1	31	20, D	

Moyenne = 1854,99.....249,88

Actuellement elles sont plus de 1^{re} distantes.

S. 3127 — δ Hercules.

A = 3,0 jaune clair; B = 9,1 azur.

Epoque	Distance	p.	Position	p.	L.
1854,770	21 ^h 88	38	178 ^o 4	16	50 ^o D
— 773	22,18	63	177,9	46	50, D
— 814	21,84	70	178,4	42	60, D
— 831	21,98	13	179,2	13	60, D
1855,168	21,80	23	176,0	27	80, G
— 273	21,79	40	176,1	20	50, G

Moyenne = 1854,94. 21,928. 177,64

Mesures douteuses.

J'ai placé dans cette classe toutes les étoiles que je n'ai observées qu'une seule fois.

S. 427. — Tauri 34.

A = 7,0 azur clair, douteux; B = 8,0 azur clair, douteux.

1855,116 — 6^h 82 36 208^o 9 31 30^o D

S. 753 — 26 Aurigae.

A = 5,0 jaune clair, assez sûr; B = 7,5 azur, assez sûr.

1855,130 12^h 29 63 267^o 5 35 30^o G

S. 1311 — Canceri 194.

A = 7,0 blanc azur; B = 8,0 blanche.

1855,140 7^h 27 47 200^o 6 25 10^o DS. 1821 — α Bootis.

A = 4,0 jaune clair; B = 6,0 cendré-olivâtre, sûr.

1855,231 12^h 61 25 238^o 0 19 80^o D

S. 2373 — Anonyme.

Grandeurs et couleurs non notées.

1853,595 4^h 13 80 342^o 0 15 80^o D

S. 2995 — Anonyme.

Grandeurs et couleurs non notées.

1852,866 4^h 27 100 24^o 3 20 60^o G

S. 2281 — 73 Ophiuchi.

A = 7,0, B = 9,5; air très défavorable, couleurs non notées.

1855,303 1^h 5 + ensuite ... 25^h 4 26 90^o —

Mesures Rejetées.

Dans ce nombre j'ai mis toutes celles qui ne s'accordent ni avec les mesures de Mr. Struve, ni avec les mesures faites postérieurement.

S. 716 — 118 Tauri.

Epoque	Position	p.	L.
1851,997	200 ^o 2	6	40 ^o D
1852,039	199,6	16	—
— 053	199,9	6	—
— 193	200,4	4	—
— 223	202,0	10	—
— 264	201,5	10	—
— 272	201,1	12	—
— 283	200,0	14	—

Moyenne = 1852,16. 200,54

1854,85. 197,47.

Moyenne des mesures postérieures.

S. 774 — ζ Orionis.1854,198 15^h 97 5 40^o D

Cette position a été prise en de très mauvaises circonstances atmosphériques. Je l'ai rejetée parce qu'elle diffère de 6^{es} de la moyenne de toutes les autres, qui sont comprises entre 149^o 3 et 153^o 2.

S. 1835 — P. XIV. 69.

1853,504	189 ^o 5	20	30 ^o D
— 509	190,5	20	—
— 513	191,4	40	—
— 515	190,7	30	—
— 517	190,9	30	—

Moyenne = 1853,51. 190,73

1855,10. 186,68. Mesures postérieures.

S. 2104 — Anonyme.

1853,590	24 ^h 4	10	40 ^o D
1855,21	19,7	—	—

Cette position est évidemment erronée — celle prise en 1855 est identique à celle de Mr. Struve.

S. 2382 — δ Lyrae.

1853,613	25 ^o 5	30	60 ^o D
— 627	25,2	25	—
— 633	23,1	30	—
— 638	23,8	40	—
— 646	25,3	25	—

Moyenne = 1853,63. 24,48

1854,81. 20,52. Mesures postérieures.

La position moyenne pour 1853 est en contradiction avec celle que j'ai obtenu en 1854, et répugne ouvertement avec la progression décroissante des angles antérieurs pris par d'autres observateurs.

Notiz über die Eigenbewegung von Lalande 8025 und Groombridge 1646, von Herrn Stud. Winnecke.

Der von Herrn Dr. Oudemans bei seinen letzten diesjährigen Proserpina-Beobachtungen gebrauchte Vergleichstern Lalande 8025 scheint zufolge der von Lalande und Bessel beobachteten Positionen eine nicht unbeträchtliche Eigenbewegung in Deklination zu besitzen. Da jene Gegend des Himmels bei Bekanntwerden dieser Bemerkung schon am Tage kulminirte, so habe ich bei dem Interesse, welches alle Sterne von stärkerer Eigenbewegung erregen, das fragliche Object im April d. J. mit einem benachbarten Sterne in Deklination verglichen, wodurch sich $\Delta\delta = 2'19''08$ ergab. Der Vergleichstern ist einmal von Lalande und zweimal von Bessel beobachtet und es findet sich seine Deklination mit guter Uebereinstimmung:

1855,0	$\delta = +23^{\circ}42'32''2$	Lal. 7904
	29.4	B.Z. 395
	30.9	B.Z. 621

Im Mittel $+23^{\circ}42'30''8$

Mittlerer Ort 1850,0.

Epoche	1790,13	$\alpha = 154^{\circ}41'29''8$	$\delta = +2''1$
(1810 $\pm$	37.1	-1.5	
1841,24			
1842,28	42.8	-1.0	
1843,22	38.4	$+3.7$	
1845,28			
1847,26	43.6	-0.8	
1848,30	41.6	$+1.2$	
1849,26			
1852,24			
1855,16			

Um die Eigenbewegung unabhängig von den constanten Fehlern der Cataloge abheben zu können, stud diese Positionen gleich auf den Argelander'schen Catalog reducirt; zu diesem Ende habe ich mich folgender Relationen bedient:

Arg.—Groombr.	$+1''3$	$+19'19''$	in AR (Struve, Cat. gen.)
Arg.—Johnson	-1.0		" " Oudemans, observ.
Arg.—Johnson	-1.3		in Decl. opt instr. trans.
Arg.—Oudem.	-0.1		iste. pag. 71.

1850,0 $\alpha = 154^{\circ}41'43''1$ $\delta = \pm 0''64$ $\delta = +49^{\circ}35'1''1$ $\delta = \pm 0''34$
 Eigenbewegung in $\alpha = +0''188$ $\alpha = \pm 0''034$ in $\delta = -0''960$ $\delta = \pm 0''035$

Mit diesen Werthen bleiben bei den einzelnen Positionen die oben angesetzten Fehler zurück. Die Eigenbewegung in Rectascension und Declination habe ich als gleichförmig angesehen, da die geringen Veränderungen derselben weit innerhalb der wahrscheinlichen Fehler der gefundenen Werthe bleiben. Die Position 1855,16 beruht auf einer vollständigen Beobachtung des Sternes am Passageninstrumente im ersten

Die Deklinationen von Lal. 8025 für 1855,0 sind nun folgende:

Epoche	1795,8	$\delta = +23^{\circ}40'27''8$	Lalande
	1801,0	25.4	"
	1828,2	10.1	Bessel
	1832,2	9.6	"
	1855,4	11.7	(Fadenmicrometer)

Die Eigenbewegung des Sterns ist also noch zweifelhaft.

Die Eigenbewegung von Groombridge 1646, auf die Herr Dr. Oudemans vor einiger Zeit (A. N. 889) aufmerksam gemacht hat, findet eine vortreffliche Bestätigung in dem von Fedorenko reducirten Cataloge der Lal. nördl. Zonen, so wie in den spätern Beobachtungen.

Das Material, was über den Stern vorliegt, wird ziemlich vollständig folgendes sein:

Epoche	1790,13	$\alpha = 154^{\circ}41'29''8$	$\delta = +2''1$	Lalande
(1810 $\pm$	37.1	-1.5		
1841,24				
1842,28	42.8	-1.0		
1843,22	38.4	$+3.7$		
1845,28				
1847,26	43.6	-0.8		
1848,30	41.6	$+1.2$		
1849,26				
1852,24				
1855,16				

Die übrigen Positionen basiren auf dem Argelander'schen Cataloge.

Schliesst man nun die Beobachtung von Groombridge der unbestimmten Epoche halber aus, so folgt aus den übrigen, wenn den Zonenbeobachtungen von Lalande und Argelander das Gewicht von resp. $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{2}$ gegeben wird und δ den wahrscheinlichen Fehler des Resultats bedeutet:

1850,0 $\alpha = 154^{\circ}41'43''1$ $\delta = \pm 0''64$ $\delta = +49^{\circ}35'1''1$ $\delta = \pm 0''34$
 Eigenbewegung in $\alpha = +0''188$ $\alpha = \pm 0''034$ in $\delta = -0''960$ $\delta = \pm 0''035$

Vertical bei Kreis Nord, Stern Ost und Kreis Süd, Stern West, unter Annahme der Polhöhe des Beobachtungs-Ortes $= 52^{\circ}30'16''60$. Der wahrscheinliche Fehler einer meiner Beobachtungen von Zenithalsternen an diesem Instrumente beträgt $\pm 0''45$, so dass obige Beobachtung etwa denselben Werth haben wird, wie die übrigen.

A. Winnecke.

Correctionen der Elemente und Ephemeride der Amphitrite.

In meine Elemente der Amphitrite und die darauf basirte Oppositions-Ephemeride (A. N. № 1012) hat sich dadurch ein kleiner Fehler eingeschlichen, dass ich bei Berechnung der Differential-Quotienten des Knotens in die Störungen eine falsche Constante eingeführt hatte, welcher Fehler erst bei Weiterführung der Störungen entdeckt wurde. Ich habe daher die Verhesserung der Elemente sowohl, als die Berechnung der Oppositions-Ephemeride wiederholt, und bitte, statt der in № 1012 gegebenen Elemente für die diesjährige Opposition die nachstehenden zu substituiren.

1856 Nov. 24, 0 m. Zt. Berlin.

$M = 5^h 49^m 21^s$

$\Omega = 356^{\circ} 14' 13''$ m. Aeq. d. Ep.

$i = 6^{\circ} 7' 54''$

$\phi = 4^{\circ} 9' 31''$

$\mu = 869'' 10416$

An die Ephemeride in № 1012 S. 61, 52 sind in Folge dieser Änderungen als Correctionen anzubringen:

m. Zt. Berl.	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$	$\Delta \log \Delta$
Nov. 4, 5	+3' 43	-12' 0	-18
8, 5	3 45	10 9	23
12, 5	3 53	10 6	26
16, 5	3 58	9 0	33
20, 5	3 60	8 1	33
24, 5	3 58	7 9	35
28, 5	3 49	6 6	43
Dec. 2, 5	3 48	4 9	46
6, 5	3 38	4 4	45
10, 5	3 36	4 1	47
14, 5	3 34	2 8	49
18, 5	+3 26	+0 9	+48

Einheiten der

Ein.

Decimale.

Breslau 1856 Juli 8.

W. Gänther.

Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altonaer Sternwarte, von Herrn Observator Schumacher.

Ceres. (Verglichen mit der Ephemeride im Berl. Jahrb.)

1855	M. Zt. Altona	α	$\Delta \alpha$ R-B	δ	$\Delta \delta$ R-B
Oct. 19	12 ^h 52 ^m 32 ^s 3	2 ^h 44 ^m 7 ^s 40	+4' 22	—	—
22	12 38 13.3	41 35.93	+4.38	+ 3° 34' 52'' 8	-8' 5
23	12 33 25.8	40 44.18	+4.38	32 15.7	-5.6
31	11 54 49.4	33 33.78	+4.74	14 20.9	-7.0
Nov. 2	11 45 7.8	31 43.71	+4.68	10 44.1	-7.0
8	11 16 4.9	26 15.49	+4.69	2 32.8	-9.8
9	11 11 15.6	25 21.88	+4.48	3 1 37.2	-11.5
13	10 52 2.1	21 51.37	+4.50	2 59 3.2	-8.6

Uranus. (Verglichen mit der Ephemeride im Berl. Jahrb.)

	M. Zt. Altona	α	$\Delta \alpha$ R-B	δ	$\Delta \delta$ R-B
Oct. 31	12 ^h 28 ^m 45 ^s 7	3 ^h 7 ^m 35 ^s 70	+13' 92	+17 13 46' 4	+57' 8
Nov. 2	12 ^h 20 34.4	7 16.12	+13.80	12 27.5	+57.8
8	11 55 59.2	6 16.31	+13.91	8 29.2	+55.9
9	11 51 53.5	6 6.43	+13.76	7 50.9	+53.8
13	11 35 30.0	5 26.26	+13.79	5 8.9	+54.0

Parthenope. (Verglichen mit Luther's Ephem. in № 978 d. A. N.)

	M. Zt. Altona	α	$\Delta \alpha$ R-B	δ	$\Delta \delta$ R-B
Oct. 31	12 ^h 48 ^m 53 ^s 7	3 ^h 27 ^m 47 ^s 00	-1' 05	+11° 5' 15' 6	+0' 1
8	12 9 45.0	20 4.42	-0.85	10 35 42.1	+0.5
9	12 4 49.7	19 4.78	-0.93	10 32 17.4	+3.4
13	11 45 6.9	15 4.97	-0.76	10 19 4.2	+1.9

Inhalt.

- (Zu Nr. 1036.) Construction einer Tafel für den *laplace hyperbolicus* u. a. w. (Fortsetzung von Nr. 1034) von Herrn Dr. Lehmann 49.
 Mesures micrométriques des Étoiles doubles et triples, faites par Mr. le Baron Dembowski (Fortsetzung von Nr. 1032) 57.
 Notiz über die Eigenbewegung von Ialoude 8025 und Groombridge 1616, von Herrn Stud. Wincke 62.
 Correctionen der Elemente und Ephemeride der Amphitrite 63.
 Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altonaer Sternwarte, von Herrn Observator Schumacher 63.

Altona 1856. Juli 19.

Construotion einer Tafel für den *lapsus hyperbolicus* innerhalb der Grenzen $t = \frac{a}{x} \sqrt{\frac{a}{u}}$ und t unendlich.

Von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung von № 1036 der A.N.)

§ 21.

Zum Behuf der Berechnung der Gleichungen (49) bis (52) § 15 hat man zu dem bei der Berechnung der Gleichung (43) § 13 gefundenen $\sqrt{1 + \frac{2}{s}}$ den Logarithmus anzuschlagen; hier giebt es wieder Gelegenheit zu kleinen Verbesserungen, indem $\log \sqrt{1 + \frac{2}{s}}$ mit dem vorher vermittelst der Tafeln der Additions-Logarithmen aus dem ersten Näherungswerth von $\log s$ gefundenen $\log \sqrt{1 + \frac{2}{s}}$ durch die Näherungsgleichung

$$\Delta \log \sqrt{1 + \frac{2}{s}} = - \frac{\Delta \log s}{s + 2}$$

zusammenhängt; bei dieser Controlle darf die Abweichung höchstens 0,0000001 betragen. Eine ähnliche Gelegenheit zu kleinen Verbesserungen findet sich, indem man zum Behuf der Berechnung derselben Gleichungen (49) bis (52) den Logarithmus des definitiven Werths von s aus siebenziffrigen Logarithmen-Tafeln aufschlägt; die Abweichung desselben vom 2ten Näherungswerth von $\log s$ darf nirgends über 0,0000001 betragen; und wenn man von dem zuletzt gefundenen $\log s$ den $\log x$ abzieht, so darf der dadurch entstehende Werth von v sich von dem durch strenge Rechnung in 6 Bruchziffern gefundenen v nirgends um mehr als 0,0000005 unterscheiden.

Die Berechnung der Gleichungen (49) bis (52) giebt den von $\frac{d^2 v}{(d \log x)^2}$ herrührenden (oder, was dasselbe sagt, den von x abhängenden) Theil von $\frac{Z}{a}$ als Differenz zweier sehr wenig von einander verschiedener Grössen; daher haben wir die Rechnung mit siebenziffrigen Tafeln durchgeführt. Die gewöhnliche kleine Differenz ist verhältnissmässig desto kleiner, je grösser x . Der verschiedenen Grad der Zuverlässigkeit nach den kleineren und grösseren Intervallen $\Delta \log x$ können wir folgendermassen beurtheilen.

Die ausgeführte Rechnung zeigt, dass $\frac{d^2 v}{(d \log x)^2}$ positiv ist für $\log r = 0,00$ bis 0,70, negativ aber für $\log r = 0,75$ bis 6,5 (für $\log r = 7,0$ und 7,5 brauchte $\frac{Z}{a}$ nicht berechnet zu werden; weil von $\log r = 6,5$ an überhaupt v nicht in Anschlag kommt, und also die Interpolation zwischen den Tafel-Werthen von v unbedenklich mit Vernachlässigung von Z geschehen kann). Der kleinste unter allen 79 berechneten

Werthen von $\log \left(\left(1 + \frac{2 + \frac{9}{x}}{s^2} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)$ zeigt sich bei $\log r = -1,60$, und ist = 0,4670496; der kleinste Werth von $\log \left(\frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) \right)$ aber, findet bei $\log r = 1,65$ statt, und ist = 0,4696440. Der kleinste Werth von $\frac{r}{s}$ findet

(weil v von $\log r = 0$ bis $\log r = 7,5$ ununterbrochen abnimmt) bei $\log r = 0$ statt, und sein Logarithmus ist = -0,2802500. Folglich ist weder $\log \left(\left(1 + \frac{2 + \frac{9}{x}}{s^2} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)$ noch $\log \left(\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) \right)$ irgendwo $< 0,4670496 - 0,2802500$;

d. h. $< 0,1867996$. Nun aber werden $\frac{r}{s} \left(1 + \frac{2 + \frac{9}{x}}{s^2} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}}$ und $\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$, um die von r abhängigen Glieder

von $\frac{Z}{a}$ zu geben, zufolge der Gleichungen (49) bis (52) § 15 resp. mit $\frac{34375}{a^2 x^2}$ und $\frac{279}{a^2 x^2}$ multiplicirt; der Logarithmus eines solchen Gliedes ist also nirgends $< 0,1867996 + \log \frac{34375}{a^2 x^2}$, d. h. nirgends $< 1,3045706$.

Dagegen ist der von r unabhängige Theil von $\frac{Z}{\alpha}$ zufolge der Gleichungen (49) bis (52) § 15 resp. =

$$\begin{array}{cccc} 0^{\circ}405 & 0^{\circ}486 & 0^{\circ}648 & 1^{\circ}134 \\ \alpha\pi & \alpha\pi & \alpha\pi & \alpha\pi \end{array}$$

also sein Logarithmus mit Rücksicht auf das Zeichen nirgends $> \log \frac{1,134}{\alpha\pi}$, d. i. nirgends $> 9,91868$; wir sehen also,

dass in jedem Werth von $\frac{Z}{\alpha}$ unter den 3 Theilen, wovon zwei von r abhängig sind, einer aber von r unabhängig ist, der absolut kleinste der von r unabhängige ist; dieser Theil kann also ganz unbeachtet bleiben, wenn von der Bestimmung des Grades der Zuverlässigkeit der gefundenen numerischen Werthe von $\frac{Z}{\alpha}$ die Rede ist; wir haben vielmehr nur

den grössten Werth von $\frac{r}{s} \left(r^2 - \frac{2}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}}$

und von $\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$ innerhalb des von $\log r = 0,00$

bis $\log r = 2,70$ gehenden Bereichs der Tafel, den grössten Werth derselben Grössen innerhalb des von $\log r = 2,7$ bis $\log r = 4,0$ gehenden Bereichs, den grössten Werth derselben Grössen innerhalb des Bereichs $\log r = 4,0$ bis $6,0$ und die Werthe derselben Grössen für $\log r = 6,0$ und $6,5$ zu berücksichtigen. Hieraus (verbunden mit dem vorher bemerkten zwischen $\log r = 0,70$ und $\log r = 0,73$ stattfindenden Uebergange von $\frac{d^2v}{(d \log r)^3}$ aus dem Positiven ins

Negative) folgt, dass wir nur den grössten Werth von

$\frac{r}{s} \left(r^2 - \frac{2}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}}$ innerhalb des von $\log r = 0,00$ bis $\log r = 0,70$ gehenden Bereichs der Tafel, den

$\log \frac{3,375}{\alpha^2\pi} = 1,1177710$ $\log \frac{3,375}{\alpha^2\pi} = 1,1177710$ $\log \frac{27}{\alpha^2\pi} = 1,4855187$ $\log \frac{3,375}{\alpha^2\pi} = 1,4855187$ $\log \frac{27}{\alpha^2\pi} = 1,5872460$

Nehmen wir nun wiederum, wie in § 11, jeden siebenziffrigen Logarithmus um 0,00000025 zweifelhaft an, so finden wir die Logarithmen derjenigen Grössen, um welche die zu den eben herausgebrachten Logarithmen

gehörigen Zahlen zweifelhaft sind, dadurch, dass wir von jedem dieser fünf Logarithmen $\log(4000000\alpha)$, d. h. 6,2398443, subtrahiren; das giebt:

$$5,2456744. \quad 5,3474017.$$

Hieraus sehen wir, dass, wenn wir die Gleichungen (49) bis (52) § 15 mit Hilfe siebenziffriger Tafeln der Additions- und Subtractions-Logarithmen berechnen, in den dadurch herausgebrachten Werthen von $\frac{Z}{\alpha}$ von $\log r = 0,00$ bis $\log r = 2,70$ die Zehntausendtel-Seconden, von $\log r = 2,7$ bis $\log r = 4,0$ die Tausendtel-Seconden, von $\log r = 4,0$

grössten Werth von $\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$ innerhalb des Bereichs $\log r = 0,75$ bis $2,70$, den grössten Werth von

$\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$ innerhalb des Bereichs $\log r = 2,7$ bis $4,0$, den grössten Werth von $\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$ inner-

halb des Bereichs $\log r = 4,0$ bis $6,0$ und die Werthe von $\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$ für $\log r = 6,0$ und $6,5$ in Betracht zu ziehen haben. Die Ausführung der Rechnung zeigt, dass, während $\log r$ von $0,00$ bis $0,70$ wächst, auch

$\frac{r}{s} \left(r^2 - \frac{2}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}}$ ununterbrochen wächst;

dass wächst $\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$ von $\log r = 0,75$ bis $\log r = 1,65$ ununterbrochen. Und da $\frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$ auch von

$\log r = 1,65$ bis $\log r = 6,5$ ununterbrochen wächst, und

dagegen $\frac{r}{s}$ abnimmt, so wächst $\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right)$ auch von

$\log r = 1,65$ bis $\log r = 6,5$ ununterbrochen. Wir haben

also nur den Werth von $\log \left(\frac{r}{s} \left(r^2 - \frac{2}{s} + 1 \right) \sqrt{1 + \frac{2}{s}} \right)$

für $\log r = 0,70$ und die Werthe von $\log \left(\frac{r}{s} \cdot \frac{3r}{s} \left(1 + \frac{3}{s} \right) \right)$ für $\log r =$

$$2,7 \quad 4,0 \quad 6,0 \quad 6,5$$

zu berücksichtigen, und zu diesen 5 Werthen resp.

$$\log \frac{3,375}{\alpha^2\pi} \quad \log \frac{3,375}{\alpha^2\pi} \quad \log \frac{27}{\alpha^2\pi} \quad \log \frac{216}{\alpha^2\pi} \quad \log \frac{3375}{\alpha^2\pi}$$

zu addiren.

$$\begin{array}{ccccc} 0,4764844 & 0,4771108 & 0,4771108 & 0,4771177 & 0,4771177 \\ 2,0208610 & 2,9239509 & 2,9239509 & 4,1177710 & 4,1177710 \\ 2,3973394 & 3,4010617 & 3,4010617 & 4,5948887 & 4,5948887 \end{array}$$

2,4973394 3,4010617 4,5948887

6,2574951. 7,1612174. 8,350444.

bis $\log r = 6,0$ die Hundertel-Seconden und von $\log r = 6,0$ bis $\log r = 6,5$ die Zehntel-Seconden sicher sind. In so

viel Bruchtheilen werden wir also jedesmal $\frac{Z}{\alpha}$ aussetzen

haben, um daran eine unzweideutige Differenz- Centrale

anbringen zu können. Wir fanden:

zeigt also, dass $\frac{Z}{s}$, auch um seinen grössten Fehler vermehrt, immer noch unter einer Secunde bleibt. Dies Resultat bestätigt sich noch mehr (und giebt dadurch zugleich eine unzweideutige Controlle der Richtigkeit der numerischen Rechnung für das Intervall $\log r = 6,0$ bis $6,5$, wo die Werthe von $\frac{Z}{s}$ nicht der Differenzen-Controlle zugänglich sind), wenn wir $\frac{Z}{s}$ genauer bestimmen; dadurch dass wir den Ausdruck (52) § 15 in eine (für so grosse Werthe von s äusserst schnell convergirende) Reihe auflösen.

$$\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s}\right) = 3 - 3 \frac{\log \text{nat}(2s) - 4}{s} - 9 \frac{2 \log \text{nat}(2s) - 1}{2s^2} \dots \quad (61)$$

Erheben wir aber beide Seiten der Gleichung (61) ins Quadrat, multipliciren wir die dadurch entstehende Gleichung mit $2 + \frac{9}{s}$, addiren wir zu der dadurch entstehenden Gleichung die identische Gleichung $1 = 1$, und multipliciren wir die dadurch entstehende Gleichung mit $1 + \frac{1}{s} - \frac{1}{2s^2}$, so finden wir

$$\left(2 + \frac{9}{s} + 1\right) \sqrt{1 + \frac{1}{s} - \frac{1}{2s^2}} = 3 - 4 \frac{\log \text{nat}(2s) - 4}{s} + \frac{2(\log \text{nat}(2s))^2 - 26 \log \text{nat}(2s) + 27}{s^2} \dots \quad (62)$$

Subtrahirt man die Gleichung (63) von (62), und multiplicirt man die dadurch entstehende Gleichung mit der aus (61) fliessenden Näherungsgleichung

$$\frac{1^{\circ}134}{\pi^2} \cdot \frac{62500}{21s^2} \cdot \frac{\tau}{s} = \frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \left(1 - \frac{\log \text{nat}(2s) - 1}{s}\right), \dots \quad (64)$$

so findet sich der von τ abhängige Theil von $\frac{Z}{s} =$

$$\frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \cdot \frac{\log \text{nat}(2s) - 4}{s} \left(1 - \frac{6(\log \text{nat}(2s))^2 - 44 \log \text{nat}(2s) + 53}{2s \log \text{nat}(2s) - 8s}\right). \dots \quad (65)$$

Hier ist noch s durch τ vermittelt der Gleichung (64) auszudrücken. Diese giebt

$$s = \tau \left(1 + \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 1}{\tau}\right),$$

also

$$\log \text{nat}(2s) - 4 = \log \text{nat}(2\tau) - 4 + \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 1}{\tau} = (\log \text{nat}(2\tau) - 4) \left(1 + \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 1}{\tau \log \text{nat}(2\tau) - 4\tau}\right);$$

Setzt man diesen Werth in den Ausdruck (65), so verwandelt sich dieser in

$$\begin{aligned} & \frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \cdot \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 4}{\tau} \left(1 - \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 6 \log \text{nat}(2\tau) + 5}{\tau \log \text{nat}(2\tau) - 4\tau}\right) \\ &= \frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \cdot \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 4}{\tau} \left(1 - \frac{4(\log \text{nat}(2\tau))^2 - 56 \log \text{nat}(2\tau) + 63}{2\tau \log \text{nat}(2\tau) - 8\tau}\right) \\ &= \frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \cdot \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 4}{\tau} \left(1 - \frac{4(\log \text{nat}(2\tau))^2 - 56 \log \text{nat}(2\tau) + 63}{2\tau \log \text{nat}(2\tau) - 8\tau}\right) \end{aligned}$$

Hier geht der eingeklammerte Factor $1 - \frac{4(\log \text{nat}(2\tau))^2 - 56 \log \text{nat}(2\tau) + 63}{2\tau \log \text{nat}(2\tau) - 8\tau}$, wenn $\log r = 6,0$, in

$$1 - \frac{6,301029995 \dots^2 - 18,429680743 \dots - 56 \cdot 6,01029995 \dots + 27,3005623 \dots}{2000000 \cdot 6,301029995 \dots - 3474355,859 \dots} = 1 - \frac{1}{22490}.$$

Wir wollen zu diesem Zweck von der Reihe (17) § 7 nur die Glieder

$$\frac{\tau}{s} = 1 - \frac{\log \text{nat}(2s) - 1}{s} - \frac{3}{2s^2} \dots \quad (61)$$

beibehalten; wir können hierbei $\frac{\log \text{nat}(2s) - 1}{s}$ als, eine sehr kleine Grösse der ersten, $\frac{3}{2s^2}$ aber als eine sehr kleine Grösse der 2^{ten} Ordnung betrachten. Multipliciren wir die Gleichung (61) mit $3 + \frac{9}{s}$, so erhalten wir:

$$\frac{3\tau}{s} \left(1 + \frac{3}{s}\right) = 3 - 3 \frac{\log \text{nat}(2s) - 4}{s} - 9 \frac{2 \log \text{nat}(2s) - 1}{2s^2} \dots \quad (62)$$

Erheben wir aber beide Seiten der Gleichung (61) ins Quadrat, multipliciren wir die dadurch entstehende Gleichung mit $2 + \frac{9}{s}$, addiren wir zu der dadurch entstehenden Gleichung die identische Gleichung $1 = 1$, und multipliciren wir die dadurch entstehende Gleichung mit $1 + \frac{1}{s} - \frac{1}{2s^2}$, so finden wir

$$\left(2 + \frac{9}{s} + 1\right) \sqrt{1 + \frac{1}{s} - \frac{1}{2s^2}} = 3 - 4 \frac{\log \text{nat}(2s) - 4}{s} + \frac{2(\log \text{nat}(2s))^2 - 26 \log \text{nat}(2s) + 27}{s^2} \dots \quad (62)$$

Subtrahirt man die Gleichung (63) von (62), und multiplicirt man die dadurch entstehende Gleichung mit der aus (61) fliessenden Näherungsgleichung

$$\frac{1^{\circ}134}{\pi^2} \cdot \frac{62500}{21s^2} \cdot \frac{\tau}{s} = \frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \left(1 - \frac{\log \text{nat}(2s) - 1}{s}\right), \dots \quad (64)$$

so findet sich der von τ abhängige Theil von $\frac{Z}{s} =$

$$\frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \cdot \frac{\log \text{nat}(2s) - 4}{s} \left(1 - \frac{6(\log \text{nat}(2s))^2 - 44 \log \text{nat}(2s) + 53}{2s \log \text{nat}(2s) - 8s}\right). \dots \quad (65)$$

Hier ist noch s durch τ vermittelt der Gleichung (64) auszudrücken. Diese giebt

$$s = \tau \left(1 + \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 1}{\tau}\right),$$

also

$$\log \text{nat}(2s) - 4 = \log \text{nat}(2\tau) - 4 + \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 1}{\tau} = (\log \text{nat}(2\tau) - 4) \left(1 + \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 1}{\tau \log \text{nat}(2\tau) - 4\tau}\right);$$

Setzt man diesen Werth in den Ausdruck (65), so verwandelt sich dieser in

$$\begin{aligned} & \frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \cdot \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 4}{\tau} \left(1 - \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 6 \log \text{nat}(2\tau) + 5}{\tau \log \text{nat}(2\tau) - 4\tau}\right) \\ &= \frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \cdot \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 4}{\tau} \left(1 - \frac{4(\log \text{nat}(2\tau))^2 - 56 \log \text{nat}(2\tau) + 63}{2\tau \log \text{nat}(2\tau) - 8\tau}\right) \\ &= \frac{3375^{\circ}}{\pi^3} \cdot \frac{\log \text{nat}(2\tau) - 4}{\tau} \left(1 - \frac{4(\log \text{nat}(2\tau))^2 - 56 \log \text{nat}(2\tau) + 63}{2\tau \log \text{nat}(2\tau) - 8\tau}\right) \end{aligned}$$

Hier geht der eingeklammerte Factor $1 - \frac{4(\log \text{nat}(2\tau))^2 - 56 \log \text{nat}(2\tau) + 63}{2\tau \log \text{nat}(2\tau) - 8\tau}$, wenn $\log r = 6,0$, in

$$1 - \frac{6,301029995 \dots^2 - 18,429680743 \dots - 56 \cdot 6,01029995 \dots + 27,3005623 \dots}{2000000 \cdot 6,301029995 \dots - 3474355,859 \dots} = 1 - \frac{1}{22490}.$$

wenn aber $\log \tau = 6,5$ gesetzt wird, so erhält man
 sich also: $\log 6,801029995... = 0,831029995... = 56,6801029995... + 27,3603523... + 3474365,855...$
 über (die Nenner 22490 und 64242 sind durch strenge Rechnung ohne Hülfe von Tafeln gefunden, und jeder derselben ist um weniger als 0,5 falsch); hieraus folgt, dass, wenn

$$\frac{8}{\pi} (\log(2\tau))^2 - 56 \log(2\tau) + 63\pi$$

wir den Factor $\frac{1}{\pi}$ $\frac{2\tau \log(2\tau) - 8\pi\tau}{2\tau \log(2\tau) - 8\pi\tau}$ weg-

lassen; doch in $\frac{Z}{\pi}$ die Zehntausendtel-Seconden zuverlässig sind. Dadurch geht die Gleichung (52) § 15 in

$$\frac{3375}{\pi} \frac{\log 2 - 4 + \frac{1}{\pi} \log \tau}{a^3 \pi \tau} = \frac{206264 \cdot 8062...}{192}$$

also, wenn $\log \tau = 6,0$, $\frac{0 \cdot 2062648062...}{192 a^3} \left(\frac{6,301029995...}{a} - 4 \right) = \frac{0 \cdot 0010742958...}{a^3} \left(\frac{6,301029995...}{a} - 4 \right)$,

wenn aber $\log \tau = 6,5$ gesetzt wird, =

$$\frac{0 \cdot 0010742958...}{a^3} \left(\frac{6,801029995...}{a} - 4 \right) \sqrt{0,1}.$$

Mit Hülfe der bekannten Vielfachen von $\frac{1}{\pi}$ findet sich

$$\frac{6,301029995...}{a} - 4 = 10,5086577...$$

und nun finden wir leicht vermittelst fünfziffriger Tafeln und

Ohne den Gebrauch von Additions- oder Subtractions-Logarithmen des von τ abhängigen Theil von $\frac{Z}{\pi}$ =

$$\frac{0 \cdot 137823}{0 \cdot 048358},$$

also $\frac{Z}{\pi}$ überhaupt =

$$\frac{0 \cdot 95697}{0 \cdot 87951},$$

wovon die Logarithmen = $\frac{9,98631}{9,94424}$ sind.

Diese Logarithmen werden durch die oben mit (60) bezeichnete Rechnung bestätigt; denn dort findet sich vermittelst Subtractions-Logarithmen die untere Grenze von $\log \frac{Z}{\pi}$

$$\log \left(\frac{Z}{\pi} - \frac{3375}{400000\pi} \cdot \frac{3\tau}{a} \left(1 + \frac{3}{a} \right) \right) = 9,97931 - 9,93595,$$

so dass (da diese unteren Grenzen von den durch die unendliche Reihe herabgebrachten Werthen bei weitem nicht erreicht werden) die Uebereinstimmung in der That so gut ist, als man es von der Gleichung (52) § 15 (welche, nicht in eine Reihe aufgelöst, für die Rechnung unbenutzbar ist) irgend erwarten konnte. Es ist also von der strengeren Beweis geführt, dass $\frac{Z}{\pi}$ bis zu $\log \tau = 6,5$ wirklich in einer Secunde bleibt.

$$\frac{Z}{\pi} = \frac{1 \cdot 134}{\pi \tau} \left(1 + \frac{62500}{21 a^3} \frac{\log(2\tau) - 4}{\pi \tau} \right)$$

$$\frac{Z}{\pi} = \frac{1 \cdot 134}{\pi \tau} + 3875 \frac{1}{a^3 \pi \tau} \frac{\log(2\tau) - 4}{\pi \tau}$$

über. Der von τ unabhängige Theil dieser Formel ändert sich durch strenge Rechnung ohne Hülfe von Tafeln = $0 \cdot 831148...$ der von τ abhängige Theil ist =

$$\frac{0,301029995...}{a} - 4 + \frac{\log \tau}{a}$$

$$\frac{0 \cdot 0010742958...}{a^3} \left(\frac{6,301029995...}{a} - 4 \right)$$

$$\frac{6,801029995...}{a} - 4 = 11,6599502...$$

$$\frac{6,801029995...}{a} - 4 = 11,6599502...$$

$$\frac{6,801029995...}{a} - 4 = 11,6599502...$$

$$\frac{6,801029995...}{a} - 4 = 11,6599502...$$

An die Berechnung der 79 Werthe von $\frac{Z}{\pi}$ (oder vielmehr

82 Werthe, da $\frac{Z}{\pi}$ für $\log \tau = 6,0$ und $6,5$ verschiedene

Werte annimmt, nach denen man in der Gleichung (48)

§ 15 für $\log \tau$ das dem vorhergehenden oder das dem nach-

folgenden Theil der Tafel angehörige Intervall substituirt

können wir eine, die Differenzen-Controllen vervollständigende,

noch unabweisendere Controile der Richtigkeit der herab-

gebrachten Werthe von v und von $\frac{dv}{d\log \tau}$ schliessen, welche

Controile übrigens auf alle Arten von Tafeln mit einfachem

oder doppeltem Eingang (denn auch in jeder Tafel mit doppel-

tem Eingang ist jede Vertical-Reihe für sich allein betrach-

tet als eine Tafel mit einfachem Eingang anzusehen, ebenso

jede Horizontal-Reihe für sich allein betrachtet) an-

wendbar ist, vorausgesetzt, dass man der Tafel eine Ein-

richtung, wie die der Vega'schen siebenziffrigen trigonome-

trischen Tafel giebt, indem statt der ersten Differenzen die

ersten Differential-Coefficienten eingesetzt werden.

Zu diesem Behuf ziehen wir die Gleichung (21) § 9

näher in Betrachtung. Es seien x und y zwei wirklich in

der Tafel vorkommende, unmittelbar auf einander folgende

Functionen, $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{dy}{dx} + \Delta \frac{dy}{dx}$ die zugehörigen ersten Differential-Coefficienten, $\frac{d^2y}{dx^2}$ und $\frac{d^2y}{dx^2} + \Delta \frac{d^2y}{dx^2}$ die zugehörigen zweiten Differential-Coefficienten, u. s. w. Zu dem-

$$\Delta y - \left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx} \right) \cdot \frac{\Delta x}{2} = \frac{3-1}{8 \cdot 6} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} \Delta x^3 - \frac{4 \cdot 2 - 1}{8 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{d^3y}{dx^3} \Delta x^4 - \frac{5 \cdot 2^2 - 1}{8 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot \frac{d^4y}{dx^4} \Delta x^5 - \frac{6 \cdot 2^3 - 1}{8 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12} \cdot \frac{d^5y}{dx^5} \Delta x^6 \dots \quad (66)$$

über. Betrachtet man aber die Tafel (anstatt von oben nach unten) als von unten nach oben fortschreitend, so ist in der Gleichung (66) $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx}$ in $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx} \cdot \Delta x$ in $-\Delta x$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ in $\frac{d^2y}{dx^2} + \Delta \frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^3y}{dx^3}$ in $\frac{d^3y}{dx^3} + \Delta \frac{d^3y}{dx^3}$, $\frac{d^4y}{dx^4}$ in $\frac{d^4y}{dx^4} + \Delta \frac{d^4y}{dx^4}$, u. s. w. zu verwechseln; man erhält also für die gesuchte Function einen doppelten Ausdruck, nämlich:

$$y + \left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx} \right) \cdot \frac{\Delta x}{2} - \frac{3-1}{8 \cdot 6} \cdot \frac{d^2y}{dx^2} \Delta x^3 + \frac{4 \cdot 2 - 1}{8 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \frac{d^3y}{dx^3} \Delta x^4 - \frac{5 \cdot 2^2 - 1}{8 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot \frac{d^4y}{dx^4} \Delta x^5 + \frac{6 \cdot 2^3 - 1}{8 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12} \cdot \frac{d^5y}{dx^5} \Delta x^6 - \dots$$

$$= y - \left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx} \right) \cdot \frac{\Delta x}{2} + \frac{3-1}{8 \cdot 6} \cdot \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3 - \frac{4 \cdot 2 - 1}{8 \cdot 6 \cdot 8} \cdot \left(\frac{d^3y}{dx^3} + \Delta \frac{d^3y}{dx^3} \right) \Delta x^4 + \frac{5 \cdot 2^2 - 1}{8 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \cdot \left(\frac{d^4y}{dx^4} + \Delta \frac{d^4y}{dx^4} \right) \Delta x^5 - \dots \quad (67)$$

Aus dieser Gleichung folgt die zur Controlle aller berechneten Tafel-Werthe von y und $\frac{dy}{dx}$ dienende Näherungsgleichung

$$y' - y - \left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx} \right) \Delta x = - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3, \quad (68)$$

Diese letztere Gleichung zeigt, dass (wenn wir Δx ein für allemal als positiv betrachten) $y' - y - \left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx} \right) \Delta x$ entgegengesetztes Zeichen hat mit $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2}$, und seinem absoluten Werthe nach gleich ist dem Doppelten des von x abhängigen Theils von Z . Wenn nun die Tafel so kleine Intervalle hat, dass Z überall innerhalb der Grenzen der in x zu vernachlässigenden Grösse liegt, so kann man sich zum Behuf der gedachten Controlle mit einem in einer einzigen geltenden Ziffer ausgedrückten Werthe von

$$\frac{0.94 + 0.88}{2} = 0.91 \quad \text{oder} \quad \frac{0.435 + 0.43}{2} = 0.4325$$

$$\frac{0.355 + 0.35}{2} = 0.3525 \quad \frac{0.295 + 0.29}{2} = 0.2925 \quad \frac{0.270 + 0.265}{2} = 0.2675$$

$$\frac{0.245 + 0.24}{2} = 0.2425 \quad \frac{0.225 + 0.22}{2} = 0.2225 \quad \frac{0.205 + 0.20}{2} = 0.2025$$

$$\frac{0.185 + 0.18}{2} = 0.1825 \quad \frac{0.165 + 0.16}{2} = 0.1625 \quad \frac{0.145 + 0.14}{2} = 0.1425$$

$$\frac{0.125 + 0.12}{2} = 0.1225 \quad \frac{0.105 + 0.10}{2} = 0.1025 \quad \frac{0.085 + 0.08}{2} = 0.0825$$

$$\frac{0.065 + 0.06}{2} = 0.0625 \quad \frac{0.045 + 0.04}{2} = 0.0425 \quad \frac{0.025 + 0.02}{2} = 0.0225$$

$$\frac{0.005 + 0.00}{2} = 0.0025$$

$$\frac{0.000 + 0.00}{2} = 0.0000$$

$$\frac{0.000 + 0.00}{2} = 0.0000$$

$$\frac{0.000 + 0.00}{2} = 0.0000$$

jenigen Argument, welches zwischen den xy und y' stehenden Argumenten das arithmetische Mittel bildet, werde die Function gesucht. Hier ist $p = \frac{1}{2}$, und die Gleichung (21) geht also in:

$$y' - y - \left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx} \right) \Delta x = - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

$$= - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2y}{dx^2} \right) \Delta x^3$$

Wir haben dieselbe Controlle auch auf die 81 herübergebrachten Werthe von v und auf die 81 Werthe von $\frac{d \log r}{d \log \tau}$ angewandt. Von $\log \tau = 0,00$ bis $\log \tau = 2,70$ ist das Maximum von $\frac{Z}{\tau} = 0,5102$, und findet bei $\log \tau = 1,55$

statt; für dies Argument fand sich $\log \frac{a^2 d^2 v}{(d \log \tau)^2} = 8,21138$;

hiervon $\log (86000 a^2) = 4,25784$ subtrahirt, giebt den Logarithmus des doppelten Maximums des von τ abhängigen Theils von $Z = 8,96844$, also das doppelte Maximum selbst $= 0,0000008$. Soll aber das Doppelte des von τ abhängigen Theils von $Z = 0,0000005$ sein, so muss

$\log \sqrt{\frac{a^2 (d^2 v)^2}{(d \log \tau)^2}} = 4,25784 + \log 0,0000005 = 7,95681$.

sein; diesem Werthe entspricht nach Ausweis der ausgeführten Rechnung ein zwischen 0,40 und 0,45 liegender, ein zwischen 1,00 und 1,05 liegender und ein zwischen 2,35 und 2,40 liegender $\log \tau$; folglich ist das Doppelte des von τ abhängigen Theils von Z , während $\log \tau$ von 0,00 bis 0,40 wächst, $= 0,000001$, dann, während $\log \tau$ von 0,45 bis 1,00 wächst, $= 0,000000$, dann, während $\log \tau$ von 1,05 bis 2,35 wächst, $= 0,000001$, und, während $\log \tau$ von 2,40 bis 2,70 wächst, wieder $= 0,000000$ zu setzen. Es seien $\log \tau$ und $\log \tau'$ zwei unmittelbar auf einander folgende, wirklich in der Tafel aufgeschriebene Argumente; wie soll nun (da es bei der numerischen Berechnung der rechten Seite der Gleichung (68) umständlich sein würde, den Logarithmus des arithmetischen Mittels zweier Zahlen zu bestimmen, deren Logarithmen gegeben sind) die auf die Gleichung (68) sich gründende Controlle vollzogen werden, wenn $\log \tau = 0,40$ und $\log \tau' = 0,45$, oder $\log \tau = 1,00$ und $\log \tau' = 1,05$, oder $\log \tau = 2,35$ und $\log \tau' = 2,40$ ist? Da ist es einfacher, auf der rechten Seite der Gleichung (68) statt $\frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{2} \frac{d^2 y}{d x^2}$

die mittlere geometrische Proportionale zwischen $\frac{d^2 y}{d x^2}$

und $\frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{2} \frac{d^2 y}{d x^2}$ zu setzen (und also anstatt des Logarithmus des arithmetischen Mittels das arithmetische Mittel der Logarithmen) anzuwenden, und dies ist gestattet, weil jene mittlere geometrische Proportionale $(= \frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{2} \frac{d^2 y}{d x^2})$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d^2 y}{d x^2} \right)^2 + \frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d^2 y}{d x^2} \right)^2$
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d^2 y}{d x^2} \right)^2 + \frac{d^2 y}{d x^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d^2 y}{d x^2} \right)^2$
 nur um eine Grösse unterscheidet, welche (zufolge des Taylor'schen Theorems) näherungsweise $= \frac{1}{2} \left(\frac{d^4 y}{d x^4} \right) \cdot \frac{d x^2}{d^2 y} \Delta x^2$,

also, nach Vorschrift der Gleichung (68) mit $\frac{1}{2} \frac{d^2 y}{d x^2}$ multiplicirt, von der Ordnung des in der Gleichung (68) weggelassenen mit Δx^2 multiplicirten Gliedes ist. Nun liegt das vorhin angeführte Logarithmus $= 7,95681$ zwischen den Logarithmen 7,97573 und 7,91552; zwischen 7,92148 und 7,98556, und zwischen 7,96439 und 7,93705, welche 6 Logarithmen bei der für die Argumente $\log \tau =$

0,40 0,45 1,00 1,05 2,35 2,40
 ausgeführten Rechnung gefunden wurden; da nun die 3 betreffenden arithmetischen Mittel

7,94... 7,953... 7,960... sind, also jeden von ihnen $< 7,95681$, so ist die rechte Seite der Gleichung (68) für die von $\log \tau = 0,00$ bis $\log \tau = 0,40$ reichenden Intervalle $= 0,000001$, von $\log \tau = 0,40$ bis $\log \tau = 1,05$ aber $= 0,000000$, von $\log \tau = 1,05$ bis $\log \tau = 2,35$ aber $= 0,000001$, und von $\log \tau = 2,35$ bis $\log \tau = 2,70$ wieder $= 0,000000$ zu setzen.

Für $\log \tau = 2,7$ bis $2,70$ ist das Maximum von $\log \frac{a^2 d^2 v}{(d \log \tau)^2}$ mit Rücksicht auf das Zeichen $= 7,73956$, und das Minimum $= 6,76959$; hiervon $\log (12000 a^2) = 3,35476$ subtrahirt, giebt log des Maximums und Minimums der rechten Seite der Gleichung (68) $=$
 4,40080. 3,41483.

also das Maximum selbst $= 0,000003$, und das Minimum $= 0,000000$. Der Uebergang von 0,000003 zu 0,000002, von 0,000002 zu 0,000001 und von 0,000001 zu 0,000000 findet statt bei $\log \frac{a^2 d^2 v}{(d \log \tau)^2} =$

3,35476 + $\log 0,0000035 = 7,75270$,
 3,35476 + $\log 0,0000015 = 7,53085$,
 3,35476 + $\log 0,0000005 = 7,03878$.

also zwischen $\log \tau = 2,7$ und $\log \tau = 2,8$, zwischen $\log \tau = 3,0$ und $\log \tau = 3,1$, und zwischen $\log \tau = 3,6$ und $\log \tau = 3,7$. Zwischen $\log \tau = 2,7$ und $\log \tau = 2,8$ findet das arithmetische Mittel $\frac{7,75557 + 7,68945}{2} = 7,72251$

zwischen $\log \tau = 3,6$ und $\log \tau = 3,7$ aber $\frac{7,55037 + 7,47831}{2} = 7,51434$, zwischen $\log \tau = 3,6$

und $\log \tau = 3,7$ aber $\frac{7,09527 + 7,01477}{2} = 7,05502$

statt. Folglich ist die rechte Seite der Gleichung (68) für die von $\log \tau = 2,7$ bis $\log \tau = 3,0$ reichenden Intervalle $= 0,000002$ zu setzen, für $\log \tau = 3,0$ bis 3,7 aber $= 0,000001$, für $\log \tau = 3,7$ bis 4,0 aber $= 0,000000$.

Für $\log \tau = 4,0$ bis 6,0 ist das Maximum von $\log \frac{a^2 d^2 v}{(d \log \tau)^2} = 6,76959$, und das Minimum $= 5,0434$;

hiervon $\log(1500 a^2) = 2,45166$ subtrahirt, giebt $\log$ des Maximums und Minimums der rechten Seite der Gleichung (68) $\log \tau = 4,31793$ und $2,5917$, also das Maximum $= 0,000002$, und das Minimum $= 0,000000$. Wir finden aber

$$2,45166 + \log 0,0000015 = 6,62775;$$

$$2,45166 + \log 0,0000003 = 6,15063;$$

dem Intervall $\log \tau = 4,0$ bis $4,2$ und dem Intervall $\log \tau = 4,6$ bis $4,8$ entsprechend. Die betreffenden arithmetischen Mittel aber sind:

$$\frac{6,76959 + 6,60380}{2} = 6,6867 \quad \frac{6,2672 + 6,0921}{2} = 6,17965$$

Folglich ist die rechte Seite der Gleichung (68) für das von $\log \tau = 4,0$ bis $\log \tau = 4,2$ reichende Intervall $=$

$\log \tau$	$\log \tau$	$\log \tau$	$\log \tau$	$\log \tau$	$\log \tau$
0,00	-0,5	-1	0,70	0	0
0,05	-0,5	-1	0,75	0	0
0,10	-1,5	-1	0,80	0	0
0,15	-1	-1	0,85	+0,5	0
0,20	-1	-1	0,90	0	0
0,25	0	-1	0,95	+1	0
0,30	-1	-1	1,00	0	0
0,35	-1,5	-1	1,05	+0,5	0
0,40	0	-1	1,10	+1	0
0,45	0	0	1,15	0	+1
0,50	+1	0	1,20	+1	+1
0,55	+1	0	1,25	+1	+1
0,60	+1	0	1,30	+1	+1
0,65	+0,5	0	1,35	+1	+1
0,70	0	0			

Die Controlle stimmt überall bis auf einen Unterschied von Einer Einheit der letzten Decimale, mit Ausnahme des Intervalls $\log \tau = 6,0$ bis $6,5$, wo der Unterschied anderthalb solcher Einheiten zu betragen scheint; aber hier lässt sich dieser Unterschied leicht aus der bedeutenden Ausdehnung des Intervalls $\Delta \log \tau$ erklären. Soll nämlich das Glied $\left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dy}{dx}\right) \Delta x$ der Gleichung (68) dieselbe Genauigkeit wie das Glied y haben, so darf Δx nicht $> \frac{y}{\Delta \frac{dy}{dx}}$ sein;

für das Intervall $\log \tau = 6,0$ bis $6,5$ ist aber $y = 0,000005$; und $\Delta \frac{dy}{dx} = 0,000001$, also Δx viel grösser als $\frac{y}{\Delta \frac{dy}{dx}}$, Be-

(Fortsetzung folgt.)

0,000002 zu setzen, für $\log \tau = 4,2$ bis $4,8$ aber $= 0,000001$, für $\log \tau = 4,8$ bis $6,0$ aber $= 0,000000$.

Für das Intervall $\log \tau = 6,0$ bis $6,5$ endlich finden wir $\log \frac{a^2 dv}{(d \log \tau)^2} = \frac{5,0434 + 4,6175}{2} = 4,83045$; hiervon

$\log(96 a^2) = 1,26784$ subtrahirt, giebt $\log$ der rechten Seite der Gleichung (68) $= 3,7261$, also die rechte Seite selbst $= 0,000000$, welcher Werth auch (wegen der in dieser Gegend der Tafel fortwährenden Abnahme von $\frac{dv}{(d \log \tau)^2}$ auf die von $\log \tau = 6,5$ bis $\log \tau = 7,5$ reichenden Intervalle übertragen werden kann.

Und so findet zwischen den Einheiten der 6ten Bruchstelle auf beiden Seiten der Gleichung (68) folgende Controlle statt:

$\log \tau$	$\log \tau$	$\log \tau$	$\log \tau$	$\log \tau$	$\log \tau$
2,05	+1	+1	2,7	+2	+2
2,10	0	+1	2,8	+2,5	+2
2,15	0	+1	2,9	+1,5	+2
2,20	+1	+1	3,0	+1,5	+2
2,25	0	+1	3,1	+1	+1
2,30	+0,5	+1	3,2	+1,5	+1
2,35	+1	+1	3,3	+1	+1
2,40	0	0	3,4	+1	+1
2,45	+1	0	3,5	+1	+1
2,50	0	0	3,6	0	+1
2,55	0	0	3,7	+0,5	+1
2,60	+1	0	3,8	+1	0
2,65	0	0	3,9	+0,5	0
2,70	0	0	4,0	+1	0

rechnet man jedoch $\frac{dv}{d \log \tau}$ in 6 Bruchstellen, so findet man

$$\text{für } \log \tau = 6,0 \text{ und } 6,5 \text{ resp. } \frac{dv}{d \log \tau} =$$

$$-0,000012... \quad -0,000004...$$

also $-\left(\frac{dv}{d \log \tau} + \frac{1}{2} \Delta \frac{dv}{d \log \tau}\right) \Delta \log \tau$ (welche Grösse, wenn

man $\frac{dv}{d \log \tau}$ und $\frac{dv}{d \log \tau} + \Delta \frac{dv}{d \log \tau}$ nur in 5 Bruchstellen an-

wendet, $= 0,0000023$ gefunden wird) genauer $= 0,00000425$, also die linke Seite der Gleichung (68) positiv wie die rechte, und jede von beiden Seiten in 6 Bruchstellen ausgedrückt $= 0,000000$.

Construction einer Tafel für den *lapsus hyperbolicus* innerhalb der Grenzen $t = \frac{a}{k} \sqrt{\frac{a}{\mu}}$ und t unendlich.

Von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung von Nr 1037 der A.N.)

§ 23.

Aus dem in § 21. Bewiesenen, dass alle 82 Werthe von $\frac{Z}{x}$ merklich unter einer Secunde bleiben, folgt, dass die Intervalle $\Delta \log x = 0,05$ für $\log x = 0,00$ bis 2,70, die Intervalle 0,1 für $\log x = 2,7$ bis 4,0, die Intervalle 0,2 für $\log x = 4,0$ bis 6,0 und die Intervalle 0,5 für $\log x = 6,0$ bis 7,5 nicht zu gross sind, um unserer Tafel die für den vorgesetzten Zweck ausreichende Genauigkeit zu geben. Die Tafel würde aber zu diesem Zwecke nicht ausreichen, wenn die Intervalle

0,1 0,2 0,5

schnell bei einem kleineren $\log x$ anfangen; denn wollte man von dem Argument $\log x = 2,6$ gleich zu $\log x = 2,7$ übergehen, so würde für $\log x = 2,6$ die Gleichung (50) § 15 sich in

$$\frac{Z}{a} = \frac{0^{\circ}486}{\pi x} \left(1 + \frac{500}{9a^2} \text{Num log } 7,81904 \right) = 1^{\circ}048$$

verwandeln; wollte man von $\log x = 3,8$ gleich zu $\log x = 4,0$ übergehen, so wäre für $\log x = 3,8$ (vermöge der Gleichung (51) § 15)

$$\frac{Z}{x} = \frac{0^{\circ}648}{\pi x} \left(1 + \frac{1000}{\Delta x^2} \text{Num log } 6,93419 \right) = 1^{\circ}20:$$

und wollte man von $\log x = 5,6$ gleich zu $\log x = 6,1$ übergehen, so wäre für $\log x = 5,6$ (vermöge der Gleichung (52))

$$\frac{Z}{x} = \frac{1^{\circ}134}{\pi x} \left(1 + \frac{62500}{21 x^2} \text{Num log } 5,3834 \right) = 1^{\circ}1.$$

Wir behalten daher unverkürzt folgende

Tabula lapsum hyperbolicorum innerhalb der Grenzen

$t = \frac{a}{k} \sqrt{\frac{a}{\mu}}$ und t unendlich.

$\lg \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{a}{\mu}} \right)$	$v = \lg \frac{r}{a}$	$\frac{dv}{d \lg r}$	Diff.	$\lg \frac{r}{a}$	Diff.
0,00	0,280230	-0,24920		0,280230	+18801
		+502		0,289054	+18864
0,05	0,267913	-0,24418		0,317915	+18928
		+522		0,336843	+18993
0,10	0,255836	-0,23896		0,355836	+19059
		+542		0,374895	+19127
0,15	0,244022	-0,23354		0,394022	+19196
		+560		0,413218	+19266
0,20	0,232484	-0,22794		0,432484	+19337
		+576		0,451821	+19409
0,25	0,221230	-0,22218		0,471230	+19482
		+593		0,490712	+19557
0,30	0,210269	-0,21625		0,510269	+19631
		+609		0,529900	+19708
0,35	0,199608	-0,21016		0,549608	+19784
		+622		0,569392	+19862
0,40	0,189254	-0,20394		0,589254	+19941
		+635		0,609195	+20021
0,45	0,179216	-0,19759		0,629216	+20100
		+646		0,649316	+20181
0,50	0,169497	-0,19113		0,669497	+20263
		+655		0,689760	+20345
0,55	0,160105	-0,18458		0,710105	+20427
		+663		0,730532	+20509
0,60	0,151041	-0,17795		0,751041	+20592
		+668		0,771633	+20677
0,65	0,142310	-0,17127		0,792310	+20760
		+671		0,813076	+20844
0,70	0,133914	-0,16456		0,833914	+20928
		+672		0,854842	+21012
0,75	0,125854	-0,15784		0,875854	+21096
		+671		0,896950	+21180
0,80	0,118130	-0,15113		0,918130	+21263
		+668		0,939393	+21348
0,85	0,110741	-0,14445		0,960741	

$lg \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{r}{a}} \right)$	$v = lg \frac{r}{a \tau}$	$\frac{dv}{d lg \tau}$	Diff.	$lg \frac{r}{a}$	Diff.	$lg \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{r}{a}} \right)$	$v = lg \frac{r}{a \tau}$	$\frac{dv}{d lg \tau}$	Diff.	$lg \frac{r}{a}$	Diff.
0.85	0.110741	-0.14445		0.960741	+21430	2.25	0.011827	-0.02155		2.261827	+24473
			+663	0.982171	+21513				+176	2.286300	+24394
0.90	0.103684	-0.13782		1.008684	+21596	2.30	0.010794	-0.01979		2.304079	+24516
			+656	1.025280	+21678				+163	2.335310	+24536
0.95	0.096958	-0.13126		1.046958	+21759	2.35	0.009846	-0.01816		2.359846	+24556
			+647	1.068717	+21840				+152	2.384402	+24674
1.00	0.090553	-0.12479		1.090553	+21920	2.40	0.008976	-0.01664		2.408976	+24593
			+636	1.112477	+22000				+139	2.433569	+24611
1.05	0.084477	-0.11843		1.134477	+22079	2.45	0.008180	-0.01525		2.458180	+24627
			+623	1.156556	+22156				+129	2.482807	+24643
1.10	0.078712	-0.11220		1.178712	+22233	2.50	0.007450	-0.01396		2.507450	+24659
			+608	1.200945	+22309				+119	2.532109	+24673
1.15	0.073254	-0.10612		1.223254	+22384	2.55	0.006782	-0.01277		2.556782	+24688
			+593	1.245638	+22459				+110	2.581470	+24702
1.20	0.068097	-0.10019		1.268097	+22532	2.60	0.006172	-0.01167		2.606172	+24717
			+573	1.290629	+22603				+101	2.630887	+24727
1.25	0.063232	-0.09444		1.313232	+22674	2.65	0.005614	-0.01066		2.655614	+24739
			+557	1.335906	+22744				+92	2.680353	+24751
1.30	0.058550	-0.08887		1.358650	+22812	2.70	0.005104	-0.00974		2.705104	+24763
			+538	1.381462	+22880				+164	2.734639	+24775
1.35	0.053342	-0.08349		1.403342	+22945	2.8	0.004214	-0.00810		2.804214	+24783
			+517	1.427287	+23010				+137	2.833827	+24788
1.40	0.050297	-0.07832		1.450297	+23073	2.9	0.003475	-0.00673		2.903475	+24799
			+497	1.473370	+23136				+115	2.933151	+24807
1.45	0.046506	-0.07335		1.496506	+23196	3.0	0.002861	-0.00558		3.002861	+24814
			+473	1.519702	+23256				+96	3.052595	+24825
1.50	0.042958	-0.06860		1.542958	+23314	3.1	0.002352	-0.00462		3.102352	+24832
			+455	1.566272	+23371				+81	3.152182	+24840
1.55	0.039643	-0.06403		1.589643	+23427	3.2	0.001932	-0.00381		3.201932	+24848
			+432	1.613070	+23480				+66	3.251750	+24853
1.60	0.036550	-0.05973		1.636550	+23533	3.3	0.001585	-0.00315		3.301585	+24858
			+412	1.660003	+23584				+56	3.351435	+24864
1.65	0.033667	-0.05561		1.683667	+23634	3.4	0.001299	-0.00259		3.401299	+24877
			+389	1.707301	+23683				+46	3.451176	+24888
1.70	0.030984	-0.05172		1.730984	+23731	3.5	0.001064	-0.00213		3.501064	+24898
			+369	1.754715	+23777				+38	3.550962	+24908
1.75	0.028492	-0.04803		1.778492	+23821	3.6	1.000870	-0.00175		3.600870	+24917
			+345	1.802313	+23865				+31	3.650787	+24924
1.80	0.026178	-0.04453		1.826178	+23907	3.7	0.000711	-0.00144		3.700711	+24932
			+328	1.850085	+23948				+26	3.750643	+24938
1.85	0.024033	-0.04127		1.874033	+23988	3.8	0.000581	-0.00118		3.800581	+24944
			+308	1.898021	+24026				+21	3.850523	+24949
1.90	0.022047	-0.03819		1.922047	+24064	3.9	0.000474	-0.00097		3.900474	+24954
			+289	1.946111	+24100				+18	3.950428	+24959
1.95	0.020211	-0.03530		1.970211	+24135	4.0	0.000387	-0.00079		3.000387	+24969
			+270	1.994346	+24168				+26	3.100316	+24974
2.00	0.018514	-0.03260		2.018514	+24201	4.2	0.000257	-0.00053		3.200257	+24982
			+253	2.042715	+24233				+18	3.300209	+24986
2.05	0.016948	-0.03007		2.066948	+24264	4.4	0.000170	-0.00035		3.400170	+24988
			+237	2.091212	+24293				+12	3.500138	+24994
2.10	0.015503	-0.02770		2.115503	+24321	4.6	0.000112	0.00023		4.600112	+24997
			+220	2.139826	+24349				+8	4.700091	+24998
2.15	0.014175	-0.02550		2.164175	+24375	4.8	0.000074	-0.00015		4.800074	+24996
			+204	2.188550	+24402				+5	4.900060	+24999
2.20	0.012952	-0.02346		2.212952	+24426	5.0	0.000049	-0.00010		5.000049	+24999
			+191	2.237378	+24449				+3	5.100040	+24999
2.25	0.011827	-0.02155		2.261827	+24473	5.2	0.000032	-0.00007		5.200032	+24999

$\lg \frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \cdot t$	$v = \lg \frac{r}{a}$	$\frac{dv}{d \lg x}$	Diff.	$\lg \frac{r}{a}$	Diff.
5.2	0.000032	-0.00007		5.200032	+99994
				+5.300026	+99993
5.4	0.000021	-0.00004		5.400021	+99996
				+5.500017	+99997
5.6	0.000014	-0.00003		5.600014	+99998
				+5.700011	+99999
5.8	0.000009	-0.00002		5.800009	+99999
				+5.900007	+99999
6.0	0.000006	-0.00001		6.000006	+99999

$\lg \frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \cdot t$	$v = \lg \frac{r}{a}$	$\frac{dv}{d \lg x}$	Diff.	$\lg \frac{r}{a}$	Diff.
6.0	0.000006	-0.00001		6.000006	+249997
				+6.250003	+249999
6.5	0.000002	-0.00000		6.500002	+250000
				+6.750002	+250000
7.0	0.000001	-0.00000		7.000001	+249999
				+7.250001	+250000
7.5	0.000000	-0.00000		7.500000	+249999

(Fortsetzung folgt.)

Schreiben des Herrn Stud. Schultze in Leipzig an den Herausgeber.

In der am 11ten Juli in Leipzig eingetroffenen Nr. 1035 der Astr. Nachr. ist ein Aufsatz des Herrn Stud. Hook in Leyden über die wahrscheinlichste Bahn des Cometen III 1865 abgedruckt. Auch ich hatte es unternommen, die Bahnelemente desselben Himmelskörpers aus allen mir bekannten Beobachtungen nach der Methode der kl. Quadr. zu berechnen, und war zu Endresultaten gelangt, welche ich bereits vor mehreren Tagen dem Herrn Prof. d'Arrest vorlegte, und deren schöne Uebereinstimmung mit denen des Herrn Hook mich veranlaßt, Ihnen dieselben mitzutheilen, indem dadurch unsern beiden, unabhängig von einander gefertigten, Arbeiten eine gegenseitige Bestätigung zu Theil wird.

Aus sechs Normalörter ergibt sich mir, wenn ich dieselben als gleich berechtigt betrachte, eine Parabel, deren Elemente

$$\begin{aligned}
 T & 1855 \text{ Nov. 25, 4304256 m. Zt. Berlin} \\
 \varphi & 86^\circ 1' 53'' 46 \} \text{ m. Aeq. 1856,0} \\
 \Omega & 51 33 35.44 \\
 i & 10 11 12.71 \\
 \log q & 0,0902588 \\
 \text{Mot. Retr.}
 \end{aligned}$$

sind; setze ich dagegen das Gewicht eines jeden Normalortes gleich der Anzahl der ihm zu Grunde liegenden Beobachtungen, so erhalte ich die Elemente

$$\begin{aligned}
 T & 1855 \text{ Nov. 25, 4298610} \\
 \varphi & 86^\circ 1' 56'' 63 \} \text{ dass. Aeq.} \\
 \Omega & 51 33 37.98 \\
 i & 10 11 11.15 \\
 \log q & 0,0902561 \\
 \text{Mot. Retr.}
 \end{aligned}$$

Durch eine Vergleichung dieser Bahn mit den Beobachtungen gestaltet sich das Fehlertableau für dieselben wie folgt:

Datum	Ort d. Beob.	ΔAR	$\Delta Decl.$
1855 Nov. 12	Berlin	+ 3,0	+13,4
15	Bilk	- 7,5	+ 4,8
19	Olmütz	- 5,8	-16,4
20	Wien	+14,8	- 3,8
	Altona	+ 2,4	+ 0,6
	Berlin	+20,8	+ 1,8
	Hamburg	+11,2	+ 3,8
	Olmütz	-10,6	- 4,3
21	Hamburg	+14,7	- 1,6
25	Berlin	+20,3	- 6,4
27	Hamburg	+ 3,4	-13,6
28	Berlin	+20,7	+ 2,7
30	Hamburg	+34,6	- 6,8
	Berlin	+25,6	+ 4,4
Dec. 1	Olmütz	+ 3,3	- 8,9
	Hamburg	+26,7	+16,7
2	Berlin	+16,7	- 6,1
	Olmütz	- 0,3	+ 3,4
	Hamburg	+18,3	- 4,5
	Leipzig	+13,5	-12,2
3	Leipzig	+21,8	-28,4
	Olmütz	+14,2	- 7,7
	Berlin	+30,4	- 7,7
4	Olmütz	- 6,1	- 4,2
	Padua	+25,3	-23,5
6	Leyden	-13,7	+ 7,5
7	Padua	+10,3	-15,3
	Olmütz	- 0,8	-16,9
	Liverpool	-10,8	- 5,2
	Berlin	+14,6	- 8,1
8	Padua	+14,3	-17,2
	Florenz	+14,0	-13,1
10 6 ^b	Olmütz	-12,0	- 2,5
8 ^b	Padua	-19,8	- 5,5
	Padua	+26,2	-24,4
	Liverpool	+ 5,7	+ 3,5
	Hamburg	+29,2	- 9,0
	Florenz	+16,1	-10,6
11	Padua	+18,0	- 8,3
	Olmütz	-14,6	+ 2,7
9 ^b	Leipzig	+ 7,7	+ 7,0

Datum	Ort d. Beob.	$\Delta AR.$	$= \Delta Decl.$
1855 Dec. 11 11	Leipzig	+ 9,3	+ 0,9
12	Florenz	+ 5,0	+ 0,3
13	Padua	+ 16,6	+ 2,7
14	Leiden	+ 5,8	+ 12,0
15	Padua	+ 40,5	+ 4,6
16	Hamburg	+ 71,2	+ 8,7
17	Berlin	+ 13,6	+ 9,9
18	Florenz	+ 3,3	+ 4,5
19	Padua	+ 40,1	+ 25,5
20	Florenz	+ 8,7	+ 28,7
21	Padua	+ 22,1	+ 34,9
22	Berlin	+ 14,0	+ 4,7
23	"	+ 18,7	+ 1,6
24	Leipzig	+ 67,1	+ 11,3
25	"	+ 27,1	+ 3,2
26	"	+ 5,3	+ 1,7

Datum	Ort d. Beob.	$\Delta AR.$	$\Delta Decl.$
1855 Dec. 29	Berlin	+ 12,8	+ 3,4
30	Leipzig	+ 16,8	+ 19,6
1856 Jan. 31	Hamburg	+ 33,9	+ 6,4
1	Hamburg	+ 22,9	+ 42,6
2	Berlin	+ 0,3	+ 12,3
3	Leipzig	+ 43,3	+ 16,2
4	Berlin	+ 12,4	+ 14,0

Ogleich die Fehler grösser sind, als gewöhnlich bei Cometen, so scheint mir doch ein Abweichen von der Parabel nicht indicirt zu sein, sondern ich erkläre mir, sie vielmehr aus der bedeutenden Grösse und Verwaschenheit des cometarischen Nebels, sowie dem gänzligen Mangel eines ausgezeichneten Popkels, innerhalb desselben.

Leipzig 1856, Juli 14.

Ludwig Rudolf Schulze.

Note sur les coefficients théoriques, déterminés par *Tobie Mayer*, relativement aux deux inégalités Lunaires, ayant pour argument $(2E - 2g + c)m nt$, $(2E - 2g - c)m nt$, par Monsieur *J. Plana*.

La formule théorique de *Mayer*, pour la longitude vraie de la Lune en fonction de sa longitude moyenne, donne, suivant mes dénominations; en parties du rayon

$$v = -15^{\circ}69' \sin(2E - 2g + c)m nt$$

où *E*nt désigne l'abscission moyenne de la Lune au Soleil; (*g*)nt le moyen mouvement du noeud, et *c*m nt l'anomalie moyenne du Soleil. Ces deux termes se trouvent à la page 47 de l'ouvrage posthume de *Mayer* publié à Londres en

$$v = -1^{\circ}475 \sin(2E - 2g + c)m nt$$

La différence est, comme l'on voit, fort grande; et il n'est pas surprenant que *Mayer*, en consultant les observations, n'ait pas conservés les deux inégalités exprimées par l'équation (2) dans la formule pratique posée à la page 52 de son ouvrage. Il voyait bien que ce résultat théorique ne pouvait pas s'accorder avec le Ciel, s'pandis secundis adiectis vel demitis. Mais cette suppression est associée à une espèce de déclaration d'impuissance contre la théorie, qui mérite d'être repoussée; autrement, on pourrait penser, que *Mayer*, à la page 50, avait complètement raison de flatter ces deux termes parmi ceux „quos theoria, licet „summo studio tractata, accurate præbere non potest, ob „rationes nulli non cognitias, qui in hac re vires suas ac „patientiam exerceat“. Or il n'est facile de démontrer que ce reproche contre la théorie n'est pas fondé. Car, en abandonnant la détermination absolument numérique des coefficients des inégalités Lunaires, conformément à la méthode de *Mayer*, et ayant recours à leur détermination lit-

$$v = -0,0000761 \sin(2E - 2g + c)m nt + 0,0000605 \sin(2E - 2g - c)m nt$$

et en secondes d'arc:

$$12^{\circ}429 \sin(2E - 2g - c)m nt$$

1767 avec le titre: „Theoria Lunae juxta systema Newtonianum“. Cependant à la page 623 du Premier Volume de sa Théorie de la Lune, j'ai rapporté que, d'après mes calculs, l'on avait à l'égard de ces deux inégalités:

$$2^{\circ}329 \sin(2E - 2g - c)m nt$$

térale, telle que je l'ai exposée dans mon ouvrage, on reconnaît que les deux inégalités, dont il est ici question, quoique du cinquième ordre avant l'intégration, doivent nécessairement s'abaisser au troisième ordre après l'intégration, sauf la circonstance, que le premier terme du développement de leur coefficient ne soit pas réduit à zéro par la destruction mutuelle des parties constitutives. Et comme ce cas exceptionnel est précisément celui qui a lieu, d'après le résultat que j'ai donné à la page 96 du Second Volume de mon Ouvrage, on conçoit que la théorie démontre a priori que ces deux inégalités sont du quatrième, et non du troisième ordre. Telle est la cause radicale que l'on a pour leur premier terme (Voyez les pages 102 et 106 du même Volume);

$$\delta nt = \sin 2E v + c m nt \sin 2g v + c^2 m^2 nt^2$$

En poussant plus loin l'approximation on parvient à la page 829, où l'on a:

$$\frac{d \sin \gamma}{d \nu} = \cos 2 E \nu + c m \nu - 2 g \nu . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 - \frac{1}{8} m^2 + o . m^2 + o . m \gamma^2 \right) \\ + \cos 2 E \nu - c m \nu - 2 g \nu . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 - \frac{1}{8} m^2 + o . m^2 + o . m \gamma^2 \right)$$

et par conséquent :

$$dnt = \sin 2 E \nu + c m \nu - 2 g \nu . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 + \frac{1}{8} m^2 \right) \\ + \sin 2 E \nu - c m \nu - 2 g \nu . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 + \frac{1}{8} m^2 \right) \quad (4)$$

Ce résultat met en évidence l'avantage que présente un développement purement analytique des inégalités Lunaires. Il n'est pas moins clair, que, par le renversement de la série, on aura dans l'expression de la longitude vraie en fonction de la longitude moyenne de la Lune :

$$v = \sin (2 E + c m - 2 g) n t . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 - \frac{1}{8} m^2 \right) \\ + \sin (2 E - c m - 2 g) n t . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 - \frac{1}{8} m^2 \right) \quad (5)$$

c'est-à-dire les coefficients que j'ai donnés vers le fond de la page 580 du Premier Volume de mon Ouvrage.

Si l'on remarque, que le facteur γ^2 est d'environ 28^e (en parties de l'arc) on sentira, que l'équation (2) de *Mayer* est le résultat d'un calcul tout-à-fait incomplet, où la destruction mutuelle des quantités de troisième ordre (ce qui est ici un point capital) ne pouvait pas avoir lieu.

Cette destruction se voit (suivant mes dénominations) par l'équation

$$d \cdot \frac{dnt}{d\nu} = -2du + m^2 R_1 d\nu;$$

en observant que, aux pages 61, 62 de mon second Volume, l'on a :

$$m^2 R_1 d\nu = \cos 2 E \nu + c m \nu - 2 g \nu . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 - \frac{1}{8} m^2 \right) \\ - 2du = \cos 2 E \nu + c m \nu - 2 g \nu . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 + \frac{1}{8} m^2 \right) \\ + \cos 2 E \nu - c m \nu - 2 g \nu . m \gamma^2 \left(\frac{1}{16} m^2 + \frac{1}{8} m^2 \right)$$

Je pourrais faire d'autres remarques analogues sur la formule-théorique de *Mayer*. Dans la même page 17 on y voit les deux inégalités

$$\varphi = -0,0001156 . \sin (r + \alpha) q + 0,0000296 . \sin (r - \alpha) q; \quad (6)$$

c'est-à-dire

$$v = +24'051 . \sin (E + c m) n t - 6'848 . \sin (E - c m) n t, \quad (7)$$

suivant mes dénominations; tandis que l'on a :

$$v = +17'216 . \sin (E + c m) n t - 0'383 . \sin (E - c m) n t; \quad (8)$$

conformément à l'expression analytique des coefficients de ces inégalités que j'ai donnée à la page 482, et à la valeur numérique dans la page 625 du Premier Volume.

Toutefois je dois observer que ces deux coefficients de *Mayer* doivent être multipliés par la fraction $\frac{3}{32}$, afin de les réduire à la parallaxe du Soleil, employée par moi; tandis que *Mayer* les a calculés en supposant cette parallaxe de 10^e8 comme il le dit à la page 32. Plus loin (page 53) il l'a réduite à 7^e8. En multipliant par $\frac{3}{32}$ l'on a 18^e862 au lieu de 24^e051; et 5^e384 au lieu de 6^e848; ce qui diminue la différence entre les équations (7) et (8).

Dans la même page 47 de l'ouvrage de *Mayer*, il y a les deux inégalités,

$$+0,0000545 . \sin (r + \alpha) q + 0,0000100 . \sin (r - \alpha) q,$$

qui suivant mes dénominations correspondent à

$$+44'242 . \sin (E + c m) n t - 3'269 . \sin (E - c m) n t,$$

et se réduisent (en les multipliant par la fraction $\frac{3}{32}$) à

$$-8'835 . \sin (E + c m) n t - 2'569 . \sin (E - c m) n t.$$

D'après ma théorie de la Lune (voyez la page 625 du 1^{er} Vol.), l'on a

$$-8'237 . \sin (E + c m) n t - 18'045 . \sin (E - c m) n t.$$

La différence est, comme l'on voit, (fort grande relativement à l'argument $(E - c m) n t$, qui est un de ceux dont le calcul du coefficient exige d'avoir égard même aux quantités du 7^e ordre, après les intégrations. Le coefficient de l'argument $(E + c m) n t$ est, au contraire, un des plus faciles à calculer. L'inégalité $(E - c m) n t$, du cinquième ordre dans les intégrations, s'abaisse au quatrième et puis au troisième ordre, à cause que le premier terme devient mathématiquement égal à zéro (voyez la page 103 du second Vol.). La grandeur de cette inégalité tient à la grandeur des coefficients numériques absolus qui entrent dans l'expression littérale de son coefficient.

Ces remarques suffisent pour faire entendre que l'on doit étudier, avec précaution, la théorie de la Lune de *Tobie Mayer*, et pour infirmer les réflexions contraires à la Mécanique Céleste, dérivées par *Delambre* à la page 445, de son Histoire de l'Astronomie du 1^{er} Siècle, publiée en 1827.

Turin le 12. Juillet 1856.

Jean Planas.

Sur l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune. Par Mr. Jean Plans.

Unter obigem Titel ist in den Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin. Serie II. Tome XVIII eine Abhandlung erschienen, aus welcher hier, auf den Wunsch des Herrn Verfassers, die Einleitung wieder abgedruckt ist.

Je me propose de démontrer dans ce Mémoire, que l'expression analytique du coefficient de l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune que j'ai donnée à la page 486 du premier Volume de ma Théorie du mouvement de la Lune, doit être complétée par l'addition des termes suivants; savoir

$$\left\{ \begin{aligned} & + \left(\frac{1485}{128} m^4 + \frac{4779}{64} m^3 + \frac{178949}{512} m^2 + \frac{81323}{64} m \right) \\ & - e^2 \left(\frac{2855}{64} m^3 + \frac{199215}{512} m^2 \right) \\ & - \gamma^2 \left(\frac{99}{128} m^3 - \frac{3501}{512} m^2 \right) + \frac{45}{64} m^2 b^4 \\ & - \frac{103059}{2048} m^4 \int dv (s^4 - E^4); \end{aligned} \right\} \int dv (s^2 - E^2)$$

de sorte que l'on aura

(k).....

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{3}{2} m^3 - \frac{351}{64} m^4 + \frac{81}{16} m^5 - \frac{268915}{256} m^6 + \frac{212575}{128} m^7 \right) \\ & + e^2 \left(\frac{1461}{128} m^3 + \frac{85095}{512} m^2 + \frac{2080989}{1024} m \right) \\ & + \gamma^2 \left(\frac{525}{128} m^3 + \frac{687}{512} m^2 - \frac{48183}{1024} m \right) \\ & + b^4 \left(\frac{75}{32} - \frac{675}{32} m + \frac{98775}{512} m^2 + \frac{75}{8} e^2 - \frac{225}{64} \gamma^2 \right) \\ & - m^2 \left(\frac{2709}{256} e^2 \gamma^2 + \frac{2229}{256} \gamma^4 + \frac{8367}{128} e^4 + \frac{9}{4} m^2 E^2 \right) \end{aligned} \right\} \int dv (s^4 - E^4)$$

$$+ \left\{ \frac{15}{8} m^3 + \frac{2203365}{2048} m^4 + \frac{25455}{1024} m^5 e^2 + \frac{11919}{1024} m^2 \gamma^2 + \frac{75}{16} b^4 \right\} \int dv (s^4 - E^4).$$

Ici, je fais abstraction des termes du 7^{ème} ordre multipliés par $m^3 e^2$, $m^3 \gamma^2$, $m^3 e^4$, $m^3 \gamma^4$, $m^3 e^2 \gamma^2$, $m^3 E^4$, $m^3 b^4$, parceque leur totalité n'a pas été comprise dans les développements exécutés.

En réduisant ces quantités en nombres, et posant

$$\int \zeta dv = C \int dv (s^2 - E^2) + C' \int dv (s^4 - E^4),$$

l'on aura

$$\begin{aligned} C &= 0,00839285 \text{ (2) } + 0,000221442 \text{ (4)} \\ &+ 0,000215641 \text{ (5) } - 0,00000540228 \text{ (6)} \\ &+ 0,0000217604 \text{ (7) } = 0,008846291; \\ C' &= 0,010491063 \text{ (2) } + 0,03465801 \text{ (4) } = 0,04514907, \end{aligned}$$

au lieu du résultat donné à la page 605 du même Volume.

$$C' \int (s^4 - E^4) n dt = - \left(\frac{t}{100} \right)^2 C \cdot 0,06995 = - \left(\frac{t}{100} \right)^2 0,031482;$$

d'où l'on tire

Nous avons

$$\begin{aligned} \text{Log. } C &= 7,9467613; & \text{Log. } C' &= 8,6546481; \\ \text{Log. } 1264^{1/2} &= 3,1017907; & \text{Log. } 0,06995 &= 9,8447877, \end{aligned}$$

donc, en prenant

$$\begin{aligned} & \frac{1 + \mu_1^{IV}}{1047,871} \text{ pour la masse de Jupiter;} \\ & \frac{1 + \mu_1'}{401839} \text{ pour la masse de Vénus;} \\ & \frac{1 + \mu_1''}{2680337} \text{ pour la masse de Mars;} \end{aligned}$$

les équations posées dans les pages 596 et 597 donneront

$$\begin{aligned} C \int (s^2 - E^2) n dt &= \\ & - \left(\frac{t}{100} \right)^2 \left\{ 11^{\circ}18'18,2 + 0^{\circ}01'70,86 + 0^{\circ}10'11 + 0^{\circ}17'49,7 \right\} \\ & - \left(\frac{t}{100} \right)^3 \left\{ 1^{\circ}17'02,8 \cdot \mu_1' - 2^{\circ}123,7 \cdot \mu_1'' + 9^{\circ}488 \cdot \mu_1^{IV} \right\} \\ & - \left(\frac{t}{100} \right)^3 0^{\circ}018669; \end{aligned}$$

(k).....

$$\int \delta v =$$

$$\left(\frac{t}{100}\right)^3 \{11^{\circ}51157 + 1^{\circ}7028 \cdot \mu_1 - 2^{\circ}1237 \cdot \mu_2 + 9^{\circ}488 \cdot \mu_3 \cdot IV\}$$

$$= \left(\frac{t}{100}\right)^3 0^{\circ}018669.$$

En calculant les anciennes éclipses de Lune ou de Soleil, à l'aide de la formule (K'), on obtient un accord fort satisfaisant entre la théorie et l'observation. L'éclipse de Lune observée à Babylone le 19 mars de l'année 720 avant notre ère est représentée avec une différence moindre de deux minutes (1'.6"). L'éclipse de Soleil observée par Thémis à Alexandrie le 16 juin de l'année 364 avant notre ère est représentée avec une différence d'une minute et 25 secondes. Les deux éclipses de Soleil observées près du Caire le 12 décembre de l'année 977 et le 8 juin de l'année 978, après notre ère, sont représentées avec une différence moindre de 4' (3'.40").

Ces éclipses étant arrivées fort près des apsidés de la Lune, il serait facile de diminuer cette différence en faisant varier l'anomalie de la Lune d'environ 40'. Mais nous n'insistons pas sur les comparaisons de ce genre, parce que la théorie a maintenant une telle certitude qu'il devient inutile d'établir des comparaisons avec des observations qui ne sont pas à l'abri de toute objection sur le degré de leur exactitude.

Sur le coefficient 11⁵¹¹⁵⁷ que je trouve ici après des calculs théoriques dont l'exécution est très-difficile, je dois faire une remarque propre à justifier une telle difficulté; assurément on pourrait objecter que le coefficient 11⁵¹³⁵, publié par Laplace le 19 novembre de l'année 1787, en est fort approchant quoique trouvé d'après un calcul sans comparaison plus simple. Mais en examinant de près la question on verra, que Laplace n'a jamais calculé le second terme

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{855}{16} m^4 - \frac{195}{16} m^2 c^2 + \frac{39}{64} m^2 \gamma^2 - \frac{75}{32} \delta^4 \\ \frac{36963}{64} m^5 - \frac{22593}{128} m^3 c^2 + \frac{2937}{512} m^3 \gamma^2 + \frac{675}{64} m \delta^4 \end{array} \right\} \int \delta v (s^2 - E^2)$$

et en calculant les suivans, on réduirait le coefficient de l'équation séculaire à un tel degré de petitesse qu'il serait incompatible avec les observations, soit anciennes, soit modernes. Toutefois, indépendamment de cette considération indirecte, on peut démontrer, que la suppression complète de cette partie est exigée par la méthode même des approximations successives sur laquelle est fondée toute la théorie qui fournit les coefficients des inégalités lunaires.

L'équation séculaire de l'anomalie, et l'équation séculaire de l'argument de la latitude de la Lune sont étroitement

de l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune, ni en 1787, ni en 1802, époque de la publication du 3^{ème} Volume de la Mécanique Céleste. Il avait borné la recherche au premier terme $\frac{3}{2} m^2 \int \delta v (s^2 - E^2)$ de cette équation. Sans une altération qu'il faisait subir par son calcul au second facteur, il aurait trouvé un coefficient inférieur à 10⁵³, comme à la page 273 du 3^{ème} Volume de la Mécanique Céleste. Le contraste entre les quantités positives et les quantités négatives au de-là du premier terme est la cause radicale qui augmente la difficulté de ce développement.

Lagrange en 1792 a aussi borné l'approximation au seul premier terme (Voyez la page 296 du Volume de l'Académie de Berlin pour les années 1792-93.)

Il y a un autre résultat sur lequel je dois fixer d'avance l'attention du Lecteur de ce Mémoire. En considérant, séparément, la partie de l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune, qui, par une combinaison particulière, naît, en vertu des intégrations, des termes périodiques multipliés par le coefficient différentiel $\frac{ds}{dv}$ de la variation séculaire de l'excentricité de l'orbite de la Terre, on obtiendrait une quantité, qui, par sa forme, paraît devoir être une partie intégrante de cette même équation. Mais, en examinant de plus près l'origine de cette partie, j'ai reconnu, que son addition avec la partie primitive est inadmissible. On verra, que les termes du 4^{ème} et du 5^{ème} ordre dérivés de cette source sont;

liées avec celle du moyen mouvement déterminée par l'équation (K). J'ai rapporté les deux premières en finissant le 4^{ème} §, afin de présenter réunies dans ce Mémoire l'expression analytique des trois équations séculaires qui affectent le mouvement du centre de gravité du globe de la Lune et celui des élémens de son orbite.

La distinction entre le centre de gravité et le centre de figure de la Lune devient maintenant nécessaire; car l'en a motif de croire le premier plus éloigné du centre de la Terre d'environ les 35 millièmes du rayon du globe de la Lune

(Voyez la page 31 du Tome XXIV que vient de publier la Société Astronomique de Londres).

En réfléchissant sur l'analyse qui nous a donné ce résultat capital, relativement aux équations séculaires, on sentira qu'il serait impossible de l'obtenir sans avoir les coef-

ficients de toutes les inégalités lunaires sous une forme littérale et explicite.

La loi des variations de l'équation séculaire, sous forme finie, que j'ai placée dans une Note qui termine ce Mémoire complète cette théorie d'une manière nouvelle.

Schreiben des Herrn Dr. Förster an den Herausgeber.

Nach einigem Suchen habe ich Circe wieder aufgefunden. Positionen kann ich leider nicht mittheilen, da der Vergleich erst bestimmt werden muss, doch wird es vielleicht nicht unwillkommen sein, wenn ich die an die Ephemeride des Herrn Dr. Klückerfues anzubringende Correction mittheile. Diese Correction ist:

$$\text{Juli 16} \quad \Delta \alpha +3^{\circ} 0' \quad \Delta \delta +9' 4''$$

Die Beobachtungen von gestern und vorgestern deuten an,

dass $\Delta \alpha$ täglich um $0^{\circ} 5'$ nahezu wächst. Die angegebene Correction ist übrigens nur beiläufig, wie sie der Beobachter bei Berechnung der mittleren Stern-Oerter 1856,0 erhält.

Circe war ungefähr 12. Grösse.

Isis stimmt noch vollständig mit der Ephemeride des Herrn Pape.

Berlin 1856 Juli 17.

Dr. W. Förster.

Aus einem Schreiben des Herrn Professors Grunert an den Herausgeber.

Ich hatte neulich, indem ich verschiedene Bände der „Philosophical Transactions“ zu andern Zwecken durchsah, wieder einmal Gelegenheit, die Richtigkeit des alten Sprichworts, dass nichts Neues unter der Sonne sei, zu erkennen. Ich fand darin nämlich, dass bereits vor mehr als 100 Jahren ein gewisser George Lynn den Vorschlag gemacht hat, die Sternschuppen zur Längenbestimmung zu benutzen. Die betreffende Abhandlung befindet sich in den Philosophical Transactions. Vol. XXXV. vom Jahre 1729. No. V. p. 351. und hat den folgenden Titel:

„A Method for determining the Geographical Longitude of Places, from the Appearance of the common Meteors, called Falling Stars; proposed by George Lynn, Esq.; of Southwick, Northampton-shire, in a Letter to Dr. Jurin, R. S. & Coll. Med. Soc.“

Lynn sagt, dass er durch einen von Halley gegebenen Bericht über ein am 19. März 1715 in England erschienenen merkwürdigen Meteor auf den Gedanken, die Sternschuppen zur Längenbestimmung vorzuschlagen, gebracht worden sei.

Greifswald.

Grunert.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. Klückerfues.

Die Wahl der kleinen Planeten ist für mich etwas schwierig, weil ich mich nach der Helligkeit, resp. Schwäche, die sie haben können, richten muss. Die gegenwärtig noch unbesetzt gebliebenen sind zuweilen sehr schwer zu beobachten und für die blesigen Mittel nicht die passendsten. Ich übernehme:

Astraea, Massalia, Calliope, Leda und Isis.

Göttingen 1856, Juli 19.

Dr. Klückerfues.

Inhalt.

- (Zu Nr. 1037 und 1038.) Construction einer Tafel für den *tupus hyperbolicus* u. s. w. (Fortsetzung von Nr. 1036) von Herrn Dr. Lehmann 65.
 Schreiben des Herrn Stud. Schultze in Leipzig an den Herausgeber 85.
 Note sur les coefficients théoriques, déterminés par Tobie Meyer, relativement aux deux Inégalités Lunaires, ayant pour argument $(2E - 2g + e'm)nt$, $(2E - 2g - e'm)nt$ par Mr. Jean Plana 87.
 Sur l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune. Par Mr. Jean Plana 91.
 Schreiben des Herrn Dr. Förster an den Herausgeber 95.
 Aus einem Schreiben des Herrn Professors Grunert an den Herausgeber 95.
 Auszug aus einem Schreiben des Herrn Dr. Klückerfues 95.

Altona 1856. Juli 27.

Opposition der Flora 1856, von Herrn Professor Encke.

Flora kam im Juni dieses Jahres in Opposition. Den Ort derselben für diese Zeit hatte ich im Jahrbuche für 1856 sorgfältig aus den *Brünnow'schen* Tafeln hergehuet, und der Sicherheit halber hatte Herr Dr. *Brüks* die Rechnung ebenfalls gemacht. Man konnte folglich aus der Vergleichung mit den Beobachtungen mit Sicherheit auf die Annäherung schliessen welche die Tafeln gewähren.

Folgende Beobachtungen, (angestellt mit dem hiesigen

1856	M Berl. Zt.	AR	Beobachtete	Decl.	Rechn.—Beob.	
					$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
Jun. 2	13 ^h 11 ^m 4 ^s 6	17 ^h 57 ^m 39 ^s 04	—18° 44' 30" 3	—0° 01'	+1" 4	
3	13 6 10 6	86 40 74	45 55 8	—0 07	+1 4	
9	12 36 23 5	50 28 08	55 16 7	+0 18	+1 3	
12	12 21 19 2	47 11 06	19 0 30 3	+0 07	+4 9	
13	12 16 16 6	46 4 13	2 11 7	+0 15	—0 8	
21	11 35 47 9	37 1 26	17 31 0	—0 28	+1 1	
26	11 10 34 2	31 26 21	27 49 6	—0 18	—1 3	
27	11 5 32 8	30 20 57	30 0 9	+0 04	+1 9	
29	10 55 32 4	28 11 84	34 20 4	+0 17	+1 0	
Juli 1	10 45 36 3	26 7 00	38 45 7	—0 04	+1 6	

Die Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung sind in AR völlig Null, in Decl. vielleicht 1⁵. Die Tafeln erfüllen folglich mehr als gehofft werden konnte ihren Zweck, für eine Reihe von Jahren den Ort so genähert zu geben, dass man keine weitere Verbesserung der Elemente bedarf, und die künftige definitive Feststellung der Elemente und Störungen durch sie vorbereitet wird. Wenn man bedenkt dass die Grundlage der Tafeln für die Elemente und die Störungen 5 Normal-Orter 1848—1852 März 29 waren, und dass sie jetzt noch, nach einem eben so grossen Zeitintervall von 4 Jahren, so vollkommen stimmen, so kann man mit Grund hoffen dass für die nächsten 20 oder 30 Jahre die Tafeln zur Auffindung vollkommen hinreichen werden. Es ist hiedurch der Weg angezeigt, auf dem wir hoffen können, nach und nach die Planeten-Welt in gehöriger Uebersicht erkennen zu können, und da ein halbes Jahrhundert verflossen ist seitdem kleine Planeten entdeckt sind, und alle Bestrebungen bisher dieses Ziel nicht erreicht haben (die Vesta-Tafeln von Herrn *Dassny*, wenn anders ich bei einer früheren Anwendung nicht einen Rechnungsfehler gemacht habe, erfüllen den Zweck mit der hier erreichten Genauigkeit bei weitem nicht) so betrachte ich diese Planetentafeln als einen wichtigen Fortschritt, und will von Herzen wünschen,

Meridiankreise) und Vergleichen mit der Vorüberrechnung theilt mir jetzt Herr Dr. *Brüks* mit. Er bemerkt dabei dass Flora wegen ihres tiefen Standes schwach und schwer zu beobachten war, obgleich sie als ein Stern 9. Gr. geschätzt werden konnte. Besonders schwach war sie am 12^{ten} Junl. Auf Aberration und Parallaxe ist gehörig Rücksicht genommen.

dass in ähnlicher Weise auch bei den übrigen kleinen Planeten, vorgegangen werden wird.

Welche Methode dabei angewandt wird, ist mir vollkommen gleichgültig, so lange man nur den verderblichen Gesichtspunkt verlässt, nach welchem die physische Astronomie als eine Gelegenheit zu analytischen Exercitien angesehen wird, und in unwesentlichen Formveränderungen die Zeit vergendet. Wenn der sechste Theil der Zeit, die in diesen fünfzig Jahren darauf verwandt worden ist, um die Welt in Erstaunen zu setzen durch die krausen Formeln und Bezeichnungen und endlosen Entwicklungen, zu dem eigentlichen Zwecke angewandt wäre, die Data der Erfahrung in Übereinstimmung zu bringen mit den theoretischen Annahmen, so wären wir zuverlässig um eben so viel mal weiter. Alle Methoden beruhen eigentlich doch nur auf den aller-einfachsten Relationen, und meiner Ueberzeugung nach ist der Weg der sich an diese einfachsten Relationen anschliesst, auch der ansprechendste und kürzeste. Man hat die Bedeutung aller Grössen die man anwendet immer deutlich vor Augen, ein Gewinn der mir gross genug erscheint, um selbst den etwanigen Nachtheil aufzuwiegen, ein Paar Zahlen mehr hinschreiben zu müssen, ein Nachtheil den ich übrigens bis jetzt noch nicht einzusehen vermochte. Ob man 3 Wochen

oder 4 Wochen auf Planetentafeln verwendet ist ein höchst gleichgültiger Umstand, besonders wenn man berücksichtigt dass ein halbes Jahrhundert hingegangen ist, ohne dass die Versuchetafel für die kleinen Planeten, auf dem Wege der bei den ältern Planeten zum Ziele geführt hat, zu Stände zu bringen, irgend einen praktischen Erfolg hatten.

Die kleinen Planeten sind durch ihre grosse Anzahl allerdings ein etwas lästiger Zuwachs den die Arbeiter in der Astronomie erhalten haben. Aber sie bieten eine Seite dar, welche vor vielen andern astronomischen Beschäftigungen besondere Beachtung verdient. Der spezifische Unterschied der Astronomie von den andern Naturwissenschaften besteht darin, dass in ihr die Möglichkeit gegeben ist durch Vergleichung mit der Erfahrung die Theorie zu prüfen und zu vervollständigen, während bei vielen andern Naturwissenschaften bis jetzt nur das Material gesammelt wird, ohne noch eine feste Aussicht zu haben es unter einfache Gesetze zu bringen. Darum glaube ich dass es wesentlich im Interesse der wahren Astronomie liegt, keine der Erscheinungen bei denen eine solche Prüfung möglich ist, bei Seite liegen zu lassen, und besonders nicht deswegen, weil sich hier nichts Neues finden lässt, oder vielmehr weil man nicht im Voraus angeben kann, ob ein anderer Gewinn als der einer Bestätigung des schon Bekannten erzielt werden kann, die

Mühe der Arbeit zu scheuen. Hätte man in Frankreich nicht die kleinen Planeten von Anfang an vernachlässigt, so würde Laplace nicht das grosse Zutrauen zu der fehlerhaften Jupitersmasse gehabt haben, und es hätte nicht des Anstosses den der Comet von kurzer Umlaufzeit gegeben hat bedurft, um eines der wichtigsten Elemente unseres Sonnensystems von einem übermässigen Fehler zu befreien.

Aber allerdings gehört dazu dass man die egoistische Selbstsucht aufgibt, die in der Lösung der astronomischen Probleme nur die Gelegenheit sieht, sich einen Namen zu machen, und in ihrem Extreme selbst soweit sich vergessen kann, durch wahrhaft bemitleidenswürdige Verdrehungen wenigstens in den Augen der Nicht-Kenner den Schein sich zu bewahren. Es gehört dazu der ächt wissenschaftliche Sinn, in dem Bewusstsein für seine Wissenschaft nützlich beschäftigt zu sein, mit Gleichmuth es ertragen zu können, wenn andere mehr in die Augen fallende Bestrebungen den öffentlichen Beifall vorzugsweise erhalten. Je mehr die Grösse der Instrumente die Gelegenheit, im Felde der reinen Beobachtungen sich auszuzeichnen, erschwert, desto willkommener ist ein Zweig, der ohne äussere Apparate und Unterstützung es möglich macht, für das wahre Wesen der Wissenschaft sich wirkliche Verdienste zu erwerben.

Berlin 1856 Aug. 9.

Encke.

Construction einer Tafel für den *latus hyperbolicus* innerhalb der Grenzen $t = \frac{a}{k} \sqrt{\frac{a}{\mu}}$ und t unendlich.

Von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung von M 1038 der A.N.)

§ 24.

In dieser Tafel ist die Columne für $\log \frac{r}{a}$ nicht deswegen hinzugefügt, um zwischen diesen Werthen von $\log s$ zu interpoliren; diese Columne soll nur dazu dienen, die leichteste Auflösung der Aufgabe zu gewähren, aus dem gegebenen r das zugehörige t zu finden. Diese Columne zeigt nämlich, innerhalb welches Intervalls der zugehörige $\log r$ sich befinden muss; und um zu beurtheilen, ob dieser $\log r$ sich näher beim Anfang oder näher beim Ende des betreffenden Intervalls befindet, ist $\log \frac{r}{a}$ für $\log r =$

0,025	0,075	0,125	2,675
2,75	2,85	2,95	3,95
4,1	4,3	4,5	5,9
6,25	6,75	7,25	

hinzugefügt, und zwar vermittelt der durch Vernachlässigung von $\frac{d^2v}{dt^2}$ bedingten Formel

$$\log \frac{r}{a} = \frac{\log s + \log s'}{2} - \frac{1}{2} \Delta \log r \Delta \frac{dv}{dt} \dots (69)$$

berechnet (wenn $\log s$ den in der Tafel beim Anfang des betreffenden Intervalls stehenden $\log \frac{r}{a}$, $\log s'$ aber den beim Ende dieses Intervalls stehenden $\log \frac{r}{a}$, $\Delta \log r$ die constante Differenz der Argumente der Tafel, und $\Delta \frac{dv}{dt}$ die Differenz der in der Tafel am Anfang und am Ende des betreffenden Intervalls stehenden Werthe von $\frac{dv}{dt}$ bedeutet).

Bei Anwendung der Gleichung (69) kommen Fälle vor, wo man über die 6te Bruchstelle von $\log \frac{r}{a}$ um eine Einheit zweifelhaft bleibt; es sind die, wo 1000000 ($\log s + \log s'$) eine gerade Zahl und zugleich 250000 $\Delta \log r \Delta \frac{dv}{dt}$ eine ganze und zwar ungerade Zahl, oder 1000000 ($\log s + \log s'$)

eine ungerade und zugleich 250000 $\Delta \log \tau \Delta \frac{dv}{d \log \tau}$ eine gerade Zahl ist. Für solche Fälle ist es nöthig, zu der Formel (69) noch ein Glied hinzuzufügen, um zu wissen, ob der Ausdruck (69), wie er da steht, zu gross oder zu klein ist. An die Stelle dieses Ausdrucks sollte nämlich (wenn

$$\log \frac{r}{a} = \frac{\log s + \log s'}{2} - \frac{1}{2} \Delta \log \tau \Delta \frac{dv}{d \log \tau} + \frac{1}{8} \Delta \frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2} (\Delta \log \tau)^3 - \frac{1}{384} \left(\frac{d^4 v}{(d \log \tau)^4} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^4 v}{(d \log \tau)^4} \right) (\Delta \log \tau)^4 + \dots \quad (70)$$

verwandeln. Nach dem Taylor'schen Theorem aber ist näherungsweise

$$\Delta \frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2} = \left(\frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2} + \frac{1}{2} \Delta \frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2} \right) \Delta \log \tau;$$

dadurch verwandelt sich die Gleichung (70) in

$$\log \frac{r}{a} = \frac{\log s + \log s'}{2} - \frac{1}{2} \Delta \log \tau \Delta \frac{dv}{d \log \tau} + \frac{1}{384} \Delta \frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2} (\Delta \log \tau)^3 + \dots$$

folglich ist, wenn $\frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2}$ mit Rücksicht auf das Zeichen im Wachsen begriffen ist, für $\log \frac{r}{a}$ der grössere der beiden Werthe, zwischen denen man zweifelhaft ist, wenn aber $\frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2}$ im Abnehmen begriffen ist, der kleinere jener beiden Werthe zu setzen. Der erste zweifelhafte Fall dieser Art zeigt sich bei $\log \tau = 1,575$; nun ist aber schon in § 21 bemerkt worden, dass $\frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2}$ von $\log \tau = 0,75$ an negativ ist, dagegen zeigt das in demselben § aufgestellte Schema der successiven Differenzen von $\frac{Z}{a}$, dass $\frac{Z}{a}$ von $\log \tau = 1,55$ an fortwährend abnimmt; folglich ist $\Delta \frac{d^2 v}{(d \log \tau)^2}$ von $\log \tau = 1,55$ an fortwährend positiv; folglich ist, wenn $\log \tau = 1,575$ ist, $\log \frac{r}{a}$ (welcher Logarithmus sich durch die Gleichung (69) = 1,6130695 findet) = 1,613070 zu setzen; und so hat man auch in allen folgenden zweifelhaften Fällen den durch die Gleichung (60) gefundenen $\log \frac{r}{a}$ um 0,0000005 zu vermehren.

Die auf diese Art herausgebrachten 161 Werthe von $\log \frac{r}{a}$ wurden nicht nur der Differenzen-Controlle unterworfen (es finden sich für $\log \tau =$

$$0,000 \quad 0,025 \quad 0,050 \quad \dots \quad 2,700$$

unter den 3^{ten} Differenzen die 26 ersten positiv; denn die 11te, 13te und 17te, welche sich = -0,000001 ergeben, und die 23ste = -0,000002, rühren augenscheinlich nur von den in $\log \frac{r}{a}$ vernachlässigten 7^{ten} Bruchstellen her; darauf folgen 4 dritte Differenzen = 0,000000, dann

$$-0,000001 \quad +0,000002 \quad -0,000003 \quad +0,000001$$

$\log \tau$ das arithmetische Mittel zwischen den am Anfang und Ende des betreffenden Intervalls stehenden Argumenten bedeutet) streng genommen $\log \tau$ + dem arithmetischen Mittel zwischen der rechten und linken Seite der Gleichung (67) § 22 gesetzt werden; dadurch würde sich die Gleichung (69) in

wo aber +0,000002 und +0,000001 nur von den in $\log \frac{r}{a}$ vernachlässigten 7^{ten} Bruchstellen herrühren können; dann folgen lauter negative dritte Differenzen, denn die 21ste, 18te, 16te, 12te und 6te vom Ende, deren jede sich = +0,000001 ergibt, können wiederum nur von den in $\log \frac{r}{a}$ vernachlässigten 7^{ten} Bruchstellen herrühren; die 105 vierten Differenzen haben fast ununterbrochen abwechselnde Zeichen, und das absolute Maximum derselben ist = 0,000005; für $\log \tau =$

2,45	2,50	2,55	... 4,00
------	------	------	----------

finden sich alle 3^{ten} Differenzen negativ, mit Ausnahme der 6^{ten} vom Ende, welche = +0,000001 ist; die 4^{ten} Differenzen haben fast ununterbrochen abwechselnde Zeichen, und ihr absolutes Maximum ist = 0,000004; für $\log \tau =$

3,5	3,6	3,7	... 6,0
-----	-----	-----	---------

finden sich alle dritten Differenzen negativ, mit Ausnahme der 8^{ten} vom Ende, der drittletzten und der letzten, deren jede = +0,000001 ist; die 4^{ten} Differenzen haben ununterbrochen abwechselnde Zeichen, und ihr absolutes Maximum ist = 0,000003; für $\log \tau =$

6,00	6,25	6,50	... 7,50
------	------	------	----------

sind die 3^{ten} Differenzen =

$$-0,000001 \quad -0,000002 \quad +0,000002 \quad -0,000002,$$

also das absolute Maximum der 3^{ten} Differenzen = 0,000004, sondern auch der Summen-Controlle, indem für jeden Theil der Tafel, worin $\Delta \log \tau$ constant ist, sämmtliche in der Tafel wirklich aufgesetzte Werthe von $\log \tau$ unter sich, sämmtlich wirklich aufgesetzte Werthe von $\log \frac{r}{a}$ unter sich addirt wurden; dann müssen die 3 gefundenen Summen $\Sigma \log \tau$, Σv und $\Sigma \log \frac{r}{a}$ der Gleichung

$$\Sigma \log \frac{r}{a} - 2 \Sigma v = 2 \Sigma \log \tau - \frac{\log r + \log r'}{2} - \frac{v + v'}{2} - \frac{1}{2} \Delta \log \tau \Delta \frac{dv}{d \log \tau} \dots (71)$$

Genüge thun, wenn $\log \tau$ das erste und $\log r'$ das letzte Argument, v den ersten und v' den letzten Werth von v , und $\Delta \frac{dv}{d \log \tau}$ die Differenz zwischen dem ersten und letzten Werth von $\frac{dv}{d \log \tau}$ bezeichnet. Vermöge der Gleichung (71) muss für den Theil der Tafel, wo $\Delta \log \tau =$

$$0,05 \quad 0,1 \quad 0,2 \quad 0,5$$

$$\text{ist, } \Sigma \log \frac{r}{a} - 2 \Sigma v \text{ resp.} =$$

$$147,005826375 \quad 90,447142625 \quad 104,999784 \quad 47,249996375$$

sein; wir finden statt dessen

$$147,005824 \quad 90,447144 \quad 104,999784 \quad 47,249997;$$

die Abweichungen, in Einheiten der 6ten Bruchstelle =

$$2\frac{3}{4} \quad 1\frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2}$$

sind (mit Rücksicht darauf, dass die zu $\log \tau =$

$$0,025 \quad 0,075 \quad 0,125 \quad \dots \quad 2,675$$

gehörigen $\log \frac{r}{a}$ aus 54 Decimalbrüchen bestehen, deren jeder bei der 6ten Bruchstelle abgebrochen ist, die zu $\log \tau =$

$$2,75 \quad 2,85 \quad 2,95 \quad \dots \quad 3,95$$

gehörigen $\log \frac{r}{a}$ aber aus 13 solchen Decimalbrüchen, die zu $\log \tau =$

$$4,1 \quad 4,3 \quad 4,5 \quad \dots \quad 5,9$$

gehörigen $\log \frac{r}{a}$ aber aus 10 solchen Decimalbrüchen, und die zu $\log \tau =$

$$6,25 \quad 6,75 \quad 7,25$$

gehörigen $\log \frac{r}{a}$ aus 3 solchen Decimalbrüchen) für sehr gering zu achten.

Wir wollen noch den Gebrauch unserer Tafel an einigen Beispielen erläutern.

Gesetzt, ein Comet befände sich in einer Entfernung = 9,70385 Erdbahn-Halbmessern vom Jupiter, und habe eine direct auf den Jupiter zu gerichtete Geschwindigkeit, wonach er, wenn sie constant bliebe, in einem mittleren Sonnentage 0,00036774921 Erdbahn-Halbmesser zurücklegen würde; wenn nun der Jupiter und die Sonne in ihren Bewegungen gehemmt wären, und die von der Sonne und den übrigen Planeten gegen den Comet ausgeübte Anziehung vernichtet wäre, um wieviel würde der Comet sich dem Jupiter innerhalb 7,94 mittlerer Sonnentage nähern?

$$v = 0,244022 + \left(0,23354 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,018537}{0,05} \cdot 0,00542 \right) \cdot 0,018537 = 0,248370$$

$$\text{Hier ist } \rho = 9,70385, \quad c = 0,00035774921, \quad \text{und} \\ \mu = \frac{1}{1047,871};$$

$$\log \rho = 0,9869441 \quad \log (2k^2) = 6,7721930.$$

$$\log (c^2) = 3,1071573. \quad \log \mu = 6,9796922.$$

$$\log (\rho c^2) = 4,0941014. \quad \log (2k^2 \mu) = 3,7518852.$$

also $\rho c^2 > 2k^2 \mu$; folglich findet der *lapsus hyperbolicus* statt, und man findet ferner:

$$\log \rho = 0,9869441$$

$$\log (k^2 \mu) = 4,4508552.$$

$$\log (\rho c^2 - 2k^2 \mu) = 3,8306878.$$

$$\log a = 0,6071115$$

$$\log \sigma = 0,3798326$$

Zu $\log \frac{\rho}{a} = \log \sigma = 0,3798326$ gehört ein τ , dessen Logarithmus zufolge unserer Tafel zwischen 0,125 und 0,150 liegt; der erste Näherungswerth dieses Logarithmus ist = 0,150 — $\frac{0,394022 - 0,3798326}{0,019127} \cdot 0,025$, d. i. (weil

$$\log (0,394022 - 0,3798326) = 8,15196$$

$$\log 0,019127 = 8,28164$$

$$\log \frac{0,394022 - 0,3798326}{0,019127} = 9,87032 = \log 0,742$$

$$\log 0,025 = 8,39794$$

$$\log \left(\frac{0,394022 - 0,3798326}{0,019127} \cdot 0,025 \right) = 8,26826$$

$$= 0,150 - 0,018547 = 0,131453. \text{ Zu diesem } \log \tau \text{ gehört}$$

$$v = 0,244022 + \left(0,23354 + \frac{0,742}{4} \cdot 0,00542 \right) \cdot 0,018547$$

$$= 0,244022 + 0,23455 \cdot 0,018547 = 0,248372,$$

$$\text{also } \log v = 0,131453 + 0,248372 = \log \sigma = 0,0000076.$$

Da nun die Gleichung (42) § 13 die Differential-Gleichung

$$\frac{dv}{d \log \tau} = \frac{d \log v}{d \log \tau} - 1,$$

also

$$d \log \tau = \frac{d \log v}{1 + \frac{dv}{d \log \tau}}$$

gibt, so ist der 2te Näherungswerth des zu $\log \sigma$ gehörigen

$$\log \tau = \frac{0,150 - 0,018547 \mp \frac{0,0000076}{1 - 0,23354 - \frac{0,742}{2} \cdot 0,00542}}{2}$$

$$= 0,150 - 0,018547 = 0,131463, \text{ und hierzu gehört}$$

$$v = 0,244022 + \left(0,23354 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,018537}{0,05} \cdot 0,00542 \right) \cdot 0,018537 = 0,248370$$

also $\log s = 0,379833 = \log \sigma$; folglich ist
 $\lg(\sqrt{s^2+2\sigma} - \lg \text{nat}(\sigma+1+\sqrt{s^2+2\sigma})) = 0,131463$

Controlle.

$$\log \sigma = 0,379833$$

$$\log \sqrt{1 + \frac{2}{\sigma}} = 0,1317067$$

$$\log \sqrt{s^2+2\sigma} = 0,6115397$$

$$\sigma + 1 = 3,3979105$$

$$\sqrt{s^2+2\sigma} = 3,2474291$$

$$\sigma + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma} = 6,645340$$

$$\log(\sigma + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma}) = 0,8225172$$

$$1,842068074...$$

$$46051701...$$

$$4605170...$$

$$1151292...$$

$$23025...$$

$$16118...$$

$$460...$$

$$\sqrt{s^2+2\sigma} = 3,2474291$$

$$\log \text{nat}(\sigma + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma}) = 1,8939158$$

$$\sqrt{s^2+2\sigma} - \log \text{nat}(\sigma + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma}) = 1,3535133.$$

Die Controlle stimmt. Subtrahiren wir vom $\log$ der letzteren Grösse (welcher = 0,131463)

$$\frac{\lg(k^2\mu) - \lg(a^2)}{2} = \frac{3,4508552 - 1,8213345}{2} = 5,814760,$$

so erhalten wir den $\log$ der Zeit, innerhalb welcher, von der Entfernung p an, (wenn es möglich wäre) der Centralpunkt erreicht werden würde, = 4,316703, also diese Zeit = 20734,95 Tagen; dieser Zeitraum und $\log a$ sind die Elemente der Bewegung, und nun kommen wir zur Beantwortung der eigentlichen Frage. Von 20734,95 Tagen haben wir 7,94 Tage zu subtrahiren, um t zu erhalten.

$$\log t = 4,316537$$

$$\log\left(\frac{k}{a}\sqrt{\frac{\mu}{a}}\right) = 5,814760.$$

$$\log \tau = 0,131297 = 0,15 - 0,018703$$

$$v = 0,244022 + \left(0,23354 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,018703}{0,05} \cdot 0,00342\right) \cdot 0,018703$$

$$= 0,244022 + 4387$$

$$\log s = 0,379706$$

$$\log \sqrt{1 + \frac{2}{s}} = 0,1317356$$

$$\log \sqrt{s^2+2\sigma} = 0,5114416$$

$$\sigma + 1 = 3,5972094$$

$$\sqrt{s^2+2\sigma} = 3,2466955$$

$$\sigma + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma} = 6,643905$$

$$\log(s + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma}) = 0,8224234$$

$$1,842068074...$$

$$46051701...$$

$$4605170...$$

$$1151292...$$

$$23025...$$

$$16118...$$

$$460...$$

$$\log \text{nat}(s + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma}) = 1,8936928$$

$$\sqrt{s^2+2\sigma} = 3,2466955$$

$$\log \text{nat}(s + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma}) = 1,8936928$$

$$\tau = 1,530027.$$

Diesem τ entspricht $\log \tau = 0,131299$, von obigem Werthe 0,131297 um weniger als α Arc 1" verschieden, so dass man auch hier sagen kann, die Controlle stimmt.

$$\sigma = 2,3979105$$

$$\log(\sigma - s) = 6,846$$

$$s = 2,3972094$$

$$\log a = 0,607$$

$$\sigma - s = 0,000701$$

$$\log(a(\sigma - s)) = 7,453.$$

Folglich nähert sich der Comet dem Jupiter innerhalb des gegebenen Zeitraums um $a(\sigma - s) = 0,00284$ Erdbahnhaltmesser.

Um wieviel würde aber der Comet sich in 21385670 Tagen vom Jupiter entfernen, wenn er in einem Abstände = 9,70385 eine direct vom Jupiter abwärts gerichtete Geschwindigkeit = 0,00035774921 hätte?

Hier findet man $t = 20734,95 + 21385670 = 214060405$;

$$\log t = 7,330552$$

$$\log\left(\frac{k}{a}\sqrt{\frac{\mu}{a}}\right) = 5,814760$$

$$\log \tau = 3,145312 = 3,1 + 0,045312$$

$$v = 2352 - \left(0,00462 - \frac{1}{2} \cdot \frac{0,045312}{0,1} \cdot 0,00081\right) \cdot 0,045312$$

$$= 0,002352 - 201$$

$$\log s = 3,147463$$

$$\log \sqrt{1 + \frac{2}{s}} = 309$$

$$\log \sqrt{s^2+2\sigma} = 3,147772$$

$$\sigma + 1 = 1405,3100$$

$$\sqrt{s^2+2\sigma} = 1405,3097$$

$$\sigma + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma} = 2810,6197$$

$$\log(s + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma}) = 3,4488021$$

$$6,907755...$$

$$921034...$$

$$92103...$$

$$18420...$$

$$1842...$$

$$4...$$

$$0...$$

$$\sqrt{s^2+2\sigma} = 1405,3097$$

$$\log \text{nat}(s + 1 + \sqrt{s^2+2\sigma}) = 7,9412$$

$$\tau = 1397,3685.$$

Diesem r entspricht $\log r = 3,145511$; die Controlle stimmt.

$$\begin{array}{rcl} \log s & = & 3,147463 \\ \log a & = & 0,6071115 \\ \log r & = & 3,7545745 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} r & = & 5682,958 \\ \rho & = & 9,704 \\ r - \rho & = & 5673,254. \end{array}$$

Folglich entfernt sich der Comet vom Jupiter innerhalb des gegebenen Zeitraums um 5673,254 Erdbahn-Halbmesser.

Wenn die Geschwindigkeit 0,00035774921 wiederum nach dem Jupiter zu gerichtet ist, wieviel Zeit wird dazu erfordert, dass der Comet sich von der Entfernung 9,70385 bis auf die Entfernung 7,71563 dem Jupiter nähert?

Hier ist $r = 7,71563$, also

$$\begin{array}{rcl} \log r & = & 0,8873714 \\ \log a & = & 0,6071115 \\ \log s & = & 0,2802599 \end{array}$$

folglich liegt $\log r$ zwischen 0,000 und 0,025; der erste Näherungswert dieses Logarithmus ist =

$$0,2802599 - 0,280250 = 0,0000099, \text{ d. i. (weil)}$$

$$\frac{0,018801}{\log(0,2802599 - 0,280250)} = 4,996$$

$$\log 0,018801 = 8,274$$

$$\log \frac{0,2802599 - 0,280250}{0,018801} = 6,722 = \log 0,000527$$

$$\log 0,025 = 8,398$$

$$\log \left(\frac{0,2802599 - 0,280250}{0,018801} \cdot 0,025 \right) = 5,120$$

= 0,000013. Zu diesem $\log r$ gehört

$$v = 0,280250 - \left(\frac{0,24920 - 0,000527}{4} \cdot 0,000502 \right) = 0,000013$$

= 0,280247, also $\log s = 0,000013 + 0,280247 = 0,280260$; folglich ist $\log r = 0,000013$ schon hinreichend genau gefunden.

Controlle.

$$\log s = 0,2802599$$

$$\log \sqrt{1 + \frac{2}{s}} = 0,1557696$$

$$\log \sqrt{s^2 + 2s} = 0,4360295$$

$$s + 1 = 2,9066013$$

$$\sqrt{s^2 + 2s} = 2,7291631$$

$$s + 1 + \sqrt{s^2 + 2s} = 5,635764$$

$$\log(s + 1 + \sqrt{s^2 + 2s}) = 0,7509528$$

$$1,611809565 \dots$$

$$115129254 \dots$$

$$2072326 \dots$$

$$115129 \dots$$

$$4605 \dots$$

$$1842 \dots$$

$$\sqrt{s^2 + 2s} = 2,7291631$$

$$\log(s + 1 + \sqrt{s^2 + 2s}) = 1,7291827$$

$$r = 1,0000804$$

Die Controlle stimmt.

$$\begin{array}{rcl} \log r & = & 0,000013 \\ \log \left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \right) & = & 5,814760 \\ \log t & = & 4,185253. \end{array}$$

Folglich ist $t = 15319,80$, und der Comet braucht also $20734,95 - 15319,80 = 5415,15$ Tage, um sich dem Jupiter von der Entfernung 9,70385 bis auf die Entfernung 7,71563 zu nähern.

Wenn die Geschwindigkeit 0,00035774921 wiederum vom Jupiter abwärts gerichtet ist, wieviel Zeit braucht der Comet, um sich von der Entfernung 9,70385 bis zur Entfernung 419373,8 vom Jupiter zu entfernen?

Hier ist $r = 419373,8$, also

$$\log r = 5,6226013$$

$$\log a = 0,6071115$$

$$\log s = 5,0154898$$

folglich liegt $\log r$ zwischen 5,0 und 5,1; der erste Näherungswert dieses Logarithmus ist =

$$5,0 + \frac{5,0154898 - 5,000049}{0,099991} \cdot 0,1, \text{ d. i. (weil)}$$

$$\log(5,0154898 - 5,000049) = 8,18867$$

$$\log 0,099991 = 8,99996$$

$$\log \frac{5,0154898 - 5,000049}{0,099991} = 9,18871 = \log 0,2$$

$$\log 0,1 = 9,00000$$

$$\log \left(\frac{5,0154898 - 5,000049}{0,099991} \cdot 0,1 \right) = 8,18871$$

= 5,0 + 0,015442 = 5,015442. Zu diesem $\log r$ gehört

$$v = 0,000049 - \left(\frac{0,00010 - 0,00003}{4} \cdot 0,015442 \right) = 0,000048,$$

also $\log s = 5,015442 + 0,000048 = 5,015490$; folglich ist $\log r = 5,015442$ schon hinreichend genau gefunden.

Controlle.

$$\log s = 5,0154898$$

$$\log \sqrt{1 + \frac{2}{s}} = 42$$

$$\log \sqrt{s^2 + 2s} = 5,0154940$$

$$s + 1 = 103632,03$$

$$\sqrt{s^2 + 2s} = 103632,03$$

$$s + 1 + \sqrt{s^2 + 2s} = 207264,06$$

$$\log(s+1+\sqrt{s^2+2s}) = \frac{5,3165240}{11,5129\dots}$$

$$\frac{6907\dots}{230\dots}$$

$$\frac{138\dots}{11\dots}$$

$$\frac{0\dots}{0\dots}$$

$$\sqrt{s^2+2s} = 103632,03$$

$$\log \text{nat}(s+1+\sqrt{s^2+2s}) = 12,24$$

$$\tau = 103619,79.$$

Diesem τ entspricht $\log r = 5,015443$; die Controlle stimmt.

$$\log \tau = 5,015442$$

$$\log\left(\frac{k}{a} \sqrt{\frac{\mu}{a}}\right) = 5,814760$$

$$\log t = 9,200682.$$

Folglich ist $t = 1587380000$, und der Comet braucht (wenn er sich nicht der Attractions-Sphäre eines Fixsterns so nähert, dass er davon merklich gestört wird) 1587380000 – 20734,95, d. i. 1587360000 Tage, um sich vom Jupiter von der Entfernung 9,70385 bis zur Entfernung 419373,8 zu entfernen.

Potsdam, den 29. Februar 1856.

W. Lehmann.

Ephemeride der Circe (Fortsetzung), von Herrn Dr. Klinkerfues.

1856	α	δ	$\log \Delta$
Aug. 8	303° 3' 22",8	–12° 53' 32",4	0,29495
9	302 51 40,8	12 57 45,6	
10	302 40 9,8	13 1 58,9	
11	302 28 50,8	13 6 12,0	
12	302 17 44,0	13 10 25,0	0,29882
13	302 6 49,9	13 14 37,4	
14	301 56 9,2	13 18 48,9	
15	301 45 43,0	13 22 59,3	
16	301 35 31,2	13 27 8,7	0,30354
17	301 25 34,4	13 31 16,5	
18	301 15 53,1	13 35 23,1	
19	301 6 28,3	13 39 28,1	
20	300 57 20,2	13 43 31,4	0,30910
21	300 48 28,7	13 47 33,1	
22	300 39 54,7	13 51 32,7	
23	300 31 39,2	13 55 30,0	
24	300 23 41,7	13 59 24,9	0,31355
25	300 16 2,8	14 3 17,2	
26	300 8 43,0	14 7 7,2	
27	300 1 43,0	14 10 54,3	
28	299 55 2,5	–14 14 38,8	0,32227

1856	α	δ	$\log \Delta$
Aug. 29	299° 48' 41",9	–13° 18' 20",6	
30	299 42 41,7	14 21 59,1	
31	299 37 2,4	14 25 34,5	
Sept. 1	299 31 43,8	14 29 6,5	0,32975
2	299 26 45,5	14 32 35,1	
3	299 22 9,1	14 36 0,2	
4	299 17 54,3	14 39 21,8	
5	299 14 1,5	14 42 39,6	0,33773
6	299 10 30,4	14 45 53,9	
7	299 7 20,7	14 49 4,4	
8	299 4 33,0	14 52 10,9	
9	299 2 6,6	14 55 13,6	0,34612
10	299 0 2,2	14 58 12,4	
11	298 58 18,9	15 1 6,8	
12	298 56 57,5	15 3 57,4	
13	298 55 57,2	15 6 43,5	0,35488
14	298 55 18,7	15 9 25,6	
15	298 55 1,9	15 12 3,5	
16	298 55 6,5	15 14 37,3	
17	298 55 32,8	–15 17 6,5	0,36380

Göttingen 1856, Aug. 2.

W. Klinkerfues.

Aus einem Schreiben des Herrn Professors, d'Arrest an den Herausgeber.

Mit der Anordnung, welche Sie in Betreff der kleinen Planeten für mich zu treffen die Güte hatten, bin ich vollkommen einverstanden, und es sollen demnach

Ceres, Pallas und Juno

in jeder Opposition, von der gegenwärtig stattfindenden der Juno an, mit Fleiss und Sorgfalt beobachtet werden. Häufig werden zwar gleichzeitige Meridiandurchgänge erhalten werden können, indessen denke ich mich zu erinnern, dass wenigstens ζ und η bisweilen ausserhalb des Bereichs des Meridiankreises stehe.

Aus Paris höre ich, dass eine franz. Uebersetzung von Brünnow's aphärischer Astronomie herausgegeben werden

soll; von einer englischen, die in Amerika erschienen ist oder erscheinen soll, war längst schon die Rede. Das ist wohl ein Erfolg ohne Beispiel in der Astronomie.

Die Positionsbestimmungen der Nebelflecken setze ich anhaltend fort; der Druck der ersten Reihe ist nun nahe beendet. Ich gebe in der Abhandlung nicht die ganzen Beobachtungen im Detail, weil das viel zu umfangreich würde; in der Form habe ich mich ziemlich nahe an den Katalog des jüngeren *Herschel* angeschlossen; doch gebe ich häufig die Lage der Nebel gegen die allernächsten Sterne ausführlicher an.

H. d'Arrest.

Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altonaer Sternwarte.

Leda.					
1856	M. Zt. Altona	α app. (30)	δ app. (30)	Beobachter	
Febr. 2	11 ^h 30 ^m 3'0	8 ^h 19 ^m 19'76	+17°16'25"	Schumacher	
3	11 25 10,6	18 23,23	16 13,7	Pape	
4	11 20 19,2	17 27,38	15 58,7	S.	
23	9 52 6,3	3 54,57	5 13,3	S.	
Egeria.					
Feb. 16	13 ^h 13 ^m 12'6	10 ^h 57 ^m 58'11	+35°39'57"8	S.	
23	12 37 56,2	50 11,73	36 5 27,0::	S.	

Hygiea.

Verglichen mit der Ephemeride im Berl. Jahrbuche.

1856	M. Zt. Altona	α app. (10)	$\Delta \alpha$ (R-B)	δ app. (10)	$\Delta \delta$ (R-B)	
Aug. 2	12 ^h 58 ^m 29 ^s 6	21 ^h 45 ^m 34 ^s 15	-0'45	-10°18'51"0	+0"8	P.
3	53 49,5	44 49,92	-0,31	21 29,7	+1,0	P.
4	49 9,5	44 5,68	-0,59	24 10,1	-0,4	P.
5	44 28,8	43 20,63	-0,48	27 3,4	+8,1	P.

Diejenigen Planeten, welche ihrer Lichtschwäche wegen nicht mehr bei beleuchteten Fäden gesehen werden können, werden in hiesigen Meridiankreise im dunkeln Felde an einer Raute und einem Ringe beobachtet. Die Durchgänge am Ringe liefern die Bestimmung für die Declination.

Bislang konnten nur auf einer Seite vom Mittelpunkt des Ringes Durchgänge beobachtet werden; erst seit kurzem ist durch eine Versetzung des Ringes die Einrichtung getroffen, dass man abwechselnd das beobachtete Object auf beiden Seiten durchgehen lassen kann. Die Declinationen der Hygiea, Aug. 2. 3 und 4, beruhen jedesmal auf einem Durchgange nördlich vom Mittelpunkt, am 5^{ten} August dagegen ward der Durchgang auf der entgegengesetzten Seite beobachtet. Es scheint demnach eine kleine constante Differenz zwischen den Durchgängen auf verschiedenen Seiten des Ringmittelpuncts vorhanden zu sein, vielleicht verursacht durch eine kleine Elliptizität des Ringes; es wird daher in der Folge abwechselnd auf verschiedenen Seiten beobachtet werden, so dass im Mittel aus je 2 Beobachtungen der constante Fehler eliminiert wird.

Altona 1856 Aug. 13.

C. F. Pape.

Berichtigungen zu den Astronomischen Nachrichten № 1021.

Seite 194 Z. 7 v. u. statt α lies α .
 „ 198 gegen das Ende der 20^{ten} Zeile v. u. und in der 13^{ten} Zeile v. u. statt — lies —
 „ 200 Z. 14 v. u. statt + 0,000020 = 6,649858, lies + 0,000019 = 6,649857;
 die folgenden 8 Zeilen sind ganz zu streichen.
 „ „ Z. 5 v. u. st. $\log x = 6,649857 - 0,000020 = 6,649837$.
 lies $\log x = 6,649838$.

Seite 200 Z. 4 v. u. statt 8,3249185 lies 8,324919.
 „ „ Z. 3 v. u. statt $\sqrt{\frac{1}{2}}$ lies $\frac{1}{2}$.
 „ „ Z. 2 v. u. statt 4,648149. lies 4,648151.
 „ 202 Z. 12 v. o. statt 9,4777081. lies 9,4777075.
 „ „ Z. 16 v. o. statt des 2^{ten} Gleichheitszeichens lies +.
 „ 203 Z. 8 v. o. Die Ueberschrift Controlle: ist erst nach der Zeile $r = 0,0628038$ zu setzen.
 „ „ Z. 10 v. o. statt 9,7091975 lies 9,7081975.

I n h a l t.

(Zu Nr. 1039). Opposition der Flora 1856, von Herrn Professor Encke 97. —
 Construction einer Tafel für den *latus hyperbolicus* u. s. w. (Fortsetzung und Schluss von Nr. 1038), von Herrn Dr. Lehmann 99. —
 Ephemeride der Circe (Fortsetzung), von Herrn Dr. Klinkerfuss 109. —
 Aus einem Schreiben des Herrn Professors d'Arrest an den Herausgeber 109. —
 Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altonaer Sternwarte 111. —
 Berichtigungen zu den Astronomischen Nachrichten Nr. 1021, 111. —

Altona 1856. August 16.

Researches on Satellites. By Albert Marth, Esq.

First paper: Preliminary investigations.

I propose to make the motions of the satellites of Saturn, Uranus and Neptune the subject of investigation. I shall endeavour to elucidate their theories as far as the imperfect data at my disposal may seem fairly to warrant. In the present paper I give the développement of the general formulæ employed in my further researches. In so doing I cannot of course be too sensible to the consideration, that I am engaged on a problem, which has already been treated by the master-hand of *Bessel*.^{*)} Nevertheless I venture to submit this essay to the notice of astronomers, as I trust, that some parts of it will be found acceptable. At least I believe I am correct in stating, that the new formulæ, which I am about to propose, have saved me much trouble in my later calculations.

In order that a series of observations of a satellite may be made a contribution of full value towards an investigation of its motions, it is essential to adopt such a method in observing, that the results of reduction may give positions of the satellite referred to the centre of the planet. Such an arrangement is however sometimes, or indeed usually, a matter of difficulty, since the great faintness of most satellites throws very serious obstacles in the way of obtaining results unimpeachably trustworthy. The excellent observations, taken by *Bessel* with the Königsberg Heliometer, furnish a good illustration of the disadvantageous effects which these difficulties produce in a greater or less degree. Jupiter's satellites are bright enough to be brought directly in contact with the limbs of the planet. By referring therefore their places to four symmetrical points of the limbs, *Bessel* derived their positions in reference to the centre, merely assuming the form of the planet to be symmetrical. Titan, the Huyghenian satellite of Saturn, does not in the usual state of the atmosphere allow direct comparisons with

the borders of the ball. Accordingly *Bessel* referred the places of this satellite to two symmetrical but otherwise arbitrary points in the apparent major axis of the ring, which points he chose with regard either to the ball or to the ring, as circumstances might permit. The positions of Titan therefore, deduced from his observations, rest on an assumption, the strict correctness of which is at least not beyond all doubt, namely, that the centre of the figure of the ring coincides with the centre of the planet. The faintness of *Japetus* and *Rhea*, the two other satellites of Saturn observed by *Bessel*, thwarted however even this arrangement; and he was in consequence obliged to disregard the planet and ring entirely and to resort to Titan as a fiducial object, so that the investigation of the orbits of the two other satellites from his observations is only possible after the motions of Titan have been duly determined.

Modifications of the formulæ, which have their origin in considerations of this kind, are properly allowed for wherever they occur in special calculations. In the present preliminary researches I shall disregard them and suppose, that the observations furnish positions of the satellite in reference to the centre of the planet.

§ 1.

Let p denote the angle of position of the satellite at the centre of the planet and s its apparent angular distance from it, corresponding to the time t . Since observed angles of position, reckoned in the usual manner, refer directly to the circle of declination and the geocentric places of planets in the ephemerides are usually given in reference to the equator, I shall adopt the (moveable) equator as the fundamental-plane and refer the plane of the satellites orbit to it by means of the longitude of the ascending node N and of the inclination φ , which last I shall reckon from 0° to 180° , so that there may be no need to distinguish between direct and retrograde motion. In the solid angle, which is formed at the planet's centre by the prolonged line X from the observer to the planet, by the line Q to the Northpole of the equator and by the line T to the (positive) pole of the satellite's orbit, let U be the angle included between the

*) The chief papers of *Bessel* on the subject of satellites are these:

Bestimmung der Bahn des *Huygen'schen* Saturns-Satelliten. — *Astronomische Nachrichten*. Vol. IX.
Bestimmung der Masse des *Jupiter*. — *Astr. Untersuch.* vol. II.
and the unfinished posthumous essay:
Theorie des Saturns-Systems. — *Astr. Nachr.* Vol. XXVIII.

two planes, which meet in the line T , K the supplement of the angle included between the planes meeting in X and h the angle between the lines T and X . If then A and D denote the apparent right ascension and declination of the planet, as seen from the observers place, H , K , h are found by the formulæ

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2} h \sin \frac{1}{2} (H + K) &= + \sin \frac{1}{2} (90^\circ - N + A) \sin \frac{1}{2} (90^\circ - D + J) \\ \sin \frac{1}{2} h \cos \frac{1}{2} (H + K) &= - \cos \frac{1}{2} (90^\circ - N + A) \sin \frac{1}{2} (90^\circ - D + J) \\ \cos \frac{1}{2} h \sin \frac{1}{2} (H - K) &= - \sin \frac{1}{2} (90^\circ - N + A) \cos \frac{1}{2} (90^\circ - D + J) \\ \cos \frac{1}{2} h \cos \frac{1}{2} (H - K) &= + \cos \frac{1}{2} (90^\circ - N + A) \cos \frac{1}{2} (90^\circ - D + J) \end{aligned} \quad (2)$$

According to these equations the angles H and $180^\circ - K$ are reckoned from the plane TX in the direction of the satellites motion. The angle h is of course always to be taken between 0° and 180° .

If u denotes the argument of latitude or the angle between the node and the place of the satellite, reckoned in the direction of the motion, and σ the supplement of the angle contained between the line X and a line S , drawn from the planet to the satellite, then we have in the solid angle between the lines XTS the equations

$$\begin{aligned} \sin \sigma \sin (p - K) &= \cos (H + u) \\ \sin \sigma \cos (p - K) &= \sin (H + u) \cos h \\ \cos \sigma &= \sin (H + u) \sin h \end{aligned} \quad (3)$$

which give therefore the angle of position p and the angle σ , which last of course is to be taken between 0° and 180° .

Further, denoting by r the radius vector of the satellite in its orbit round the planet and by Δ and Δ' , the linear distances of the observer from the planet and from the satellite, we obtain the apparent angular distance s and also Δ , by means of the formulæ

$$\begin{aligned} \Delta \sin s &= r \sin \sigma \\ \Delta \cos s &= r \cos \sigma + \Delta' \end{aligned} \quad (4)$$

so that Δ , s , p may be found from

$$\begin{aligned} \Delta \sin s \sin (p - K) &= r \cos (H + u) \\ \Delta \sin s \cos (p - K) &= r \sin (H + u) \cos h \\ \Delta \cos s &= r \sin (H + u) \sin h + \Delta' \end{aligned} \quad (5)$$

or, in case Δ' is not wanted, by putting

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{r} + \sin h \sin (H + u) &= \frac{1}{r}, \text{ from } (4) \\ \frac{\Delta}{r} \sin s \sin (p - K) &= \cos (H + u) \\ \frac{\Delta}{r} \sin s \cos (p - K) &= \sin (H + u) \cos h \\ \frac{\Delta}{r} \cos s &= \sin (H + u) \sin h \end{aligned} \quad (6)$$

In most cases however it will be more advantageous to retain the angle σ and to calculate s indirectly by the equation

$$\sin s = \frac{r}{\Delta} \sin (\sigma - s) \quad (7)$$

and, in case Δ' is wanted, Δ , by

$$\Delta = \frac{r \sin \sigma}{\sin (\sigma - s)}$$

$$\begin{aligned} \sin h \sin H &= \cos (A - N) \cos D \\ \sin h \cos H &= \sin (A - N) \cos D \cos J + \sin D \sin J \\ \cos h &= - \sin (A - N) \cos D \sin J + \sin D \cos J \\ \sin h \sin K &= \cos (A - N) \sin J \\ \sin h \cos K &= - \sin (A - N) \sin J \sin D - \cos J \cos D \end{aligned} \quad (1)$$

Instead of which the trigonometrical formulæ of Gauss may be used, so that

$$\begin{aligned} -N + A \sin \frac{1}{2} (90^\circ - D + J) \\ -N + A \sin \frac{1}{2} (90^\circ - D - J) \\ -N + A \cos \frac{1}{2} (90^\circ - D + J) \\ -N + A \cos \frac{1}{2} (90^\circ - D - J) \end{aligned} \quad (2)$$

Although the calculation of these rigorous formulæ for s is extremely simple, yet in some cases it is superfluous to use them, since the approximation $s'' = \frac{r \sin \sigma}{\Delta \arcsin 1^\circ}$ will be

found sufficient, so that equations (5) become

$$\begin{aligned} s'' \sin (p - K) &= \frac{r}{\Delta} \cdot \omega'' \cos (H + u) \\ s'' \cos (p - K) &= \frac{r}{\Delta} \cdot \omega'' \sin (H + u) \cos h \end{aligned} \quad (8)$$

where $\omega'' = \frac{1}{\arcsin 1^\circ} = 206264''$

For, equations (4) give

$$\begin{aligned} \tan s &= \frac{r \sin \sigma}{\Delta + r \cos \sigma} \\ &= \frac{r \sin \sigma}{\Delta} \left\{ 1 - \frac{r}{\Delta} \cos \sigma + \frac{r^2}{\Delta^2} \cos^2 \sigma - \dots \right\}, \end{aligned}$$

therefore

$$s'' = \frac{r \sin \sigma}{\Delta \arcsin 1^\circ} \left\{ 1 - \frac{r}{\Delta} \cos \sigma + \frac{r^2}{\Delta^2} \cos^2 \sigma (1 - \frac{1}{2} \tan^2 \sigma) - \dots \right\}$$

If we omit in this expression all terms but the first, we are neglecting in s'' the quantity

$$- \frac{r^2}{\Delta^2} \frac{\sin 2\sigma}{2 \arcsin 1^\circ} + \dots$$

This quantity reaches its maximum for $\sigma = 45^\circ$ or 135° .

In order therefore to avoid in all parts of the apparent orbit an error ϵ in s , using the approximative form, the proportion

$\frac{r}{\Delta}$ must not exceed the limit $\sqrt{2 \epsilon \arcsin 1^\circ}$. This limit or its reciprocal is

for $s = 0.005$	$\frac{\Delta}{r} = 4542$	or greatest apparent elongation $43''$
$s = 0.01$	3212	64''
$s = 0.05$	1437	143''
$s = 0.1$	1016	203''

For the satellites of Uranus and Neptune and also for the inner ones of Saturn the error of the substitution

$$s'' = \frac{r}{\Delta} \cdot \omega'' \sin \sigma$$

is accordingly always below $100''$.

§ 2.

I shall now develop the alterations which the calculated values of p and s undergo by alterations of the elements, upon which they are based.

By differentiating the equations (3) we have

$$\begin{aligned} -\sin^2 \sigma (dp - dK) &= \cosh(dH + du) - \cos(H + u) \cos \sigma dh \\ -\sin \sigma d\sigma &= \cos(H + u) \sinh(dH + du) + \sin(H + u) \cosh dh \end{aligned}$$

But the differentiation of (1) gives, A and D being considered constants,

$$\begin{aligned} -\sin h dH &= \cosh \sin H dJ + \cos K \cos D dN \\ -\sin h dK &= \sin H dJ + \cos H \sin J dN \\ dh &= \cos H dJ - \sin H \sin J dN \\ &= \cos H dJ - \sin K \cos D dN \end{aligned}$$

Hence we derive after some reductions

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \sigma dp &= -\cosh du + \sinh \cos(H + u) \sin u dJ \\ &\quad + \{ \sinh \sin(H + u) \sin u \sin J - \sin D \} dN \\ \sin \sigma d\sigma &= -\sinh \cos(H + u) du - \cosh \sin u dJ \\ &\quad + \{ \cos K \cos(H + u) + \sin K \sin(H + u) \cosh \} \cos D dN \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

This last equation follows more shortly by differentiation of the third equation (3). Let it also be observed, that the coefficient of $\cos D dN$ is $\sin \sigma \sin p$.

By differentiating the equation $\sin s = \frac{r}{\Delta} \sin(\sigma - s)$ we obtain

$$\frac{ds}{\sin s} = \frac{\cos(\sigma - s)}{\sin \sigma} d\sigma + \frac{\sin(\sigma - s)}{\sin \sigma} \cdot \frac{dr}{r}$$

or by substituting for $d\sigma$ its value from (9)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sin \sigma}{\sin s} \cdot ds &= -\frac{\cos(\sigma - s)}{\sin \sigma} \{ \sinh \cos(H + u) du + \cosh \sin u dJ - \sin \sigma \sin p \cos D dN \} \\ &\quad + \sin(\sigma - s) \frac{dr}{r} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

As unit of the angular quantities dp , $d\sigma$, du etc. I will assume the minute of arc; the linear quantities are therefore still to be multiplied by $\omega' = \frac{1}{\text{arc}'} = 3437''.7$, $\lg \omega' = 3.53627$.

Supposing generally the accuracy of the measured angles of position to be directly proportional to the apparent angular distances or to their sines (a point, which of course in every case must be made a matter for especial consideration); assuming the unit of accuracy to be that, with which

the angle is measured in the greatest elongations, when the satellite is at its mean distance a from the planet and in the (arbitrary, but constant) distance Δ_0 from the observer; besides making $\frac{r}{a} = p$, so that p denotes the radius vector of the satellite expressed in parts of the semi-major axis of its orbit; and lastly, putting for shortness sake $\frac{\Delta_0}{\Delta} \cdot \frac{\sin(\sigma - s)}{\sin \sigma} \cdot p = v$; then the first equation (9) is changed into

$$\begin{aligned} \sin \sigma dp &= -v \csc \sigma \cosh du + v \csc \sigma \sinh \cos(H + u) \sin u dJ \\ &\quad + v \csc \sigma \{ \sin J \cos \sigma \sin u - \sin D \} dN \end{aligned}$$

and equation (10), supposing the accuracy of the measured distances for small and large values to be the same and expressing ds in seconds, becomes

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta_0}{60 a} ds &= -v \cdot \frac{\cos(\sigma - s)}{\sin \sigma} \sinh \cos(H + u) du - v \cdot \frac{\cos(\sigma - s)}{\sin \sigma} \cosh \sin u dJ \\ &\quad + v \cos(\sigma - s) \sin p \cos D dN \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

where $\frac{dr}{r} = \frac{da}{a} + \frac{dp}{p}$ and $\omega' = \frac{1}{\text{arc}'}.$

§ 3.

The variations dp and $d\epsilon$ appear in these equations as functions of dJ , dN , da and du , dp . It is now requisite to express du and dp by the differentials of the other elements of the orbit.

Let Q denote the angle between the line of apsides and the line of nodes, e the eccentricity of the orbit, μ , u , v the mean, eccentric and true anomaly of the satellite at the time t , μ_0 its mean anomaly corresponding to the time t_0 , n its mean daily sidereal motion. By introducing then the angle of eccentricity ϕ , so that $\sin \phi = e$, we have for the determination of p , v , u , as usual, the equations

$$\begin{aligned} du &= \frac{\cos \phi}{\rho^3} (du_0 + (t-t_0)dn) + \left(1 - \frac{\cos \phi}{\rho^2}\right) dQ + \left(\sec^2 \phi + \frac{1}{\rho}\right) \sin v \cdot u' de \\ u' dp &= tg \phi \sin v (du_0 + (t-t_0)dn) - tg \phi \sin v dQ - \cos v \cdot u' de \end{aligned} \quad (13)$$

These equations are convenient and accurate, in case the eccentricity is considerable. If e however is of small amount, then the coefficients of dQ are also small, dQ itself can therefore not be found from equations of condition with sufficient accuracy and it becomes necessary to introduce instead of Q and e functions of these quantities as elements. For this purpose I will now transform equations (13). We have

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\cos \phi}{\rho^3} &= 1 - \frac{(1+e \cos v)^2}{\cos^2 \phi} \\ &= - \frac{(2+e \cos v) e \cos v + 1 - \cos^2 \phi}{\cos^2 \phi} \\ &= - tg \phi \left\{ \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \cos v + tg \phi \left(1 + \frac{1}{2 \rho^2 \cos^2 \frac{1}{2} \phi}\right) \right\} \text{ or} \\ &= - e \left\{ \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \cdot \cos v \left(1 + \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} \phi}{\cos^2 \phi}\right) + tg \phi \left(\frac{1}{\cos^2 \phi} + \frac{1}{2 \cos^2 \frac{1}{2} \phi}\right) \right\} \\ &= - e \left\{ \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \cos v + \frac{tg \phi}{2 \cos^2 \frac{1}{2} \phi} \left(1 + \frac{2 \cos^2 \frac{1}{2} \phi}{\cos^2 \phi} + e \cos v \cdot \frac{2+e \cos v}{1-e^2}\right) \right\} \text{ or} \\ 1 - \frac{\cos \phi}{\rho^3} &= - e \left\{ \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \cos v + tg \frac{1}{2} \phi \left(\frac{2 \cos^2 \frac{1}{2} \phi}{\cos^2 \phi} + \frac{\cos \phi}{\rho^2}\right) \right\} \end{aligned}$$

Accordingly equations (13) may be written

$$\begin{aligned} du &= \frac{\cos \phi}{\rho^3} (du_0 + (t-t_0)dn) - \left\{ \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \cos v + tg \frac{1}{2} \phi \left(\frac{2 \cos^2 \frac{1}{2} \phi}{\cos^2 \phi} + \frac{\cos \phi}{\rho^2}\right) \right\} e dQ \\ &\quad + \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \sin v \cdot u' de \\ u' dp &= tg \phi \sin v (du_0 + (t-t_0)dn) - \left\{ 1 + tg \phi tg \frac{1}{2} \phi \right\} \sin v \cdot e dQ - \cos v \cdot u' de \end{aligned} \quad (14)$$

Introducing then as elements

$$\begin{aligned} u' \cdot e \sin Q &= q \\ u' \cdot e \cos Q &= q', \text{ we obtain} \\ e dQ &= \cos Q dq - \sin Q dq' \\ u' de &= \sin Q dq + \cos Q dq' \end{aligned} \quad (15)$$

and the equations (14) are changed into

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{a^3} \left(1 - \frac{e^2}{2}\right) + \frac{e^2}{a^3} \cos^2 \frac{1}{2} \phi$$

$$\begin{aligned} du &= \frac{\cos \Phi}{\rho^2} (du_0 + (t-t_0) dn) = \left\{ \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \cos(Q+v) + \left(\frac{2 \cos^2 \frac{1}{2} \Phi}{\cos^2 \Phi} + \frac{\cos \Phi}{\rho^2} \right) \lg \frac{1}{2} \Phi \cos Q \right\} d\varphi \\ &\quad + \left\{ \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \sin(Q+v) + \left(\frac{2 \cos^2 \frac{1}{2} \Phi}{\cos^2 \Phi} + \frac{\cos \Phi}{\rho^2} \right) \lg \frac{1}{2} \Phi \sin Q \right\} d\dot{\varphi} \quad (16) \\ u' d\rho &= \lg \Phi \sin v (du_0 + (t-t_0) dn) = \left\{ \sin(Q+v) + \sin v \cdot \lg \Phi \lg \frac{1}{2} \Phi \cos Q \right\} d\varphi \\ &\quad - \left\{ \cos(Q+v) + \sin v \cdot \lg \Phi \lg \frac{1}{2} \Phi \sin Q \right\} d\dot{\varphi} \end{aligned}$$

which expressions are still quite rigorous.

If e is of moderate value, so that in the coefficients the terms multiplied by e^2 may be neglected, then these equations become

$$\begin{aligned} du &= (1+2e \cos v) (du_0 + (t-t_0) dn) = \left\{ (2+e \cos v) \cos u + \frac{\delta \varphi}{2\omega} \right\} d\varphi \\ &\quad + \left\{ (2+e \cos v) \sin u + \frac{\delta \dot{\varphi}}{2\omega} \right\} d\dot{\varphi} \quad (17) \\ u' d\rho &= e \sin v (du_0 + (t-t_0) dn) = \sin u d\varphi - \cos u d\dot{\varphi} \end{aligned}$$

If e is so small, that also the terms multiplied by e may be disregarded, or if it is $= 0$, then we have

$$\begin{aligned} du &= du_0 + (t-t_0) dn = 2 \cos u d\varphi + 2 \sin u d\dot{\varphi} \\ u' d\rho &= -\sin u d\varphi - \cos u d\dot{\varphi} \end{aligned} \quad (18)$$

§ 4.

In case the inclination of the satellite's orbit to the equator is moderate, it is preferable to use as element instead of Q itself the combination $N \pm Q$ (analogous to the longitude of the perihelion in planetary or cometary orbits), where the upper or lower sign is to be taken according as J is near 0° or near 180° . Denoting the new elements, which take the place of Q and u_0 , by P and L_0 , so that

$$P = N \pm Q \text{ and}$$

$$L_0 = u_0 \mp P, \text{ we have}$$

$$\mu = L_0 - P + (t-t_0) n$$

$$\mu \mp P \pm (P-N) \text{ and the differential-expressions for } du \text{ and } u' d\rho \text{ become} \quad (19)$$

$$du = \frac{\cos \Phi}{\rho^2} (dL_0 + (t-t_0) dn) \mp dN + \left(1 - \frac{\cos \Phi}{\rho^2} \right) dP + \left(\sec^2 \Phi + \frac{1}{\rho^2} \right) \sin v \omega d\sigma$$

$$u' d\rho = \lg \Phi \sin v (dL_0 + (t-t_0) dn) - \lg \Phi \sin v dP - \cos v \cdot u' d\sigma$$

Making, in case e is of moderate amount,

$$u' \sin P = c$$

$$u' \cos P = c'$$

we obtain, neglecting in the coefficients those terms, which are multiplied by e^2 ,

$$\begin{aligned} du &= (1+2e \cos v) (dL_0 + (t-t_0) dn) \mp dN - \left\{ (2+e \cos v) \cos(P+v) + \frac{\delta \varphi}{2\omega} \right\} d\varphi \\ &\quad + \left\{ (2+e \cos v) \sin(P+v) + \frac{\delta \dot{\varphi}}{2\omega} \right\} d\dot{\varphi} \quad (20) \\ u' d\rho &= e \sin v (dL_0 + (t-t_0) dn) - \sin(P+v) d\sigma - \cos(P+v) d\dot{\sigma} \end{aligned}$$

or by neglecting also those terms, which contain the first power of e ,

$$\begin{aligned} du &= dL_0 + (t-t_0) dn \mp dN - \left\{ 2 \cos(P+v) d\varphi + 2 \sin(P+v) d\dot{\varphi} \right\} \\ u' d\rho &= -\sin(P+v) d\varphi - \cos(P+v) d\dot{\varphi} \end{aligned} \quad (21)$$

§ 5.

If the inclination of the satellite's orbit to the plane of the equator is so inconsiderable that the smallness of the coefficients would make the determination of dN from equations of condition very uncertain, it becomes necessary either to refer the orbit to another plane, than that of the equator, or to introduce into the equations of condition instead of $d\sigma$ and dN functions of these quantities. Taking this last course, the most convenient functions appear to be $\lg \frac{1}{2} J \sin N$ and $\lg \frac{1}{2} J \cos N$. Thus, making

$$2w' \operatorname{tg} \frac{1}{2} J \sin N = b$$

$$2w' \operatorname{tg} \frac{1}{2} J \cos N = b'$$

where again $w' = \frac{1}{\cos i}$, we have

$$dJ = \sin N \cos^2 \frac{1}{2} J db + \cos N \cos^2 \frac{1}{2} J db' \quad (22)$$

$$\sin J dN = \cos N \cos^2 \frac{1}{2} J db - \sin N \cos^2 \frac{1}{2} J db'$$

In these equations it is better, not to regard db and db' , but $\cos^2 \frac{1}{2} J db$ and $\cos^2 \frac{1}{2} J db'$ as the variables; since then

$$\frac{\sin^2 \sigma dp}{\cos^2 \frac{1}{2} J db} = \sin h \sin u \sin(N+H+u) - (\sin D \mp \cos h) \frac{\cos N}{\sin J}$$

$$\frac{\sin^2 \sigma dp}{\cos^2 \frac{1}{2} J db'} = \sin h \sin u \cos(N+H+u) + (\sin D \mp \cos h) \frac{\sin N}{\sin J}$$

$$\frac{\sin \sigma d\sigma}{\cos^2 \frac{1}{2} J db} = -\cos h \sin u \sin N - \{\cos D \sin \sigma \sin p \mp \sin h \cos(H+u)\} \frac{\cos N}{\sin J}$$

$$\frac{\sin \sigma d\sigma}{\cos^2 \frac{1}{2} J db'} = -\cos h \sin u \cos N + \{\cos D \sin \sigma \sin p \mp \sin h \cos(H+u)\} \frac{\sin N}{\sin J} \quad (23)$$

In these expressions is supposed, that L, b, b' and P, c or functions of P, c are considered as elements of the orbit. The sign $\mp$ is to be taken with regard to $P = N \pm Q$.

These formulae might be employed. But I shall dwell upon them the less, as in those cases, in which they are to be made use of, it may not be more inconvenient to change the fundamental-plane, to which the situation of the orbit is referred. The choice of the ecliptic instead of the equator would indeed be generally preferable, if the ephemerides contained geocentric longitudes and latitudes of the planets instead of right ascensions and declinations. The formulae, which have been given before for finding the apparent positions of the satellite from given elements, may be used generally whatever be the fundamental-plane to which the elements refer, but they give of course angles of position in reference to the circle of latitude in the system adopted.

Let n', h', H', K' be quantities analogous to n, h, H, K but referring to the ecliptic and not to the equator, also let L and B denote the apparent longitude and latitude (on the ecliptic) of the planet; then we have

$$\sin \frac{1}{2}(90^\circ - B) \sin \frac{1}{2}(90^\circ - L + E) = \cos \frac{1}{2}(90^\circ + A) \sin \frac{1}{2}(90^\circ - D - u)$$

$$\sin \frac{1}{2}(90^\circ - B) \cos \frac{1}{2}(90^\circ - L + E) = \sin \frac{1}{2}(90^\circ + A) \sin \frac{1}{2}(90^\circ - D + u)$$

$$\cos \frac{1}{2}(90^\circ - B) \sin \frac{1}{2}(90^\circ - L - E) = \cos \frac{1}{2}(90^\circ + A) \cos \frac{1}{2}(90^\circ - D - u)$$

$$\cos \frac{1}{2}(90^\circ - B) \cos \frac{1}{2}(90^\circ - L - E) = \sin \frac{1}{2}(90^\circ + A) \cos \frac{1}{2}(90^\circ - D + u) \quad (26)$$

I now return again to the equator as the fundamental-plane.

§ 6.

Hitherto I have assumed, that the observations furnish angles of position and apparent distances of the satellite. I have now to take into consideration those cases, in which the results of observation appear as functions of these quantities. Let the observed quantities be x and y , so that

the formulae remain available for all values of J . To the terms, which have to be substituted in (9) for

$$\sin h \cos(H+u) \sin u dJ + \{\sin J \cos \sigma \sin u - \sin D\} dN \text{ and}$$

$$\cos h \sin u dJ - \sin \sigma \sin p \cos D dN$$

must still be added those, which depend upon the introduction of P instead of Q , so that the partial differentials, which relate to the situation of the orbit, become

$$\sin \sigma \sin(p - (K' + E)) = \cos(H' + u')$$

$$\sin \sigma \cos(p - (K' + E)) = \sin(H' + u') \cos h'$$

$$\cos \sigma = \sin(H' + u') \sin h'$$

where E , the angle between the circle of latitude and of declination at the apparent place of the planet, is found by

$$\cos E = -\cot u \cos B \sec L + \sin B \operatorname{tg} L$$

ω being the obliquity of the ecliptic. E is in all occurring cases to be taken between -90° and $+90^\circ$ and it is accordingly negative or positive as the planet is situated in the ascending or in the descending signs of the zodiac.

If L and B are not given, they are found from A, D, u by the known formulae, which may be written most conveniently perhaps in the form

$$\sec D \cos B \cos L = \cos A$$

$$\sec D \cos B \sin L = \sin A \cos u + \operatorname{tg} D \sin u$$

$$\sec D \sin B = -\sin A \sin u + \operatorname{tg} D \cos u$$

$$\text{and } E \text{ is obtained with all desirable accuracy from}$$

$$\sin E = -\sin u \cos A \sec B$$

$$= -\sin u \cos L \sec D$$

Or the Gaussian formulae may be used

$$x = \psi s \sin p$$

where ψ denotes a function of s , which for the present I leave undefined. In order to calculate the corresponding values of x and y from given elements, it will be found in

most cases advantageous to employ again the angle σ , so that, by making

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \sin \sigma \sin p \\ \eta &= \sin \sigma \cos p \\ \zeta &= \cos \sigma \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

x and y are obtained from

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\psi \sigma}{\sin \sigma} \cdot \xi \\ y &= \frac{\psi \sigma}{\sin \sigma} \cdot \eta \end{aligned} \right\}$$

where generally ζ will be contained in $\psi \sigma$. The expressions for ξ , η , ζ can be derived from the equations (3). It is however simpler and more to the purpose, to find them in a more direct manner. Denoting by α and δ the planeto-

$$\left. \begin{aligned} \sin \sigma \sin p &= -\sin(A-N) \cos u + \cos(A-N) \cos J \sin u \\ \sin \sigma \cos p &= -\cos(A-N) \sin D \cos u + \sin(A-N) \cos J \sin D - \sin J \cos D \sin u \\ \cos \sigma &= \cos(A-N) \cos D \cos u + \sin(A-N) \cos J \cos D + \sin J \sin D \sin u \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

It is now only requisite to render these equations convenient for calculation. By introducing for that purpose with *Bessel* the known auxiliary angles f , F , g , G , h , H according to

$$\left. \begin{aligned} \sin f \sin F &= -\sin(A-N) \\ \sin f \cos F &= \cos(A-N) \cos J \\ \cos f &= \cos(A-N) \sin J \\ \sin g \sin G &= -\cos(A-N) \sin D \\ \sin g \cos G &= -\sin(A-N) \cos J \sin D + \sin J \cos D \\ \cos g &= \sin(A-N) \sin J \sin D + \cos J \cos D \\ \sin h \sin H &= \cos(A-N) \cos D \\ \sin h \cos H &= \sin(A-N) \cos J \cos D + \sin J \sin D \\ \cos h &= -\sin(A-N) \sin J \cos D + \cos J \sin D \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

the equations (30) are changed into

$$\left. \begin{aligned} \sin \sigma \sin p &= \sin f \sin(F+u) = \xi \\ \sin \sigma \cos p &= \sin g \sin(G+u) = \eta \\ \cos \sigma &= \sin h \sin(H+u) = \zeta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (32)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin f \sin g \sin(F-G) &= \cos h \\ \sin g \sin h \sin(G-H) &= \cos f \\ \sin h \sin f \sin(H-F) &= \cos g \\ \sin f \sin g \cos(F-G) &= -1 \\ \sin g \sin h \cos(G-H) &= -1 \\ \sin h \sin f \cos(H-F) &= -1 \\ \sin h \sin(H+u) &= +\cos g \sin f \cos(F+u) - \cos f \sin g \cos(G+u) \\ \sin h \cos(H+u) &= -\cos g \sin f \sin(F+u) + \cos f \sin g \sin(G+u) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (33)$$

where the value of u is arbitrary.

The numerical calculation of the auxiliary angles g , G , h , H is simple enough, especially by using the forms

centric rightascension and declination of the satellite, we have for the determination of σ and p the equations

$$\left. \begin{aligned} \sin \sigma \sin p &= \sin(\alpha-A) \cos \delta \\ \sin \sigma \cos p &= -\cos(\alpha-A) \cos \delta \sin D + \sin \delta \cos D \\ \cos \sigma &= \cos(\alpha-A) \cos \delta \cos D + \sin \delta \sin D \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (28)$$

But α , δ and α , δ , N are connected by the relations

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta \sin(\alpha-N) &= \sin u \cos J \\ \cos \delta \cos(\alpha-N) &= \cos u \\ \sin \delta &= \sin u \sin J \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

we have therefore

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta \sin(\alpha-A) &= \sin u \cos J \cos(A-N) - \cos u \sin(A-N) \\ \cos \delta \cos(\alpha-A) &= \sin u \cos J \sin(A-N) - \cos u \cos(A-N) \end{aligned} \right\}$$

and the equations (28) become accordingly

The geometrical signification of the auxiliary angles is easily explained. Through the centre of the planet let five lines be drawn O , T , X , Y , Z , some of which have already been defined in § 1: O the line to the Northpole of the equator, T the line to the (positive) pole of the satellites orbit (rightascension $= N - 90^\circ$, declination $= 90^\circ - J$), X the line from the observer to the planet produced, Y a line perpendicular upon X in the plane of the declination-circle and taken from X in the direction, towards O , Z a line perpendicular upon the declination-circle and taken from X in the direction of increasing rightascensions — then are h , g , f the angles formed by the lines X , Y , Z with the line T , and H , G , F the angles, which the planes passing through X , Y , Z and T include with the plane, which passes through O and T .

Of the relations which subsist between these auxiliary angles J mention the following, since part of them will be afterwards made use of

.....

.....

.....

$$\begin{aligned}
 \operatorname{cosec} D \sin G &= -\cos(A-N) \\
 \operatorname{cosec} D \sin G \cos G &= -\sin(A-N) \cos J + \cotg D \sin J \\
 \operatorname{cosec} D \cos G &= \sin(A-N) \sin J + \cotg D \cos J \\
 \sec D \sin h \sin H &= \cos(A-N) \\
 \sec D \sin h \cos H &= \sin(A-N) \cos J + \tg D \sin J \\
 \sec D \cos h &= -\sin(A-N) \sin J + \tg D \cos J
 \end{aligned}$$

where it must be observed, that the term $\operatorname{cosec} D \sin G$ gives the sign of $\sin D$. But if it appears preferable, the following substitutions may be used

$$\begin{aligned}
 \sin b \sin B &= -\sin(A-N) \sin D \\
 \sin b \cos B &= \cos D \\
 \cos b &= -\cos(A-N) \sin D \\
 \sin c \sin C &= \sin(A-N) \cos D \\
 \sin c \cos C &= \sin D \\
 \cos c &= \cos(A-N) \cos D
 \end{aligned}
 \quad \dots \dots (34)$$

whence

$$\begin{aligned}
 \sin g \sin G &= \cos b \\
 \sin g \cos G &= \sin b \sin(B+J) \\
 \cos g &= \sin b \cos(B+J) \\
 \sin h \sin H &= \cos c \\
 \sin h \cos H &= \sin c \sin(C+J) \\
 \cos h &= \sin c \cos(C+J)
 \end{aligned}$$

§ 7.

The differentiation of the equations (32), duly regarding (31), gives

$$\begin{aligned}
 d\xi &= \sin f \cos(F+u) du - \cos(A-N) \sin J \sin u dJ \\
 &\quad + \{ \cos(A-N) \cos u + \sin(A-N) \cos J \sin u \} dN \\
 d\eta &= \sin g \cos(G+u) du + \{ \sin(A-N) \sin J \sin D + \cos J \cos D \} \sin u dJ \\
 &\quad - \{ \sin(A-N) \cos u - \cos(A-N) \cos J \sin u \} \sin D dN \\
 d\zeta &= \sin h \cos(H+u) du - \{ \sin(A-N) \sin J \cos D - \cos J \sin D \} \sin u dJ \\
 &\quad - \{ \sin(A-N) \cos u - \cos(A-N) \cos J \sin u \} \cos D dN
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{or } d\xi &= \sin f \cos(F+u) du + \cos f \sin u dJ + \{ \zeta \cos D - \eta \sin D \} dN \\
 d\eta &= \sin g \cos(G+u) du + \cos g \sin u dJ + \xi \sin D dN \\
 d\zeta &= \sin h \cos(H+u) du + \cos h \sin u dJ - \xi \cos D dN
 \end{aligned}
 \quad \dots \dots (35)$$

$$\begin{aligned}
 \text{Further } \sin \sigma dp &= \cos p d\xi - \sin p d\eta \\
 \cos \sigma d\sigma &= \sin p d\xi + \cos p d\eta
 \end{aligned}$$

By substituting in these equations for $d\xi$ and $d\eta$ their values from (35) and for $\sin p$ and $\cos p$ their values from (32), we obtain again by a circuitous process the equations (9)

$$\begin{aligned}
 \sin^2 \sigma dp &= -\cos h du + \sin h \cos(H+u) \sin u dJ + \{ \sin J \cos g \sin u - \sin D \} dN \\
 \sin \sigma d\sigma &= -\sin h \cos(H+u) du - \cos h \sin u dJ + \sin f \sin(F+u) \cos D dN
 \end{aligned}$$

Differentiating the equation for x and y , we have

$$\frac{dx}{x} - \frac{d\xi}{\xi} = \frac{dy}{y} - \frac{d\eta}{\eta} = \frac{\psi's}{\psi's} d\sigma - \cotg \sigma d\sigma$$

if $\psi's$ signifies the differential-coefficient of $\psi's$ with respect to σ . Substituting for $d\sigma$ its value from

$$\frac{d\sigma}{\sin \sigma} = \frac{\cos(\sigma-s)}{\sin \sigma} d\sigma + \frac{\sin(\sigma-s)}{\sin \sigma} \frac{d\sigma}{\sin \sigma}$$

we obtain

$$\frac{dx}{x} - \frac{d\xi}{\xi} = \frac{dy}{y} - \frac{d\eta}{\eta} = \frac{\sin s}{\psi's} \cdot \psi's \cdot \frac{\sin(\sigma-s)}{\sin \sigma} \frac{d\sigma}{\sin \sigma} + \left\{ \frac{\sin s}{\psi's} \cdot \psi's \cos(\sigma-s) - \cotg \sigma \right\} \frac{d\sigma}{\sin \sigma} = R \dots (36)$$

The form of the function ψ depends of course upon the nature of the observations and is therefore different under different circumstances. The following are the values of R corresponding with some forms of ψ .

$$\begin{aligned}
 \text{For } \psi &= tg s & \text{in } R &= \left\{ 1 - tg s \cot g \sigma \right\} \frac{dr}{r} + tg s \, ds \\
 \psi &= \sin s & R &= \cos s \cdot \frac{\sin(\sigma-s)}{\sin \sigma} \cdot \frac{dr}{r} + \sin s \cdot \frac{\sin(\sigma-s)}{\sin \sigma} \, ds \\
 \psi &= 2 tg \frac{1}{2} s & R &= \frac{\sin(\sigma-s)}{\sin \sigma} \cdot \frac{dr}{r} + 2 \sin \frac{1}{2} s \cdot \frac{\sin(\sigma-\frac{1}{2} s)}{\sin \sigma} \, ds \\
 \psi &= 2 \sin \frac{1}{2} s & R &= \cos^2 \frac{1}{2} s \cdot \frac{\sin(\sigma-s)}{\sin \sigma} \cdot \frac{dr}{r} + \sin \frac{1}{2} s \cdot \frac{\sin(\sigma-\frac{1}{2} s)}{\sin \sigma} + \sin(\sigma-s) \cos \frac{1}{2} s \, ds \\
 \psi &= \arcs R & R &= \left\{ 1 - \arcs \cot g \sigma - \frac{1}{2} \arcs^2 s \dots \right\} \frac{dr}{r} + \left\{ 1 - \frac{1}{2} \arcs \cot g \sigma \dots \right\} \arcs s \, ds
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{For } \psi &= tg s \\ \psi &= \sin s \\ \psi &= 2 tg \frac{1}{2} s \\ \psi &= 2 \sin \frac{1}{2} s \\ \psi &= \arcs R \end{aligned}} \right\} (37)$$

or regarding only the beginning of the development

$$R = \left\{ 1 - \frac{r}{\Delta} \cos \sigma \right\} \frac{dr}{r} + \frac{r}{\Delta} \sin \sigma \, ds$$

I shall pursue only the first of these forms. According to it we have

$$\begin{aligned}
 x'' &= u'' tg s \sin p \\
 y'' &= u'' tg s \cos p
 \end{aligned}$$

or, since s p and the linear distance Δ , of the satellite from the observer are found by

$$\begin{aligned}
 \Delta \sin s \sin p &= r \xi \\
 \Delta \sin s \cos p &= r \eta \\
 \Delta \cos s &= r \zeta + \Delta,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dx''}{60} &= \tau \xi \left\{ \cot g(F+u) - \tau \zeta \cot g(H+u) \right\} du + (1-\tau \zeta) \frac{u' dr}{r} \\
 &\quad + \tau \sin u (\cos f - \tau \cos h \cdot \xi) dJ + \tau (\zeta \cos D - \eta \sin D + \tau \cos D \cdot \xi \eta) dN \\
 \frac{dy''}{60} &= \tau \eta \left\{ \cot g(G+u) - \tau \zeta \cot g(H+u) \right\} du + (1-\tau \zeta) \frac{u' dr}{r} \\
 &\quad + \tau \sin u (\cos g - \tau \cos h \cdot \eta) dJ + \tau (\xi \sin D + \tau \cos D \cdot \xi \eta) dN
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \frac{dx''}{60} &= \tau \xi \left\{ \cot g(F+u) - \tau \zeta \cot g(H+u) \right\} du \\ \frac{dy''}{60} &= \tau \eta \left\{ \cot g(G+u) - \tau \zeta \cot g(H+u) \right\} du \end{aligned}} \right\} (39)$$

There will be scarcely ever any occasion for the application of these rigorous formulae. For, as the angle s is always small, the last terms of the coefficients in these equations may be safely neglected, since their products by du dJ etc. may be considered as terms of the second order.

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta_0}{60 a} \cdot dx'' &= \frac{\Delta_0}{\Delta} \rho \xi \left\{ \cot g(F+u) du + \frac{u' dr}{r} \right\} + \frac{\Delta_0}{\Delta} \rho \sin u \cos f dJ \\
 &\quad + \frac{\Delta_0}{\Delta} \rho (\zeta \cos D - \eta \sin D) dN \\
 \frac{\Delta_0}{60 a} \cdot dy'' &= \frac{\Delta_0}{\Delta} \rho \eta \left\{ \cot g(G+u) du + \frac{u' dr}{r} \right\} + \frac{\Delta_0}{\Delta} \rho \sin u \cos g dJ \\
 &\quad + \frac{\Delta_0}{\Delta} \rho \xi \sin D dN
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \frac{\Delta_0}{60 a} \cdot dx'' &= \frac{\Delta_0}{\Delta} \rho \xi \left\{ \cot g(F+u) du + \frac{u' dr}{r} \right\} \\ \frac{\Delta_0}{60 a} \cdot dy'' &= \frac{\Delta_0}{\Delta} \rho \eta \left\{ \cot g(G+u) du + \frac{u' dr}{r} \right\} \end{aligned}} \right\} (40)$$

The same approximate expressions are found for all the above mentioned forms of ψ . It is then only requisite that in calculating the values of x and y the function ψ should be assumed in strict accordance with the manner, in which the observations have been made. This will usually cause some difficulty, as the nature of differential-observations leaves some room for doubt respecting the true form of ψ .

$$\begin{aligned}
 &\text{by making again } \frac{\Delta}{r} + \zeta = \frac{1}{\tau} \\
 &\text{we have } \begin{cases} x'' = u'' \tau \xi \\ y'' = u'' \tau \eta \end{cases} \dots\dots (38)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{therefore } \frac{dx''}{60} &= \tau \left\{ d\xi + \tau \xi \sin \sigma \, ds + \xi (1-\tau \zeta) \frac{u' dr}{r} \right\} \\
 \frac{dy''}{60} &= \tau \left\{ d\eta + \tau \eta \sin \sigma \, ds + \eta (1-\tau \zeta) \frac{u' dr}{r} \right\}
 \end{aligned}$$

and consequently

The differential-expressions become accordingly, if likewise instead of r its approximate value $\frac{r}{\Delta}$ is introduced and if also for the sake of convenience the equations are multiplied by $\frac{\Delta_0}{a}$

Indeed the translation of the direct data of observation into their true angular values cannot be made rigorously without minute researches into the peculiarities of the instrument, such as perhaps only the Koenigsberg Heliometer has been made the subject of by the hands of *Beccol*.

Practically however these doubts are of no importance, since the angles, which are measured in these differential-

observations are usually so small, that it is in fact almost a matter of indifference, which of the above mentioned forms of ψ is assumed to be the true one.

§ 8.

I have yet to consider the case, in which differences of rightascension and declination have been observed. It may be looked upon as a special case of the kind, which I have just treated. Let the apparent rightascension and declination of the satellite, as seen from the observers place, be A , and D ; then we have between A , D , A , D , s , p the relations

$$\left. \begin{aligned} \cos D \sin(A-A) &= \sin s \sin p \\ \cos D \cos(A-A) &= -\sin s \cos p \sin D + \cos s \cos D \\ \sin D &= \sin s \cos p \cos D + \cos s \sin D \end{aligned} \right\} \text{and also}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin s \cos p &= \sin D \cos D - \cos D \sin D \cos(A-A) \\ \cos s &= \sin D \sin D + \cos D \cos D \cos(A-A) \end{aligned} \right\} \text{and from these last equations}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin(D-D) &= \sin s \cos p - \sin s \sin p \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-A) \sin D \\ \cos(D-D) &= \cos s + \sin s \sin p \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-A) \cos D \end{aligned} \right\}$$

Introducing again ξ , η , ζ , these equations may be written

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta}{r} \cos D \sin(A-A) &= \xi \\ \frac{\Delta}{r} \cos D \cos(A-A) &= \left(\frac{\Delta}{r} + \zeta \right) \cos D - \eta \sin D \\ \frac{\Delta}{r} \sin D &= \left(\frac{\Delta}{r} + \zeta \right) \sin D + \eta \cos D \\ \frac{\Delta}{r} \sin(D-D) &= \eta - \xi \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-A) \sin D \\ \frac{\Delta}{r} \cos(D-D) &= \frac{\Delta}{r} + \zeta + \xi \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-A) \cos D \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

$$\cos D \operatorname{tg}(A-A) = \frac{\sin f \sin(F+u)}{\frac{\Delta}{r} + \sin f \sin(F'+u)}$$

and the equation of condition

$$\frac{\Delta_0}{604} \cos D \cdot d(A-A) = \frac{\Delta}{\Delta} \rho \sin f \sin(F+u) \left\{ \cot g(F+u) du + \frac{u dr}{r} \right\} + \frac{\Delta}{\Delta} \rho \sin u \cos f dJ + \frac{\Delta}{\Delta} \rho \sin f \sin(F'+u) dN \quad (46)$$

§ 9.

In order to calculate the values of ξ , η , ζ conveniently, auxiliary angles f , F , g , G , h , U have been hitherto made use of. For the same purpose we may however take also another course. Denoting again by α and δ the planetocentric rightascension and declination of the satellite, we have according to (28)

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha \sin p &= \sin(\alpha-A) \cos \delta \\ \sin s \cos p &= -\cos(\alpha-A) \cos \delta \sin D + \sin \delta \cos D \\ \cos s &= \cos(\alpha-A) \cos \delta \cos D + \sin \delta \sin D \end{aligned} \right\}$$

The three first equations would suffice for the calculation of the absolute values of A , D , Δ . In order to find also the differences of declination accurately, it is necessary to resort to the two last. We have accordingly

$$\left. \begin{aligned} \cos D \operatorname{tg}(A-A) &= \frac{\xi}{\frac{\Delta}{r} + \zeta - \eta \operatorname{tg} D} \\ \operatorname{tg}(D-D) &= \frac{\eta - \xi \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-A) \sin D}{\frac{\Delta}{r} + \zeta + \xi \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-A) \cos D} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

or developing and disregarding terms of higher orders

$$\left. \begin{aligned} \cos D(A-A) &= \frac{r}{\Delta} \omega^2 \xi \left\{ 1 - \frac{r}{\Delta} (\zeta - \eta \operatorname{tg} D) \right\} \\ D-D &= \frac{r}{\Delta} \omega^2 \eta \left\{ 1 - \frac{r}{\Delta} \zeta + \frac{\xi}{2} \operatorname{tg} D \right\} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

The equations of condition are again given with sufficient accuracy by (40), if $\cos D \cdot d(A-A)$ and $d(D-D)$ are therein substituted for $d\alpha$ and $d\gamma$.

In case differences of rightascension only have been observed, the calculation of η and ζ and consequently of g , G , h , H is rendered unnecessary by introducing two other auxiliary angles f' , F' , which are more simple to calculate.

Putting

$$\left. \begin{aligned} \sin f' \sin F' &= \cos(A-N) \\ \sin f' \cos F' &= \sin(A-N) \cos J \\ \cos f' &= -\sin(A-N) \sin J \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

we obtain $\zeta \cos D - \eta \sin D = \sin f' \sin(F'+u)$, therefore

$$\left. \begin{aligned} \cos D \operatorname{tg}(A-A) &= \frac{\sin f \sin(F+u)}{\frac{\Delta}{r} + \sin f \sin(F'+u)} \\ \cos D \cdot d(A-A) &= \frac{\Delta}{\Delta} \rho \sin f \sin(F+u) \left\{ \cot g(F+u) du + \frac{u dr}{r} \right\} + \frac{\Delta}{\Delta} \rho \sin u \cos f dJ + \frac{\Delta}{\Delta} \rho \sin f \sin(F'+u) dN \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

wherein α and δ are found by means of the formulae (29)

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta \sin(\alpha-N) &= \sin u \cos J \\ \cos \delta \cos(\alpha-N) &= \cos u \\ \sin \delta &= \sin u \sin J \end{aligned} \right\}$$

By introducing therefore two auxiliary angles w , W , such that

$$\left. \begin{aligned} \sin w \sin W &= \sin \delta \\ \sin w \cos W &= \cos \delta \cos(\alpha-A) \\ \cos w &= \cos \delta \sin(\alpha-A) \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

we obtain ξ , η , ζ from

$$\begin{aligned} k &= \sin \varphi \sin \rho = \cos \pi \\ \eta &= \sin \varphi \cos \rho = \sin \pi \sin (W - D) \\ \zeta &= \cos \varphi = \sin \pi \cos (W - D) \end{aligned} \quad (48)$$

If it is only desired to compare observations with given elements, this manner of calculation is very convenient. If it is however requisite, to find also the data for the equations of condition, this course becomes not concise enough, and the other method is preferable.

I may yet mention, as to the geometrical meaning of π and W in (47), that π is the angle between the lines drawn from the planet to the satellite and to the pole of the declination-circle, which passes through the apparent place of the planet, and W the angle included between the plane of these two lines and the plane of the equator.

§ 10.

By means of the formulae above developed the apparent positions of the satellite in reference to the planet may be calculated from given elements and given places of the planet and likewise the equations of condition may be formed, which exist between variations of the so found positions and corresponding variations of the elements upon which they are based. By comparing a series of observed positions with their calculated values and by solving the system of resulting equations of condition properly, the corrections may be determined which the elements require in order to satisfy the observations. But since in this an approximate knowledge of the elements is assumed it is now necessary to point out, in what manner such a knowledge may be gained most easily.

In order to determine the seven elements of a satellite's elliptic orbit, seven data will, theoretically, in general be sufficient. On account however of the proportionally very large uncertainty of the observations an attempt to base an orbit upon such a limited number of positions would only be a waste of labour. If a proper determination of the orbit is really intended, it will be first of all permitted to assume one element, the time of revolution, to be nearly known. At least that value for it, which may be derived from a calculation of all the elements based upon not more than seven data, will probably never come so near the true one than that found without much calculation by a simple comparison of the times, at which the satellite after one or several revolutions regains a similar position with respect to the planet, some proper allowance, if necessary, being made for the motion of the planet in the mean time. In consequence of this assumption, that the time of revolution and accordingly the mean daily motion is known, the number of the unknown elements is reduced to six, which in general

may be determined from three angles of position and three distances, or from four angles and two distances. Disregarding for a moment the apparent motion of the planet in the intervals of the times of observation and referring the situation of the satellite's orbit to the plane, the pole of which is the apparent place of the planet, the observed angles of position are evidently to be considered longitudes on this plane and the distances simple functions of the latitude ($90^\circ - \sigma$) and radii vectores. By only regarding the planet's apparent motion the formulae of course lose their suppleness or, indeed, it becomes necessary to change entirely the manner of treating the problem. Still the application of the principles of the Theoria motus for the derivation of practical prescriptions of calculation will cause no great difficulty, at the circumstance, that the differences of the mean anomalies are considered to be known, gives rise to the chief modification, which is indeed an advantageous one. Any interest however to be derived from the development of the necessary formulae is merely theoretical and so far doubtful, as the principles upon which they are founded contain nothing essentially new. For, on account of the small eccentricities of the satellitary orbits the influence of unavoidable errors of observation is likely to disfigure the elliptic elements thus obtained to such a degree, that they scarcely ever will prove a tolerable approximation to the true values. A circular orbit will probably always be found valuable as a first approximation and the annexed comparison of it with a series of observations will in most cases, even without formation of equations of condition, by simple exhibition of the remaining errors lead to a more accurate hypothesis respecting the amount of eccentricity and the situation of the line of apses, than it would be possible to procure by a direct calculation from six data. Not even in the case of Hyperion, the orbit of which has perhaps the largest eccentricity of all satellitary orbits, would it be advisable to take this course, since for the first approximation it may be fairly assumed, that the satellite moves in the plane of the ring of Saturn.

In consequence of these considerations I shall forbear to give here the formulae for the calculation of an ellipse and pursue only the circular hypothesis. There are then only four unknown elements to be found and two complete observations suffice for this purpose.

§ 11.

For the time t let there be given the quantities p, σ, A, D, Δ , as before defined, and for the time t' corresponding ones $p', \sigma', A', D', \Delta'$. The mean daily motion of the satellite in its orbit I denote again by n .

Then first of all let angles s , ζ , ζ' be calculated by the equations

$$\left. \begin{aligned} \sin \lambda \sin(\mu + \frac{1}{2}(p+p')) &= \sin \frac{1}{2}(A-A') \cos \frac{1}{2}(D+D') \\ \sin \lambda \cos(\mu + \frac{1}{2}(p+p')) &= \cos \frac{1}{2}(A-A') \sin \frac{1}{2}(D+D') \\ \sin \lambda \sin(\nu + \frac{1}{2}(p-p')) &= \sin \frac{1}{2}(A-A') \sin \frac{1}{2}(D-D') \\ \cos \lambda \sin(\nu + \frac{1}{2}(p-p')) &= \cos \frac{1}{2}(A-A') \cos \frac{1}{2}(D-D') \\ \sin \frac{1}{2}s \sin \frac{1}{2}(\zeta + \zeta') &= \sin \lambda \sin \mu \\ \sin \frac{1}{2}s \cos \frac{1}{2}(\zeta + \zeta') &= \cos \lambda \sin \nu \\ \cos \frac{1}{2}s \sin \frac{1}{2}(\zeta' - \zeta) &= \sin \lambda \cos \mu \\ \cos \frac{1}{2}s \cos \frac{1}{2}(\zeta' - \zeta) &= \cos \lambda \cos \nu \end{aligned} \right\} (49)$$

ζ and ζ' are the arcs contained between the apparent places of the planet and the point of intersection of the two great circles, which pass through the apparent places of the planet and satellite in both observations, and s is the angle between the two arcs.

After s , ζ , ζ' have been calculated, the radius a of the circular orbit is to be found by trials, so that, if with an hypothetical value of a two angles σ and σ' are determined according to

$$\left. \begin{aligned} \sin(\sigma-s) &= \frac{\Delta \sin s}{a} \\ \sin(\sigma'-s') &= \frac{\Delta' \sin s'}{a} \end{aligned} \right\} (50)$$

there may be satisfied at the same time the equation*)

$$\cos((t-t')n) = \cos(\zeta-\sigma) \cos(\zeta'-\sigma') + \sin(\zeta-\sigma) \sin(\zeta'-\sigma') \cos s$$

The angles σ and σ' lie between 0° and 180° . Since they are determined by their sines, it remains undecided in what quadrant they are to be taken. But this ambiguity

*) This form of the equation is well adopted for the present purpose, since the requisite observations may be so chosen as to give for the angle $(t-t')n$ a value of about a quadrant. In calculating a circular planetary orbit, where this angle is of small amount, the form of the corresponding equation must be changed. It may then be written as a double one

$$\left. \begin{aligned} \sin \left(\frac{k(t-t')}{2a^3} \right) \sin z &= \sin \frac{1}{2}s \sin \frac{1}{2}(\zeta + \zeta') \\ \sin \left(\frac{k(t-t')}{2a^3} \right) \cos z &= \cos \frac{1}{2}s \sin \frac{1}{2}(\zeta' - \zeta) \end{aligned} \right\}$$

in which the angle z itself is not wanted, or, if it is thought preferable, in the form

$$\sin \left(\frac{k(t-t')}{2a^3} \right) = \sin^2 \frac{1}{2}s \sin^2 \frac{1}{2}(\zeta + \zeta') + \cos^2 \frac{1}{2}s \sin^2 \frac{1}{2}(\zeta' - \zeta)$$

where s is again (Theor. mot. art. 137) the angle at the point of intersection of the two great circles, which pass through the geocentric places of the sun and of the planet in both observations, ζ and ζ' the angular distances of this point of intersection from the heliocentric places of the planet, k the Gaussian constant and a the radius of the orbit.

arises out of the very nature of the subject, since two or even many observations, during which the apparent place of the planet has not considerably changed, leave it entirely undecided, whether the motion of the satellite takes place in a direct or retrograde direction. As long as there is nothing more known, both hypotheses must of course be pursued. In order to proceed accordingly in choosing the quadrant of σ correctly, the safest guide may be the simple consideration, that the transit of the satellite from the side of the apparent upper conjunction to the side of the lower conjunction or the transition of σ from the first into the second quadrant takes place in general for J between 0° and 90° on the eastern side and for J between 90° and 180° on the western side of the declination-circle. The exceptions from this rule, occurring if $\sin(A-N) \tan D > \cot J$, which for instance may take place in the case of the satellites of Uranus, will make no difficulty.

After having found a , the planetocentric rightascension and declinations α , δ , α' , δ' are determined by the formulae

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha \cos \delta \sin(\alpha-A) &= \sin p \\ \cos \alpha \cos \delta \cos(\alpha-A) &= \cot g \sigma \cos D - \csc p \sin D \\ \cos \alpha \sin \delta &= \cot g \sigma \sin D + \csc p \cos D \\ \cos \alpha' \cos \delta' \sin(\alpha'-A) &= \sin p' \text{ etc.} \end{aligned} \right\} (51)$$

instead of which may be used, if it is thought preferable,

$$\left. \begin{aligned} \sin w \sin(W-D) &= \sin \sigma \cos p \\ \sin w \cos(W-D) &= \cos \sigma \\ \cos w &= \sin \sigma \sin p \\ \cos \delta \sin(\alpha-A) &= \cos w \\ \cos \delta \cos(\alpha-A) &= \sin w \cos W \\ \sin \delta &= \sin w \sin W \\ \sin w' \sin(W'-D) &= \sin \sigma' \cos p' \text{ etc.} \end{aligned} \right\} \dots (52)$$

Then J and N result from the equations

$$\left. \begin{aligned} \tan J \sin(\alpha-N) &= \tan \delta \\ \tan J \cos(\alpha-N) &= \frac{\tan \delta' - \tan \delta \cos(\alpha'-\alpha)}{\sin(\alpha'-\alpha)} \end{aligned} \right\} \dots (53)$$

and u and u' from

$$\left. \begin{aligned} \tan u &= \tan(\alpha-N) \sec J \\ \tan u' &= \tan(\alpha'-N) \sec J' \end{aligned} \right\} \dots (54)$$

whereby a check is gained, since the difference $u'-u$ must give again the original value $(t'-t)n$.

§ 12.

In case the apparent motion of the planet in the interval of the times is very small, if for instance the planet is near its stationary point, this motion may be neglected entirely, so that A, D' become identical with A, D . The formulae are accordingly simplified.

Again let a be found by trials, so that the equations

$$\left. \begin{aligned} \sin(\sigma - s) &= \frac{\Delta \sin s}{a} \\ \sin(\sigma' - s') &= \frac{\Delta \sin s'}{a} \end{aligned} \right\} \dots (55)$$

$\cos((t-t')n) = \cos s \cos s' + \sin s \sin s' \cos(p-p')$
are satisfied. Then the formulae (51) etc. may again be employed. But it appears preferable to find J, N, u, u' in one of the two following ways. First, putting $\frac{\sin((t-t')n)}{\sin s \sin s'} = \mu$,

let m and M be determined by the equations

$$\left. \begin{aligned} \mu \sin m \sin M &= \cot g s \sin p' - \cot g s' \sin p \\ \mu \sin m \cos M &= \sin(p-p') \\ \mu \cos m &= \cot g s \cos p' - \cot g s' \cos p \end{aligned} \right\} \dots (56)$$

then are J and N deduced from

$$\left. \begin{aligned} \sin J \sin(N-A) &= \sin m \cos(M+D) \\ \sin J \cos(N-A) &= \cos m \\ \cos J &= \sin m \sin(M+D) \end{aligned} \right\} \dots (57)$$

and u, u' by means of the formulae

$$\left. \begin{aligned} \cot g(\alpha-A) &= \frac{\cot g s \cos D - \cot g p \sin D}{\sin p} \\ t g u &= t g(\alpha-N) \sec J \\ \cot g(\alpha'-A) &= \text{etc.} \end{aligned} \right\} \dots (58)$$

where the quadrant for $\alpha-A$ must be taken so that $\sin(\alpha-A)$ and $\sin p$ may have the same sign.

Or, secondly, putting again $\frac{\sin((t-t')n)}{\sin s \sin s'} = \mu$, let h and K be calculated by the equations

$$\left. \begin{aligned} \mu \sin h \sin K &= \cot g s \cos p' - \cot g s' \cos p \\ \mu \sin h \cos K &= -\cot g s \sin p' + \cot g s' \sin p \\ \mu \cos h &= \sin(p-p') \end{aligned} \right\} \dots (59)$$

then are J and N and also H found from

$$\left. \begin{aligned} \sin J \sin(N-A) &= \cos K \sin h \sin D + \cos h \cos D \\ \sin J \cos(N-A) &= \sin K \sin h \\ \sec D \sin J \sin H &= \sin K \\ \sec D \sin J \cos H &= \cos K \cos h + t g D \sin h \\ \sec D \cos J &= -\cos K \sin h + t g D \cos h \end{aligned} \right\} \dots (60)$$

or from

$$\left. \begin{aligned} \sin \frac{1}{2} J \sin \frac{1}{2} (H+O) &= \sin \frac{1}{2} K \sin \frac{1}{2} (90^\circ - D - h) \\ \sin \frac{1}{2} J \cos \frac{1}{2} (H+O) &= \cos \frac{1}{2} K \sin \frac{1}{2} (90^\circ - D + h) \\ \cos \frac{1}{2} J \sin \frac{1}{2} (H-O) &= \sin \frac{1}{2} K \cos \frac{1}{2} (90^\circ - D - h) \\ \cos \frac{1}{2} J \cos \frac{1}{2} (H-O) &= \cos \frac{1}{2} K \cos \frac{1}{2} (90^\circ - D + h) \end{aligned} \right\} \dots (61)$$

and u, u' from

$$\left. \begin{aligned} t g(H+u) &= \cot g(p-K) \sec h \\ t g(H+u') &= \cot g(p'-K) \sec h \end{aligned} \right\} \dots (62)$$

where the quadrant of $H+u$ and $H+u'$ is to be taken, so that $\cos(H+u)$ and $\sin(p-K)$ etc. may have the same sign. The difference $u-u'$ is again serviceable as a check, since it must come out $= (t-t')n$.

§ 13.

The trustworthiness of the elements deduced in this manner depends entirely upon the accuracy of the observations, upon which they are based, since the errors of these enter completely into the results. In order to become more independent of fortuitous inaccuracies of single observations it may appear sometimes advantageous, in case a sufficient number of observations is extant, to found the first draft of the orbit upon the totality of measures by constructing graphically the ellipse, which corresponds to the apparent motion of the satellite round the planet. This cannot of course be done except in case the apparent motion of the planet in the interlapse of time has not been considerable. The next assumption, that the centre of the apparent ellipse coincides with the centre of the planet, is fully justified, since the neglect depending upon it, namely, putting $\sin s = \frac{r}{\Delta} \sin s'$ instead of $= \frac{r}{\Delta} \sin(\sigma-s)$, is very insignificant, as I have already shown.

The prescriptions for the calculation of J and N from the data given by graphical construction may be brought into a very simple form. Let p_0 signify the angle of position of the major axis of the apparent ellipse, s_0 its semi-major axis, s its semi-minor axis. Then, by making

$$\left. \begin{aligned} \sin \sigma &= \frac{\sin s}{\sin s_0} \quad \text{or} \quad = \frac{s}{s_0} \\ \cos c &= \cos s \cos p_0 \\ \sin c \sin C &= \cos s \sin p_0 \\ \sin c \cos C &= \mp \sin s \end{aligned} \right\} \dots (63)$$

where the upper or lower sign must be taken according as the apparent motion of the satellite round the planet takes place in the direction of increasing or decreasing angles of position, we obtain J and N by means of the equations

$$\left. \begin{aligned} \sin J \sin(N-A) &= \sin c \cos(C+D) \\ \sin J \cos(N-A) &= \cos c \\ \cos J &= \sin c \sin(C+D) \end{aligned} \right\} \dots (64)$$

If A and D denote again the apparent rightascension and declination of the planet.

Since p_0 signifies the angle of position of the major axis of the apparent ellipse, its value is ambiguous by 180° . By substituting both assumptions for it in the formulae, double value are found for J and N , of which one belongs to direct, the other to retrograde motion. Which of the two is the correct one cannot be determined without further observations. The simple consideration, whether the apparent ellipse opens or closes in the course of time, decides on the true direction of the motion. Assuming $\cos s$ always positive, the angle p_0 is to be taken so that it belongs to that point of the orbit, at which the satellite passes from

the side of the apparent upper conjunction to the side of the lower conjunction. In accordance with the explanation already given let it be observed, that this transit takes place in most cases for $J < 90^\circ$ to the East and for $J > 90^\circ$ to the West of the circle of declination.

After J and N have been determined, let again h, H, K be calculated by means of the equations (1) or (2). Then, if p is the angle of position of the satellite for the time t of any of the given observations, the value of u , belonging to the time t_0 , is found by means of

$$\begin{aligned} \lg U &= \cotg(p-K) \sec h \\ u_0 &= U - H - (t-t_0)n \end{aligned} \quad (65)$$

where the quadrant of U must be chosen so that $\cos U$ and $\sin(p-K)$ may have the same sign.

A special case still deserves to be mentioned, namely, if the apparent ellipse becomes a straight line. The determination of the situation of the orbits, which the satellites of Uranus describe, as made by Sir William Herschel, rests upon this supposition. The formulae become

$$\begin{aligned} \lg J \sin(N-A) &= -\lg D \\ \lg J \cos(N-A) &= \cotg p_0 \sec D \end{aligned} \quad (66)$$

where the sign of $\lg J$ is ambiguous.

§ 14.

Referring now the situation of the satellite's orbit to the plane of the planet's orbit, let γ denote its inclination, Θ the longitude of its ascending node, as reckoned from the ascending node of the orbit of the planet on the plane of the (terrestrial) equator, I the angle between the line of apses and the line of nodes. Also, let J_0 and N_0 signify the inclination and the ascending node of the planetary orbit upon the equator. Then are γ, Θ, I found from J, N, Q, J_0, N_0 by means of the equations

$$\begin{aligned} \sin \gamma \sin \Theta &= \sin(N-N_0) \sin J \\ \sin \gamma \cos \Theta &= \cos(N-N_0) \sin J \cos J_0 - \cos J \sin J_0 \\ \cos \gamma &= \cos(N-N_0) \sin J \sin J_0 + \cos J \cos J_0 \\ \sin \gamma \sin(Q-I) &= \sin(N-N_0) \sin J_0 \\ \sin \gamma \cos(Q-I) &= -\cos(N-N_0) \sin J_0 \cos J + \cos J_0 \sin J \end{aligned} \quad (67)$$

or by the formulae

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2} \gamma \sin \frac{1}{2}(\Theta + Q - I) &= \sin \frac{1}{2}(N-N_0) \sin \frac{1}{2}(J + J_0) \\ \sin \frac{1}{2} \gamma \cos \frac{1}{2}(\Theta + Q - I) &= \cos \frac{1}{2}(N-N_0) \sin \frac{1}{2}(J - J_0) \\ \cos \frac{1}{2} \gamma \sin \frac{1}{2}(\Theta - Q + I) &= \sin \frac{1}{2}(N-N_0) \cos \frac{1}{2}(J + J_0) \\ \cos \frac{1}{2} \gamma \cos \frac{1}{2}(\Theta - Q + I) &= \cos \frac{1}{2}(N-N_0) \cos \frac{1}{2}(J - J_0) \end{aligned} \quad (68)$$

The differential-expressions between $d\gamma, d\Theta, dI$ and dJ, dN, dQ are these

$$\begin{aligned} d\gamma &= \cos(Q-I) dJ + \sin(Q-I) \sin J dN \\ \sin \gamma d\Theta &= -\sin(Q-I) dJ + \cos(Q-I) \sin J dN \\ \sin \gamma dI &= \sin(Q-I) \cos \gamma dJ - \cos \gamma \sin J_0 dN + \sin \gamma dQ \end{aligned} \quad (69)$$

§ 15.

Hitherto I have tacitly supposed, that the motion of the satellite takes place in a fixed and purely elliptical orbit. It remains now to investigate the changes which the elements undergo, so that they may be properly transferred to other epochs.

But before doing this I must call to mind the relations existing between the motions of the satellite and the forces, by which they are produced.

Let $\odot$ denote the proportion of the mass of the Sun to the sum of the masses of the planet and satellite;

γ the ellipticity of the planet, here assumed to be an ellipsoid of rotation;

$2\frac{1}{2}$ the proportion of the centrifugal force to the force of gravity at the equator of the planet;

a the proportion of the major axis of the satellite's orbit to the equatorial-diameter of the planet;

ϵ the latitude of the satellite above the plane of the planet's equator —

then are

$$\left\{ \frac{1}{\odot a^3 p^5} \left\{ 1 - \frac{\gamma - \frac{1}{2}}{a^2} \cdot \frac{1 - 3 \sin^2 \epsilon}{p^2} \right\} + \text{perturbing forces of the Sun and other bodies} \right\}$$

the forces, which produce the motion of the satellite round the centre of the planet. The purely elliptical part of a satellite's motion in an orbit, the semi-major axis of which is $= a$, is the effect of the force

$$\frac{1}{\odot a^3 p^5} \left\{ 1 - \frac{\gamma - \frac{1}{2}}{a^2} \right\}$$

The variable remainder of the acting forces

$$\left\{ -\frac{3(\gamma - \frac{1}{2})}{\odot a^3 p^5} \cdot \frac{\sin^2 \epsilon}{p^4} + \text{perturbing forces of the Sun etc.} \right\}$$

gives rise to the perturbations of the purely elliptical motion. Denoting, as before, by n the mean sidereal motion of the satellite in its orbit and by k the Gaussian constant, we have between $\odot$ and a the relation

$$\odot = \frac{k^2}{a^3 n^3} \left\{ 1 + \frac{\gamma - \frac{1}{2}}{a^2} \right\}$$

where n and k are of course to be expressed by the same unit. If $\odot_0$ signifies the mass of the Sun in proportion to the sum of the masses of all the bodies belonging to the planet, then is

$$\odot_0 = \frac{k^2}{a^3 n^3} \left\{ 1 - \frac{\gamma - \frac{1}{2}}{a^2} \right\} \cdot \frac{1+m}{1+\Sigma m}$$

denoting by m the mass of the satellite and by Σm the sum of the masses of all the secondary bodies belonging to the planet's system, both expressed in units of the mass of the planet.

The differentiation of this equation gives, if only $\odot_0$, a , n are considered variables,

$$\frac{da}{a} + \frac{d\odot_0}{3\odot_0} + \frac{2}{3} \cdot \frac{dn}{n} = 0 \dots\dots\dots(70)$$

Accordingly $d\odot_0$ may be introduced instead of da in the equations of condition (11), (39), (40), which contain $\frac{dr}{r} = \frac{da}{a} + \frac{d}{\rho}$. Since this will be necessary sometimes I shall adopt it in general. The necessity for it occurs in those cases, in which it appears desirable to deduce from a system of observations of several satellites the most probable values of the mass of the planet and of the elements of their orbits. Mr. *Lauretta*'s observations of Oberon and Titania, for example, are made under very similar circumstances. In order to deduce the most probable values for the corrections of their assumed elements, it will (or might) be requisite to combine all the resulting equations of condition into one system of thirteen or, in case the mean motions are supposed to be known, of eleven final equations, which system has the peculiarity that only one of these equations contains all the unknown quantities. Of course, before doing this, it is necessary to combine the equations of condition for each satellite separately, so that we obtain two systems of seven (or six) final equations, both of which have one unknown quantity. The solution of these separate systems decides then, whether it is safely allowed to combine both systems into one and what weight is properly to be given to each.

§ 16.

I have now to take into consideration the effect of the forces, which disturb the purely elliptical motion of the satellite. But since the masses of the disturbing satellites and also the peculiarities of the outer planets are unknown and place therefore the forces, which depend thereon, cannot be determined a priori, I shall disregard them at present altogether and I shall accordingly pursue only that part of

The perturbing force is

$$\Omega = \frac{m}{1+m} \{ \{ (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \}^{-\frac{1}{2}} - \frac{x x' + y y' + z z'}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \} + \frac{m_s}{1+m} \{ \dots$$

where m, x, y, z signify the mass and the rectangular coordinates of the disturbed body

m, x, y, z , those of the disturbing body,

the unit of the masses being the mass of the primary body and the origin of the coordinates being in coincidence with the centre of it. Since the data are wanted, from which for the satellites of the outer planets the situation of the planets may be determined, to which in the theory of satellites the term of fundamental-planes properly belongs, I shall choose as plane of the x, y the plane of the planetary orbit and in consequence I shall make use again of the former no-

the disturbing forces, which depends upon the attraction of the Sun. The development of the formulae for this purpose causes no great difficulty. There is, however no practical interest in taking more of it into account than that part, which is independent of the place of the satellite in its orbit. For, even in the case of Japetus, upon which the influence of the disturbing force of the sun is the largest, the perturbations, which depend on the place of the satellite, do not affect the geocentric place of it by more than about $\frac{1}{1000}$, so that it would be a waste of labour to calculate them. I shall accordingly restrict the present development of the perturbations to those, which do not contain the longitude of the satellite in its orbit.

Again, let a denote the semi major axis of the orbit, n the mean sidereal motion, e the eccentricity, μ_0 the mean anomaly of the satellite for the epoch t_0 ; ω the angle between the line of apses and the line of nodes, i the inclination of the orbit, θ the longitude of the ascending node, these three last elements being referred to an arbitrary fundamental-plane; then, W , as usual, the perturbing force is represented by Ω , the well known formulae of *Laplace* may be written

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= 2a^2 n \left(\frac{d\Omega}{d\mu_0} \right) \\ \frac{d\mu_0}{dt} &= -2a^2 n \left(\frac{d\Omega}{da} \right) - a n \cdot \frac{1-e^2}{e} \left(\frac{d\Omega}{de} \right) \\ \frac{d\omega}{dt} &= a n \cdot \frac{1-e^2}{e} \left(\frac{d\Omega}{d\mu_0} \right) - a n \cdot \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \left(\frac{d\Omega}{d\omega} \right) \\ \frac{d\omega}{dt} &= a n \cdot \frac{\sqrt{1-e^2}}{1-e^2} \left(\frac{d\Omega}{de} \right) - a n \cdot \frac{\cot i}{\sqrt{1-e^2}} \left(\frac{d\Omega}{di} \right) \\ \frac{di}{dt} &= a n \cdot \frac{\cot i}{\sqrt{1-e^2}} \left(\frac{d\Omega}{d\omega} \right) - a n \cdot \frac{\csc i}{\sqrt{1-e^2}} \left(\frac{d\Omega}{d\theta} \right) \\ \frac{d\theta}{dt} &= a n \cdot \frac{\csc i}{\sqrt{1-e^2}} \left(\frac{d\Omega}{di} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(71)$$

tations (§ 14) Γ, γ, Θ instead of ω, i, θ . Putting the axis of X into the line of nodes etc. and denoting the heliocentric longitude of the planet in its orbit, reckoned from the ascending node of it in the equator by L and the radius vector of the planet by R , we have, if v and r signify again the true anomaly and the radius vector of the satellite,

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos(\Gamma + v) \\ y &= r \sin(\Gamma + v) \cos \gamma \\ z &= r \sin(\Gamma + v) \sin \gamma \\ x' &= -R \cos(L - \Theta) \\ y' &= -R \sin(L - \Theta) \\ z' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(72)$$

and Ω becomes accordingly, $\sin \frac{m}{1+m} = \odot$,

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= \odot \left\{ \{R^2 + r^2 + 2Rr(\cos(\Gamma+v)\cos(L-\Theta) + \sin(\Gamma+v)\sin(L-\Theta)\cos\gamma)\}^{-1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{r}{R^2} (\cos(\Gamma+v)\cos(L-\Theta) + \sin(\Gamma+v)\sin(L-\Theta)\cos\gamma) \right\} \\ \text{or, putting } \cos(\Gamma+v)\cos(L-\Theta) + \sin(\Gamma+v)\sin(L-\Theta)\cos\gamma &= V, \\ \Omega &= \frac{\odot}{R} \left\{ \left(1 + \frac{2r}{R}V + \frac{r^2}{R^2}\right)^{-1} + \frac{r}{R}V \right\} \\ \text{and developing according the powers of } \frac{r}{R}, \\ \Omega &= \frac{\odot}{R} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R}\right)^2 (2V^2 - 1) + \frac{3}{2} \left(\frac{r}{R}\right)^3 V(1 - \frac{1}{2}V^2) + \dots \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (73)$$

By making then

$$\left. \begin{aligned} \cos B \sin U &= \sin(L-\Theta)\cos\gamma \\ \cos B \cos U &= \cos(L-\Theta) \\ \sin B &= \sin(L-\Theta)\sin\gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (74)$$

we obtain

$$V = \cos B \cos(\Gamma - U + v)$$

and therefore

$$\Omega = \frac{\odot}{R} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R}\right)^2 \{3\cos^2 B \cos^2(\Gamma - U + v) - 1\} + \dots \right\}$$

or, since $r = ap$, putting

$$\left. \begin{aligned} W &= p^2 \left\{ \frac{1}{2} + \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U + v) - \sin^2 B \right\}, \\ \Omega &= \frac{\odot}{R} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{R}\right)^2 W \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (75)$$

Hence follow the differentials

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\Omega}{da}\right) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\odot a^2}{R^3} \cdot \frac{2W}{a} \\ \left(\frac{d\Omega}{d\mu_0}\right) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\odot a^2}{R^3} \cdot \left(\frac{dW}{d\mu_0}\right) \\ \left(\frac{d\Omega}{de}\right) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\odot a^2}{R^3} \cdot \left(\frac{dW}{de}\right) \\ \left(\frac{d\Omega}{dI}\right) &= \text{etc.} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (76)$$

Introducing again the eccentric anomaly s , we have

$$\begin{aligned} \rho &= 1 - e \cos s \\ p^2 \sin 2v &= 2\sqrt{1-e^2} \sin s (\cos s - e) \\ p^2 \cos 2v &= (\cos s - e)^2 - (1-e^2) \sin^2 s, \end{aligned}$$

the expression for W may therefore be written

$$\left. \begin{aligned} W &= \left\{ (1 - \sin^2 B) \left\{ 1 + \frac{1}{2} e^2 - 2e \cos s + \frac{1}{2} e^2 \cos 2s \right\} \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \left\{ \frac{1}{2} e^2 - 2e \cos s + (1 - \frac{1}{2} e^2) \cos 2s \right\} \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 B \sin 2(\Gamma - U) \cdot 2\sqrt{1-e^2} \sin s (e - \cos s) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (77)$$

As I have mentioned before, I shall develop only that part of the solar perturbations, which is independent of the place of the satellite in its orbit. I shall retain in W accordingly only those terms, which give this part of the perturbations. Now, the non-periodical part of any function Φ of p , v , s , μ in an ellipse is

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi d\mu = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_p ds \text{ or } = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(1 - e \cos s) ds$$

Designating therefore by W_0 that part of W , which gives the non-periodical terms of the perturbations, we have $W_0 = (1 + \frac{1}{2} e^2) (\frac{1}{2} - \sin^2 B) + \frac{1}{2} e^2 \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U)$ (78) and it only remains now to differentiate this expression.

W_0 appears here as a function of e , Γ , U and B . We have

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dW_0}{de}\right) &= e \left\{ 1 - 3 \sin^2 B + 5 \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} \\ \left(\frac{dW_0}{d\Gamma}\right) &= - \left(\frac{dW_0}{dU}\right) = - 5 e^2 \cos^2 B \sin 2(\Gamma - U) \\ \left(\frac{dW_0}{dB}\right) &= - \sin 2B \left\{ 1 + \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2} e^2 \cos 2(\Gamma - U) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (79)$$

U and B are functions of γ , Θ and L . By differentiation of the equations (74) we obtain, L being constant,

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dU}{d\gamma}\right) &= - \cos U \tan B \\ \left(\frac{dU}{d\Theta}\right) &= - \cos \gamma \sec^2 B \\ \left(\frac{dB}{d\gamma}\right) &= \sin U \\ \left(\frac{dB}{d\Theta}\right) &= \cos U \sin \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (80)$$

and consequently by the usual algorithm of partial differentials

Here I write the expressions of the perturbing function become accordingly

$$\begin{aligned} \left(\frac{dW}{d\alpha} \right) &= -\sin 2B \left\{ (1 + \frac{1}{2}e^2) \sin U + \frac{1}{2}e^2 \sin(2\Gamma - U) \right\} \\ \left(\frac{dW}{d\beta} \right) &= +\sin 2B \left\{ (1 + \frac{1}{2}e^2) \cos U + \frac{1}{2}e^2 \cos(2\Gamma - U) \right\} \\ \left(\frac{dW}{d\gamma} \right) &= -5e^2 \cos^2 B \sin 2(\Gamma - U) \cos \gamma \\ \left(\frac{dW}{d\delta} \right) &= +\frac{1}{2} \frac{e^2}{R^3} \left\{ (1 + \frac{1}{2}e^2) (1 - 3\sin^2 B) + 5e^2 \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} \\ \left(\frac{dW}{d\epsilon} \right) &= +\frac{1}{2} \frac{e^2}{R^3} \left\{ (1 + \frac{1}{2}e^2) (1 - 3\sin^2 B) + 5e^2 \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} \\ \left(\frac{dW}{d\zeta} \right) &= -\frac{1}{2} \frac{e^2}{R^3} \left\{ (1 + \frac{1}{2}e^2) (1 - 3\sin^2 B) + 5e^2 \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} \\ \left(\frac{dW}{d\eta} \right) &= -\frac{1}{2} \frac{e^2}{R^3} \left\{ (1 + \frac{1}{2}e^2) (1 - 3\sin^2 B) + 5e^2 \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} \\ \left(\frac{dW}{d\theta} \right) &= +\frac{1}{2} \frac{e^2}{R^3} \left\{ (1 + \frac{1}{2}e^2) (1 - 3\sin^2 B) + 5e^2 \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} \\ \left(\frac{dW}{d\phi} \right) &= +\frac{1}{2} \frac{e^2}{R^3} \left\{ (1 + \frac{1}{2}e^2) (1 - 3\sin^2 B) + 5e^2 \cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} \end{aligned} \quad (82)$$

by substituting which in the equations (71) we obtain the variations of the elements

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= 0 \\ \frac{d\mu}{dt} &= -\frac{e^2 n}{R^3} \left\{ 1 - 3\sin^2 B + \frac{1}{2}(1 + e^2) \{ 1 - 3\sin^2 B + 5\cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \} \right\} \\ \frac{d\sigma}{dt} &= +\frac{1}{2} \frac{e^2 n}{R^3} \left\{ 5e \sqrt{1 - e^2} \cos^2 B \sin 2(\Gamma - U) \right\} \\ \frac{d\Gamma}{dt} &= +\frac{1}{2} \frac{e^2 n}{R^3} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} \{ 1 - 3\sin^2 B + 5\cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin 2B}{1 - e^2} \{ (1 + \frac{1}{2}e^2) \sin U + \frac{1}{2}e^2 \sin(2\Gamma - U) \} \cos \gamma \right\} \\ \frac{d\gamma}{dt} &= -\frac{1}{2} \frac{e^2 n}{R^3} \left\{ \frac{\sin 2B}{\sqrt{1 - e^2}} \{ (1 + \frac{1}{2}e^2) \cos U + \frac{1}{2}e^2 \cos(2\Gamma - U) \} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{1 - e^2} \{ (1 + \frac{1}{2}e^2) \sin U + \frac{1}{2}e^2 \sin(2\Gamma - U) \} \sin \gamma \right\} \\ \frac{d\theta}{dt} &= -\frac{1}{2} \frac{e^2 n}{R^3} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} \{ (1 + \frac{1}{2}e^2) \sin U + \frac{1}{2}e^2 \sin(2\Gamma - U) \} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin 2B}{1 - e^2} \{ (1 + \frac{1}{2}e^2) \cos U + \frac{1}{2}e^2 \cos(2\Gamma - U) \} \sin \gamma \right\} \end{aligned} \quad (83)$$

The equation for $\frac{d\Gamma}{dt}$ may also be written

$$\frac{d\Gamma}{dt} = +\frac{1}{2} \frac{e^2 n}{R^3} \sqrt{1 - e^2} \left\{ 1 - 3\sin^2 B + 5\cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} - \cos \gamma \frac{d\theta}{dt}$$

Introducing instead of Γ and μ , as elements

$$H = \theta \pm \Gamma \sin i$$

$$A_0 = \mu_0 + H \cos i$$

the corresponding differential-expressions become

$$\frac{dH}{dt} = \pm \frac{1}{2} \frac{e^2 n}{R^3} \sqrt{1 - e^2} \left\{ 1 - 3\sin^2 B + 5\cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \right\} + (1 \mp \cos \gamma) \frac{d\theta}{dt} \quad (84)$$

$$\frac{dA_0}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{e^2 n}{R^3} \left\{ 1 - 3\sin^2 B + \frac{1}{2}(1 + e^2) \sqrt{1 - e^2} \{ 1 - 3\sin^2 B + 5\cos^2 B \cos 2(\Gamma - U) \} \right.$$

$$\left. + \frac{\sin 2B}{1 - e^2} \{ (1 + \frac{1}{2}e^2) \sin U + \frac{1}{2}e^2 \sin(2\Gamma - U) \} \cos \gamma \right\}$$

§ 17.

I have written these equations in the form which seems best adopted for their integration by quadratures; since I shall make use of this method for the modern observations, for which the requisite calculation is sufficiently easy and convenient, so that it is unnecessary to make any sacrifice in point of accuracy. For the old observations it is however preferable to integrate approximately in the usual manner. For this purpose I have now to write the differential-expressions in another form and to separate the secular and periodical terms. Clearing the equations (83) and (84) again of the auxiliary angles U, B , we obtain

$$\begin{aligned} \frac{dA_0}{dt} &= -\frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{R^3} \left\{ (1 + e^2 \mp \sqrt{1-e^2}) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \gamma + \frac{1}{2} \sin^2 \gamma \cos 2(L-\Theta) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (1 + e^2 \mp \sqrt{1-e^2}) \left\{ \sin^2 \gamma \cos 2\Gamma + 2 \cos \gamma \sin 2\Gamma \sin 2(L-\Theta) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (1 + \cos^2 \gamma) \cos 2\Gamma \cos 2(L-\Theta) \right\} \right\} \\ &\quad + (1 \mp \cos \gamma) \frac{d\Theta}{dt} \\ \frac{de}{dt} &= + \frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{R^3} \frac{1}{2} e \sqrt{1-e^2} \left\{ \sin^2 \gamma \sin 2\Gamma + (1 + \cos^2 \gamma) \sin 2\Gamma \cos 2(L-\Theta) \right. \\ &\quad \left. - 2 \cos \gamma \cos 2\Gamma \sin 2(L-\Theta) \right\} \\ \frac{d\Pi}{dt} &= \pm \frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{R^3} \sqrt{1-e^2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \gamma + \frac{1}{2} \sin^2 \gamma \cos 2(L-\Theta) + \frac{1}{2} \sin^2 \gamma \cos 2\Gamma \right. \\ &\quad \left. + 5 \cos \gamma \sin 2\Gamma \sin 2(L-\Theta) + \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \gamma) \cos 2\Gamma \cos 2(L-\Theta) \right\} \\ &\quad + (1 \mp \cos \gamma) \frac{d\Theta}{dt} \\ \frac{d\gamma}{dt} &= -\frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{R^3} \frac{\sin \gamma}{\sqrt{1-e^2}} \left\{ \frac{1}{2} e^2 \cos \gamma \sin 2\Gamma (1 - \cos 2(L-\Theta)) \right. \\ &\quad \left. + (1 + \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2} e^2 \cos 2\Gamma) \sin 2(L-\Theta) \right\} \\ \frac{d\Theta}{dt} &= + \frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{R^3} \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} e^2 \cos 2\Gamma \right) \cos \gamma (1 - \cos 2(L-\Theta)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} e^2 \sin 2\Gamma \sin 2(L-\Theta) \right\} \end{aligned} \quad \dots (85)$$

In order to separate in these equations first the secular terms, it is again to be born in mind, that the non-periodical part of any function Φ of ρ, v, μ , in an ellipse is

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi d\mu = \frac{1}{2\pi \sqrt{1-e^2}} \int_0^{2\pi} \Phi \varphi^2 dv.$$

The ellipse here under consideration is the planetary

orbit. Designating by a^0 its semi-major axis, by e_0 its eccentricity and by v_0 the true anomaly of the planet, we obtain

$$\text{the non-periodical part of } \Phi(v, \rho) = \frac{1}{R^3}, \text{ since } R = \frac{a_0(1-e_0^2)}{1+e_0 \cos v_0},$$

and consequently the secular variations of the elements of the satellite's orbit become

$$\begin{aligned} \frac{dA_0}{dt} &= -\frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{a_0^3 (1-e_0^2)^3} \left\{ (1 + e^2 \mp \sqrt{1-e^2}) \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \gamma \right) + \frac{1}{2} (1 + e^2 \mp \sqrt{1-e^2}) \sin^2 \gamma \cos 2\Gamma \right\} \\ &\quad + (1 \mp \cos \gamma) \frac{d\Theta}{dt} \\ \frac{de}{dt} &= + \frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{a_0^3 (1-e_0^2)^3} \frac{1}{2} e \sqrt{1-e^2} \sin^2 \gamma \sin 2\Gamma \\ \frac{d\Pi}{dt} &= \pm \frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{a_0^3 (1-e_0^2)^3} \sqrt{1-e^2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \gamma + \frac{1}{2} \sin^2 \gamma \cos 2\Gamma \right\} + (1 \mp \cos \gamma) \frac{d\Theta}{dt} \\ \frac{d\gamma}{dt} &= -\frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{a_0^3 (1-e_0^2)^3} \frac{\sin \gamma}{\sqrt{1-e^2}} \frac{1}{2} e^2 \cos \gamma \sin 2\Gamma \\ \frac{d\Theta}{dt} &= + \frac{3}{2} \frac{G a^2 n}{a_0^3 (1-e_0^2)^3} \frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} e^2 \cos 2\Gamma \right) \cos \gamma (1 - \cos 2(L-\Theta)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} e^2 \sin 2\Gamma \sin 2(L-\Theta) \right\} \end{aligned} \quad \dots (86)$$

The inequalities of these secular variations, depending upon the rapidity of the variation of the angle 2Γ , will in most cases be scarcely appreciable except for $d\Pi$ and perhaps de , since for the other elements they are multiplied by e^2 . The integration is then effected by the aid of the well known substitution.

Of the periodical terms in the integrals of (85), which depend on the place of the planet in its orbit, those, which are multiplied by the eccentricity of the planetary orbit, become quite insensible (and may be neglected). The others are to be taken into account in the usual manner. But this remains a matter for consideration in the special calculations. So much respecting the mere solar perturbations. I have purposely abstained from mixing them with those, which depend upon the spheroidicity of the planet and the attraction of other bodies; but which for want of the requisite data cannot be determined a priori. The chief effect of the planet's spheroidicity and, in the case of Saturn, of the attraction of the rings will be a progressive motion of the line of apses and also a motion of the line of nodes, the amount of which is however left to be determined empirically from

$$\begin{aligned} \sin J \sin(N-N_0) &= \sin \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \frac{1}{2}(\gamma - J_0) \\ \sin J \cos(N-N_0) &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \gamma \cos J_0 + \cos \gamma \sin J_0 \\ \cos J &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \gamma \sin J_0 + \cos \gamma \cos J_0 \\ \sin J \sin(Q-I) &= \sin \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin J_0 \\ \sin J \cos(Q-I) &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin J_0 \cos \gamma + \cos J_0 \sin \gamma \end{aligned} \quad (87)$$

or, if it is thought preferable by the formulae

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2} J \sin \frac{1}{2}(N-N_0-Q-I) &= \sin \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \frac{1}{2}(\gamma - J_0) \\ \sin \frac{1}{2} J \cos \frac{1}{2}(N-N_0-Q-I) &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \frac{1}{2}(\gamma + J_0) \\ \cos \frac{1}{2} J \sin \frac{1}{2}(N-N_0+Q-I) &= \sin \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \cos \frac{1}{2}(\gamma - J_0) \\ \cos \frac{1}{2} J \cos \frac{1}{2}(N-N_0+Q-I) &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \cos \frac{1}{2}(\gamma + J_0) \end{aligned} \quad (88)$$

In concluding this paper I should perhaps collect the formulae of calculation in the form, in which I actually make use of them in the different cases of my following researches. But I defer doing so till I shall have the honour to submit to the notice of astronomers the results of my numerical calculations.

Durham Observatory, in the spring 1856.

A. Marth.

Schreiben des Herrn Dr. Förster an den Herausgeber.

In Folgendem erlaube ich mir, Ihnen die Resultate einiger Planeten-Rechnungen zu übersenden. Sie betreffen Thalia und Atalanta.

Von Thalia sind bis jetzt 3 Erscheinungen beobachtet, deren letzte jedoch so ungenügend war ($\delta = -30'$), dass nur hier in Berlin zwei Beobachtungen gelungen sind, die folgendermaßen unter einander übereinstimmen:

R-B

1855 Juli 19: $\delta = 54'$ $\alpha = 20^h 11^m$
1856 Jan. 23: $\delta = 56'$ $\alpha = 14^h 49^m$

Da aber bei einer so geringen Zahl von Beobachtungen selbst eine noch bessere Übereinstimmung illusorisch sein kann, schien es mir nicht rüthlich, eine definitive Verbesserung des Elements vorzunehmen. Ich suchte vielmehr unter

observation. Constant terms from this source enter consequently into the equations for $\frac{d\gamma}{dt}$ or $\frac{d\pi}{dt}$ and $\frac{d\theta}{dt}$ in (83), (84) and (86) and their integrals must be taken accordingly.

After A_0 , e , π , γ , θ , $A_0 - \pi = \mu_0$, $\pi \mp \theta = I'$ corresponding to the time t having been found, it is now only left to determine from them again the elements of the satellite in reference to the plane of the equator.

Let J_0 and N_0 denote the inclination and the longitude of the ascending node of the planetary orbit on the equator for the time t and $\delta\theta$ the angular distance of the equator for the time t from the equator for the time t_0 , measured along the planetary orbit. Then are J , N and Q obtained by means of the equations

$$\begin{aligned} \sin J \sin(N-N_0) &= \sin \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \frac{1}{2}(\gamma - J_0) \\ \sin J \cos(N-N_0) &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \gamma \cos J_0 + \cos \gamma \sin J_0 \\ \cos J &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \gamma \sin J_0 + \cos \gamma \cos J_0 \\ \sin J \sin(Q-I) &= \sin \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin J_0 \\ \sin J \cos(Q-I) &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin J_0 \cos \gamma + \cos J_0 \sin \gamma \end{aligned} \quad (87)$$

or, if it is thought preferable by the formulae

$$\begin{aligned} \sin \frac{1}{2} J \sin \frac{1}{2}(N-N_0-Q-I) &= \sin \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \frac{1}{2}(\gamma - J_0) \\ \sin \frac{1}{2} J \cos \frac{1}{2}(N-N_0-Q-I) &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \sin \frac{1}{2}(\gamma + J_0) \\ \cos \frac{1}{2} J \sin \frac{1}{2}(N-N_0+Q-I) &= \sin \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \cos \frac{1}{2}(\gamma - J_0) \\ \cos \frac{1}{2} J \cos \frac{1}{2}(N-N_0+Q-I) &= \cos \frac{1}{2}(\theta + \delta\theta) \cos \frac{1}{2}(\gamma + J_0) \end{aligned} \quad (88)$$

gehöriger Berücksichtigung der Gewichte durch Variation der Distanzen 5 Normal-Ortern aus den 3 Erscheinungen nach möglichst zu nähern. Die 5 Normal-Orter sind:

	α	δ
I. 1852 Decbr. 20, 0	$47^h 16^m 47.77''$	$+17^\circ 6' 46''$
II. 1853 Jan. 14, 0	$46 46 6.0$	$+19 10 5.1$
III. 1853 April. 10, 5	$78 18 31.7$	$+28 21 53.2$
IV. 1854 Mai 12, 0	$230 11 48.3$	$-13 32 27.0$
V. 1855 Juli 21, 5	$312 26 45.7$	$-30 33 29.6$

sämmtlich auf das mittlere Aeq. 1853.0 bezogen und für Störungen corrigirt.

Ich wählte die Orter I und IV als die sichersten zur genauen Darstellung und fand durch möglichst genaue Anschlüsse an die übrigen folgendes Elementen-System:

Epöche Jan. 0 1854

M 50° 26' 26" 53
 α 123 13 59,86
 Ω 67 57 32,72
 ϕ 10 13 56,12
 $\log a$ 0,4192406
 $\log p$ 2,9214457
 p 833,96961

Durch diese Elemente werden die obigen Normal-Orter dargestellt, wie folgt:

R - B

 $\Delta \alpha$ $\Delta \delta$

I. 0,0 0,0

II. 0,1 +1,2

III. -0,5 +3,9

IV. 0,0 0,0

V. +1,3 -5,5

Bedeutet man, wie unsicher die Declination des letzten Normal-Ortes ist, so muss diese Darstellung als genügend angesehen werden.

Mittelst dieser Elemente ist die nachfolgende Ephemeride hergeleitet, wobei die Störungen von Jupiter, Saturn und Mars berücksichtigt sind.

Thalia.

Ephemeride für 12^h m. Zt. Berlin.

1856	α app.	δ app.	$\log \Delta$
Oct. 2	28° 44' 26" 7	0° 59' 18" 3	
3	32 13,2	-1 3 8,9	0,222502
4	19 43,7	7 0,7	
5	6 59,0	10 50,4	
6	27,53 59,9	14 37,6	
7	40 47,2	-1 18 21,8	0,217224
8	27 21,7	22 2,8	
9	13 44,2	25 40,2	
10	26 59 55,7	29 13,6	
11	45 56,9	-1 32 42,6	0,212926
12	31 46,8	36 6,9	
13	17 32,3	29 26,2	
14	3 8,3	42 40,0	
15	25 48 37,7	45 48,1	0,209762
16	34 1,6	48 50,1	
17	19 20,8	51 45,6	
18	4 36,8	54 34,4	
19	24 49 49,2	-1 57 16,0	0,207772
20	35 04,4	59 50,2	
21	20 11,0	2 16,0	
22	5 29,0	4 34,9	
23	23 50 34,5	-2 6 44,8	0,206976
24	35 49,6	8 46,0	
25	21 8,3	10 38,2	
26	6 31,8	12 21,9	
27	22 52 1,3	-2 13 54,1	0,207372
28	37 37,9	15 17,2	
29	23 32,7	16 30,1	
30	9 17,0	17 32,5	
31	21 55 22,0	-2 18 24,1	0,208934

Die Opposition findet Oct. 16, 0 statt. Die Lichtstärke ist 1,032, Thalia wird demnach hell 11. Größe sein.

Die Störungen sind diesmal ziemlich beträchtlich, da ein Perijovium und zwar nahe im Aphel stattgefunden. Sie betragen in der Coordinate x für die Opposition 183472 Einheiten der 7^{ten} Stelle. Doch wird der geocentrische Ort nicht so stark dadurch verändert, da sich ein grosser Theil auf dr wirkt. Die Störungen verändern den geocentrischen Ort in Rectascension um 40", in Declination um 4'.

Für Atlanta boten die Beobachtungen der ersten Erscheinung ein nicht sehr reichliches, aber eines grossen geocentrischen Lauf umfassendes Material. Atlanta wurde in Berlin von 1855 Oct. 12 — 1856 April 1 verfolgt.

Aus dem Complex aller Beobachtungen bildete sich 16 Normal-Orter:

I. 1855 Oct. 17, 0	348° 5' 25" 1	+ 6° 6' 44" 9
II. 1855 Nov. 14, 0	342 42 7,8	- 1 12 41,9
III. 1855 Dec. 12, 0	348 32 59,2	+ 4 32 33,2
IV. 1856 Jan. 29, 5	7 38 56,8	+15 56 23,5
V. 1856 März 29, 0	40 39 9,4	+29 21 44,1

Diese Orter sind auf M. A. 1856, 0 bezogen und für Störungen corrigirt. Letztere betragen nämlich, wenn man den Anfangspunkt auf die Mitte der 3^{ten} Normal-Orter verlegt, für den letzten Ort in a bereits 5", für den vorletzten 2". Obigen Normal-Ortern wurde durch Variation der Distanzen, wobei I und IV zu Grunde lagen, folgendes Elementen-System angeschlossen.

Epöche Jan. 0 1856

M 333° 57' 19" 32
 α 42 22 57,57
 Ω 359 8 39,36
 ϕ 18 42 8,61
 $\log a$ 0,4393154
 $\log p$ 2,8910334
 p 778,09632

Die Darstellung der Normal-Orter ist folgende:

R - B

 $\Delta \alpha$ $\Delta \delta$

I. 0,0 0,0

II. -0,1 +0,7

III. -3,1 +3,7

IV. 0,0 0,0

V. -3,8 -2,9

Eine Ephemeride für die nächste Opposition (1857 März 2), aus diesen Elementen hergeleitet, wird im Berliner Jahrbuch mitgetheilt werden.

Bei dieser Gelegenheit erlaube ich mir noch zwei Verbesserungen mitzutheilen, die an die Berliner Atlanta-Beobachtungen in 17 1044 und 1025 der A. N. angeschlossen sind.

Es muss heissen

in 17 1044 Nov. 21 7° 21' 49" 3 statt 6° 21' 49" 3

und in 17 1025 März 27 4° 29' 8" 2 statt 4° 29' 2" 2

Beobachtungen und Ephemeride der Melis, von Herrn Professor Dr. Wolfers.

Ausser den in № 977 der Astr. Nachr. aufgeführten Vergleichen der Beobachtungen der Melis mit der in № 893 abgedruckten Ephemeride, habe ich später noch folgende erhalten:

1855 März 16	$\Delta\alpha$ 7"7	$\Delta\delta$ -1"1	Mer. Bonn
April 5	3.6	+3.5	Bilk
März 17	4.0	—	Mer. Kremsmünster
April 5	-10.9	+0.3	—

Die folgenden 5 Meridian-Beobachtungen

März 16	7"7	-1"1	Bonn
17	4.0	—	Kremsmünster
22	8.0	-5.1	Padua
28	8.9	+2.6	—
April 7	-10.2	+2.7	Berlin

allein ergeben im Mittel:

Rechnung — Beobachtung: $\Delta\alpha = -7^s$ $\Delta\delta = -0^s$

und wofür mir ferner nicht noch anderweitige Beobachtungen bekannt werden, werde ich diese Unterschiede später zu einer Verbesserung der Elemente verwenden.

Von der Opposition dieses Jahres, wofür die Ephemeride in № 977 und im Astronomischen Jahrbuche abge-

druckt ist, sind mir bis jetzt erst zwei Vergleichen bekannt geworden, von Juni 27 und Juli 1 1856, welche Herr Dr. Förster mit seinen Beobachtungen am hiesigen Refractor angestellt, und mir gefälligst mitgetheilt hat. Die Uebereinstimmung ist grösser, als ich erwartet hatte, indem im Mittel

Rechn. — Beob. $\Delta\alpha = -2^s$ und $\Delta\delta = -0^s$.

Unter diesen Umständen wäre eine Verbesserung der Elemente gegenwärtig überflüssig, und da möglicherweise noch Meridian-Beobachtungen bekannt werden, nachtheilig. Unter Fortführung der speciellen Störungen durch Jupiter, Saturn und Mars habe ich für die nächste Opposition

1857 Dec. 4 20^h 24^m 11^s m. Zt. Berlin

die osculirenden Elemente:

1857 Dec. 5 12^h m. Zt. Berl.

L 72° 54' 6"

M 1 48 19.3

π 71 5 47.3

Ω 68 31 5.9

i 5 36 0.3

Φ 7 5 52.9

μ 962.4816

erhalten. Die Längen beziehen sich auf das mittlere Aeq. des darüber stehenden Datums. Die Lichtstärke wird = 2,041 sein. Hiernach ist die folgende Ephemeride berechnet:

12 ^h m. Zt. Berl.	Aberr. Zt.	AR	Δ AR	Decl.	Δ Decl.	log Δ
1857 Nov. 12	9 ^h 34 ^m 7 ^s	8 ^h 36 ^m 7 ^s	-43 ^h 70	+22 ^h 24 ^m 4 ^s	+2 ^h 38 ^m 1 ^s	0.066441
13	32 ^h 10 ^m 4 ^s	7 ^h 53 ^m 0 ^s	43.66	26 41.5	2 36.6	0.06419
14	29 7	7 7.42	47.58	29 17.1	2 34.4	0.06254
15	27 4	6 19.84	49.43	31 51.5	2 33.1	0.06085
16	25 2	5 30.41	51.22	34 24.6	2 31.8	0.05916
17	23 1	4 39.19	52.93	36 56.4	2 30.4	0.05756
18	21 1	3 46.26	54.56	39 26.8	2 28.8	0.05601
19	19 2	2 51.70	56.12	41 55.6	2 27.0	0.05456
20	17 5	1 55.58	57.59	44 22.6	2 25.2	0.05320
21	15 9	0 57.99	58.97	46 47.8	2 23.4	0.05193
22	14 4	59 59.02	60.27	49 11.2	2 21.4	0.05074
23	13 0	58 58.75	61.47	51 32.6	2 19.2	0.04965
24	11 7	57 57.28	62.56	53 51.8	2 16.9	0.04865
25	10 5	56 54.72	63.56	56 8.7	2 14.6	0.04774
26	9 5	55 51.16	64.47	58 23.3	2 12.1	0.04690
27	8 6	54 46.69	65.26	60 35.4	2 9.7	0.04622
28	7 8	53 41.43	65.96	62 45.1	2 7.5	0.04560
29	7 1	52 35.47	66.56	64 52.2	2 4.6	0.04509
30	6 6	51 28.91	67.04	66 56.7	2 1.8	0.04467
Dec. 1	6 2	50 21.87	67.43	68 58.5	1 59.2	0.04435
2	6 0	49 14.44	67.71	70 57.7	1 56.5	0.04414
3	5 9	48 6.73	67.87	72 54.2	1 53.9	0.04402
4	5 9	46 58.86	67.92	74 48.1	1 51.2	0.04401
5	6 0	45 50.94	67.86	76 39.3	1 48.5	0.04410
6	6 2	44 43.06	—	78 27.8	+1 45.5	0.04429

12 ^h m. Z. Berl.	Aberr.-Zt.	AR	Δ AR	Decl.	Δ Decl.	log Δ
1857 Dec. 6	-9 ^m 6 ^s 2	4 ^h 44 ^m 43 ^s 08	-67 ^m 69	+23 ^h 18 ^m 27 ^s 8	+1 ^m 45 ^s 9	0,04429
7	6 3	43 35,39	67,42	20 13,7	1 43,4	0,04438
8	7 0	42 27,97	67,02	21 57,4	1 40,9	0,04497
9	7 6	41 20,95	66,82	23 38,0	1 36,6	0,04547
10	8 4	40 14,43	65,90	25 16,6	1 34,1	0,04608
11	9 3	39 8,53	65,17	26 52,9	1 32,1	0,04676
12	10 3	38 8,36	64,33	28 27,0	1 30,2	0,04755
13	11 4	36 59,03	63,88	29 59,1	1 28,6	0,04845
14	12 7	35 55,53	62,82	31 29,3	1 27,1	0,04944
15	13 6	34 53,33	61,16	32 57,9	1 25,8	0,05052
16	13 6	33 52,17	59,91	34 25,0	1 24,5	0,05170
17	17 2	32 52,26	58,56	35 50,8	1 22,6	0,05297
18	18 9	31 53,70	57,12	37 15,3	1 21,5	0,05438
19	20 8	30 56,58	55,59	38 38,7	1 21,5	0,05578
20	22 8	30 0,99	53,97	40 1,3	1 21,5	0,05732
21	24 9	29 7,02	52,27	41 23,2	1 21,5	0,05894
22	27 1	28 14,75	50,49	42 44,7	1 21,2	0,06064
23	29 4	27 24,26	48,67	44 5,9	1 21,1	0,06243
24	31 9	26 35,59	46,82	45 27,0	1 21,1	0,06429
25	34 4	25 48,77	44,93	46 48,1	1 21,1	0,06622
26	-9 37,1	4 25 3,84		+23 48 9,2	+1 21,1	0,06823

Berlin 1856, Aug. 11.

J. Ph. Wolfers.

Vertheilung der Beobachtungen der kleinen Planeten.

Folgende Zusammenstellung, die aus den verschiedenen Nummern der Astr. Nachr. und des Astr. Journals gesammelt ist, giebt eine Uebersicht der Sternwarten, die unter sich die Beobachtungen der kleinen Planeten vertheilt haben.

1 Ceres	Leipzig	23 Calliope	Göttingen, Wien, Ann Arbor
2 Pallas	Leipzig	24 Thalia	Berlin, Wien
3 Juno	Leipzig	25 Themis	Cambridge, Berlin
4 Vesta	Albany	26 Phocaea	Washington, Berlin
5 Astraea	Göttingen, Wien, Ann Arbor	27 Proserpina	Cambridge, Ann Arbor
6 Hebe	Altona, Ann Arbor, Bilk	28 Euterpe	Wien
7 Iris	Altona, Albany	29 Bellona	Cambridge
8 Flora	Cambridge, Ann Arbor	30 Amphitrite	Altona, Albany
9 Metis	Cambridge, Ann Arbor	31 Urania	Cambridge
10 Hygiea	Altona	32 Euphrosyne	Berlin, Wien, Ann Arbor
11 Parthenope	Altona, Bilk	33 Pomona	Wien
12 Victoria	Cambridge, Ann Arbor	34 Polyhymnia	Berlin, Wien
13 Egeria	Washington	35 Leucothea	Cambridge, Berlin
14 Irene	Washington	36 Circe	Washington
15 Eunomia	Altona, Albany	37 Atalante	Berlin, Wien
16 Psyche	Washington, Berlin	38 Fides	Washington
17 Thebe	Washington	39 Leda	Göttingen, Wien
18 Molpomena	Washington	40 Laetitia	Altona
19 Fortuna	Altona	41 Harmonia	Wien
20 Massalia	Göttingen, Wien	42 Daphne	Wien
21 Lutetia	Berlin, Wien	43 Iola	Göttingen, Wien

Messungen einiger Doppelsterne am Heliometer der Königsberger Sternwarte, vom Herausgeber.

γ Cassiopeae.

	Entfernung	Positionswinkel	Zahl d. Beob.
1853.69	8.26	113° 58'	4
1854.16	8.08	111 50	4
M. 1853.93	8.170	112 44	8 Beobh.

ζ Piscium.

1853.82	24.29	63° 58'	4
1853.82	24.11	65 27	4
M. 1853.82	24,200	64 43	8 Beobh.

γ Arietiae.

1853.82	8.46	178° 38'	4
1853.82	8.61	178 42	4
M. 1853.82	8.495	178 38	8 Beobh.

γ Andromedae.

1853.79	10.42	64° 16'	3
1853.81	10.33	64 1	6
M. 1853.80	10.375	64 7	8 Beobh.

γ Trianguli.

1853.79	3.82	76° 41'	4
1853.81	3.78	76 41	4
M. 1853.80	3.800	77 28	8 Beobh.

1 Camelopardali.

1854.17	10.11	307° 9'	4
1854.18	10.09	307 40	4
M. 1854.18	10.100	307 25	8 Beobh.

In der folgenden Tafel sind die Mittelwerthe der vorhergehenden Messungen mit denjenigen zusammengestellt, welche aus den Beobachtungen von Bessel, Schiller und Wichmann folgen.

		Entfernung	Positionswinkel	Zahl der Messungen
γ Cassiopeae	1830.75	10° 073	86° 14'	24
	1834.76	9.000	89-88	8
	1842.65	9.094	96 26	20
	1843.01	8.972	98 23	20
	1853.93	8.170	112 44	8
ζ Piscium	1830.90	23.364	63 55	29
	1834.82	23.740	64 6	8
	1842.08	23.499	63 50	48
	1853.82	24.200	64 43	8
γ Arietiae	1830.93	8.957	178 55	28
	1834.81	8.943	179 16	12
	1840.81	8.790	178 34	64
	1853.82	8.495	178 38	8
γ Andromedae	1830.753	10.552	62 17	24
	1834.74	10.515	62 52	9
	1843.32	10.365	62 40	40
	1853.80	10.375	64 7	8

α Geminorum.

	Entfernung	Positionswinkel	Zahl d. Beob.
1853.17	5.12	246° 50'	2
1853.17	5.19	246 42	2
1853.33	5.13	246 86	2

M. 1853.22	5.147	246 33	6 Beobh.
------------	-------	--------	----------

ξ Ursae majoris.

1853.37	3.11	123° 54'	2
1853.38	3.11	124 35	2

M. 1853.38	3.055	124 15	4 Beobh.
------------	-------	--------	----------

γ Delphini.

1853.83	11.630	272° 55'	4
	11.630	272 55	4
	11.630	272 55	4

61 Cygni.

1853.83	17.08	104° 33'	4
1853.86	17.40	104 46	4

M. 1853.85	17.240	104 40	4 Beobh.
------------	--------	--------	----------

α Cephei.

1853.86	13.26	249° 53'	4
1853.90	13.12	250 50	4

M. 1853.88	13.190	250 22	8 Beobh.
------------	--------	--------	----------

	Entfernung	Positionswinkel	Zahl der Messungen	
γ Trianguli	1831.05	10.877	76° 18'	28
	1843.81	9.935	78 44	8
	1853.80	3.800	77 28	8
1 Camelopardali	1830.83	10.461	307 40	24
	1834.18	10.100	307 25	8
α Geminorum	1831.06	4.730	259 23	37
	1833.54	4.776	258 33	24
	1842.29	4.008	253 33	48
	1846.93	4.357	258 36	12
	1853.22	5.147	246 33	6
ξ Ursae majoris	1831.05	1.863	201 32	26
	1843.40	2.710	141 55	42
	1853.38	3.055	124 15	4
γ Delphini	1830.89	12.016	272 53	28
	1834.74	12.087	273 6	28
	1842.63	11.943	272 48	40
	1853.83	11.530	272 55	4

		Entfernung	Positionswinkel	Zahl der Messungen			Entfernung	Positionswinkel	Zahl der Messungen
61 Cygni	1830,84	15° 638	90° 21'	38	β Cephei	1830,80	13° 694	249° 57'	25
	1834,71	16,037	92 45	13		1836,31	43,640	249 14	5
	1837,59	16,093	94 59	15		1842,88	13,642	250 30	40
	1838,72	16,243	95 28	35		1853,88	13,190	250 22	8
	1842,84	16,506	98 30	63					
	1853,86	17,240	104 40	8					

Schreiben des Herrn Antiquars Koehler an den Herausgeber.

Ich erlaube mir, untenstehend den Titel einer, wie es scheint, ganz unbekannten, französischen Übersetzung der Schrift des *Paul Fabricius* über den Cometen von 1556 mitzutheilen. Der Umstand, dass Herr von *Littrow* in öffentlichen Blättern zu Nachforschungen über das Original anfordert, und das bevorstehende Wiedererscheinen des Cometen dürfte eine kurze Notiz in Ihrem geachteten Blatte über diesen höchst seltene Schriftchen (*Lalande* in seiner Bibliogr. astron. kennt es nicht) rechtfertigen. Dasselbe befindet sich in meinem Besitze.

Leipzig, Aug. 9 1856.

K. F. Köhler's Antiquarium.

Titel.

Le cours et signification du Comete qui a este veu lanee precedente en Mars par Maître *Pol Fabrice*, Mathematicien

du Roy des Romains, dans le discours duquel il dispute doctement de son opinion, touchant la fin du monde. Adresse a Reverend Pere en Dieu Maître *George Richard*, Abbe du champ des lys son Seigneur. Imprime en Anvers en la rue de la Chambre a lenseigne du Faucon chez *Jean Witthay* Lan MCCCCLVII. 4^e min. 7 Blätter. Auf dem Titel in Holzschnitt: ein Segment der Himmelskugel mit Abbild des Laues des Cometen. Blatt A2 und A3: Le translateur aux besoins lecteurs. Hierauf der Bericht des *Fabricius* an den Abt des Klosters Lillenfeld über seine vierzehntägige Beobachtung des Cometen: z.B. La seconde apparition ay je vu le cinquieme jour de Mars, a dix heures du soir, estant lors son passage assez petit et a VIII degres XXX minutes de Libra; declinant presque les trois part et sept degres au large de l'eciptique. U. s. w.

Bücher - Anzeige.

Nachstehende Bücher sind bei der Expedition der Astronomischen Nachrichten zum Verkauf deponirt:

		R. M.	Preis.	Gr.
<i>Alhazeni</i> , Arabia Opticae thesaurus. Ejusdem libri de crepusculis. Basileae 1572. Fol.	4	30	3	1
<i>Copernicus</i> , de revolutionibus orb. coelest. Basileae 1566. Fol.	5	32	4	—
Ejusdem libri. editio Amstel. 1617. 4.	2	64	2	—
<i>Euclidis</i> , Omnia arabica ex tradit. <i>Nasirdini</i> Tusini. Romae 1593. Fol.	8	—	6	—
<i>Euclidis</i> , Element libri XV, adj. Phaenomena, Catoptrica. Basileae 1537. Proclus in <i>Euclidis</i> elem. Patavii 1640. Fol.	8	—	6	—
<i>Finaei</i> , Protomathesis. Par. 1532. Fol.	8	—	6	—
<i>Lubienietzki</i> , Theatrum cometium. 2 Vol. Amst. 1668. Fol.	4	—	3	—
<i>Wurzelbauer</i> , Uranus Noricae, basis astron.-geographica. Norimb. 1697. Fol.	2	—	1	15
<i>Albategnius</i> , Mahometis de scientia stellarum. Bononiae 1645. 4.	10	64	8	—
<i>Dan. Bernoulli</i> , Hydrodynamica. Argent. 1738. 4.	4	—	3	—
<i>Des Cartes</i> Geometrie op. et stud. <i>J. a. Schooten</i> . Amst. 1683. 4.	2	—	1	15
<i>Eichstadii</i> , Ephemerid. nov. coel. Helmst. 1687. 4.	1	32	1	—
Astronomica quaedam ex traditione <i>Shah Gholgi</i> , arabice & latine. Londini 1652. 4.	2	64	2	—
<i>Grandamici</i> , demonstratio inimmobilitatis Terrae. <i>Landsbergi</i> demonstratio mobilitatis Terrae. Middelb. 1630. 4.	7	64	15	—
<i>Joannis de Regiomonte</i> , Tabulae directionum. Aug. Vind. 1490. 4.	8	—	6	—

Altona 1856. August 26.

Construction einer neuen Tafel für den *latus ellipticus* innerhalb der letzten fünf Achtel des Zeitraums, durch welchen der bewegte Punct aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunct gelangt.

Von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung der Abhandlungen desselben Verfassers über den *latus hyperbolicus*)

§ 25.

Lambert hat in seiner oben in § 3 angeführten Schrift zwar eine Reihe für den *latus hyperbolicus* entwickelt, welche, wenn man die von ihm gewählten Bezeichnungen in die unigen überträgt, mit unserer Reihe (12) § 6 zusammenfällt, und er hat bemerkt, dass man unmittelbar denselben eine *tabula latusum hyperbolicorum* berechnen könne; aber er hat die Rechnung nach dieser Reihe (welche übrigens wegen ihrer schlechten Convergenz nur für beschränkte Entfernungen vom Centralpunct brauchbar ist) nicht ausgeführt und keine solche Tafel herausgegeben; eine solche erscheint, meines Wissens, in unserm § 11 und 23 zum erstenmal. Dagegen scheint Lambert Werth auf die seiner angeführten Schrift einverleibte *tabula latusum parabolicorum* gelegt und davon eine grosse Erleichterung der parabolischen Berechnung der Cometen-Bahnen gehofft zu haben. Wir können diese Hoffnung nicht theilen; Lambert hat nämlich dieser Tafel den speciellen Fall zum Grunde gelegt, wo der Centralkörper die Sonne ist, und er hat die den gegebenen t entsprechenden Entfernungen vom Centralpunct in Hundert-tausendtheilen des Erdbahn-Halbmessers angesetzt (was allerdings bei einer Entfernung, welche dem Erdbahn-Halbmesser gleichkommt, der Forderung, das Fehler-Maximum von $\log r = \text{Arc } 1''$ zu verbiethen, ziemlich entspricht); aber er lässt die Argumente am Anfang der Tafel (der doch bei der Anwendung dieser Tafel auf Cometen, welche, wie der von 1680 und der vom Ende März 1843, der Sonnen-Oberfläche äusserst nahe kommen und äusserst nahe bei der Sonne wirklich beobachtet werden können, ebenfalls gebraucht wird) von 3 zu 3 Stunden fortschreiten, und diese Intervalle sind (wie man aus folgendem Schema

t	r	Δ^1	Δ^2	Δ^3
0 Tage 0 ^h	0,00000	+2730		
0 " 3	0,02750	+1616	-1134	
0 " 6	0,04366	+1355	-261	+873
0 " 9	0,05721			

sieht) viel zu gross; um bei der Interpolation die dritte Differenz vernachlässigen zu können. Wir werden vielmehr

eben so wenig, als wir bei der Anwendung unserer Tafel zu Ende des 11ten § die Berechnung der Gleichung

$$x = \sqrt{\frac{1}{3} k^2 \mu^2 r^2}$$

vermittelst der gewöhnlichen Tafeln der Logarithmen der natürlichen Zahlen umgehen; beim *latus parabolicus* die Berechnung der Gleichung

$$r = \sqrt{\frac{1}{3} k^2 \mu^2 t^2} \quad (72)$$

umgehen, welche Berechnung nicht anständlicher ist als der Gebrauch irgend einer anderweitigen Hülftafel; eben so wenig werden wir bei der Auflösung der umgekehrten Aufgabe, t aus r zu bestimmen, die Berechnung der aus (72) folgenden Gleichung

$$t = \frac{r}{3k} \sqrt{\frac{2r}{\mu}} \quad (73)$$

umgehen. Wir können leicht zeigen, dass unsere *tabula latusum parabolicorum*, nach denselben Grundsätzen wie unsere *tabula latusum hyperbolicorum* construiert, aus lauter Nullen bestehen würde. Die in § 3 hergeleiteten Gleichungen

$$\frac{dr^2}{k^2 \mu^2 dt^2} = \frac{2}{r} + \frac{1}{a}, \quad \frac{dr^2}{k^2 \mu^2 dt^2} = \frac{2}{r},$$

$$\frac{dr^2}{k^2 \mu^2 dt^2} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}, \quad \frac{dr^2}{k^2 \mu^2 dt^2} = \frac{1}{a} - \frac{2}{r}$$

zeigen nämlich, dass bei der geradlinigen Centralbewegung, welche das Gravitationsgesetz befolgt, die Differenz der Quadrate je zweier linearischer Geschwindigkeiten, welche in den Abständen r und r' vom Centralpunct stattfinden, nur von r , r' und μ , nicht aber von a abhängig ist, und dass (bei ungedändertem μ) a im *latus hyperbolicus* und bei abtossender Kraft desto kleiner, im *latus ellipticus* aber desto grösser ist, je grösser die in jedem gegebenen Abstände vom Centralpunct stattfindende Geschwindigkeit, — endlich dass die möglichen Grenzen von a beim *latus hyperbolicus* 0

*) Dies ist das Integral der obigen Gleichung (7) § 4, wenn r und t zugleich wachsen, zugleich abnehmen und zugleich verschwinden sollen.

und ∞ , beim *latus ellipticus* $\frac{1}{2}$ r und ∞ , und bei abstoßender Kraft 0 und $\frac{1}{2}$ r sind, und dass ein *latus hyperbolicus* oder *ellipticus*, worin a unendlich wird, in einen *latus parabolicum* übergeht. Lassen wir nun in der Tafel zu Ende unsers 11^{ten} § a ins Unendliche wachsen, so kommt, wie klein oder wie gross auch t sein mag, in die Tafel kein anderes Argument als 0 und folglich kein anderes y als 0 zu stehen. Die Gleichung $y = 0$ aber ist (zufolge der Ueberschrift der 2^{ten} Columnne dieser Tafel) gleichbedeutend mit $\log \frac{r}{\sqrt{\frac{1}{2} k^2 \mu^2 a^2}} = 0$, und aus dieser Gleichung folgen wieder die obigen Gleichungen (72) und (73).

Nachdem wir auf diese Art die Ueberflüssigkeit jeglicher *tabula latusum parabolicorum* gezeigt, werden wir sehen, dass *Lambert* auch mit seiner *tabula latusum ellipticorum* nicht glücklicher war. Er theilt die Zeit, welche erfordert wird, den bewegten Punkt aus dem Zustande der Ruhe (wenn es möglich wäre) bis in den Centralpunkt zu führen, in 50, den in dieser Zeit zurückgelegten Weg aber in 10000 gleiche Theile, und bleibt in der Bestimmung der in den Zeiträumen

$$\frac{1}{30}, \frac{2}{30}, \frac{3}{30}, \dots, \frac{50}{30}$$

des genannten Zeitraums (wobei jeder dieser Proportionaltheile mit der Erreichung des Centralpunkts endigt) zurückgelegten Wege bei Zehntausendtheilen der grössten Entfernung vom Centralpunkt stehen; wollten wir auch keine grössere Genauigkeit anstreben als diese (vielleicht gegen die Forderung, das Fehler-Maximum von $\log \text{nat } r = \text{Arc } 1^\circ$ zu verbürgen, selbst in der Gegend des grössten Abstandes vom Centralpunkt merklich zurückstößt), so sehen wir doch wiederum beim Anfang der *Lambert'schen* Tafel (der doch bei der Anwendung dieser Tafel auf Cometen, welche der Sonnen-Oberfläche äusserst nahe kommen und nahe bei dieser Gegend auch wirklich beobachtet werden können, ebenfalls gebraucht wird)

$\frac{50k}{a\pi} \sqrt{\frac{\mu}{a}} \cdot t$	$\frac{5000r}{a}$	Δ^1	Δ^2	Δ^3
0	0	+1270		
1	1270		-556	
2	1984	+714		+420
3	2562	+578	-136	

dass die Intervalle viel zu gross sind, um bei der Interpolation die 3te Differenz vernachlässigen zu können.

*) So würden (wie aus der obn, § 4, gefundenen Bestimmung des Zeitraums zu ersehen ist, in welchem der bewegte Punkt aus dem Zustande der Ruhe bis in den Centralpunkt gelangt) nach den von uns gewählten Bezeichnungen die Ueberschriften der *Lambert'schen* Tafel lauten.

Es ist vielmehr auch hier (wenn r und t zugleich wachsen, zugleich abnehmen und zugleich verschwinden sollen) am natürlichsten, die Tafel so einzurichten, dass das Argument $x = \sqrt{\frac{1}{2} k^2 \pi}$, und die Function $y = \log \frac{r}{x}$ sei; nur ist y (welches beim *latus hyperbolicum* positiv ist) hier negativ, und wird, in der Tafel am zweckmässigsten durch seine dekadische Ergänzung ausgedrückt. Wir können übrigens bei der analytischen Entwicklung einen ähnlichen Gang wie in § 6 gehen. Dann verwandelt sich die Gleichung (12) § 6 in

$$\frac{r\sqrt{\frac{1}{2} k^2 \pi}}{x} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x^2}{5} + \frac{1.3}{4.8} \cdot \frac{x^4}{7} + \frac{1.3.5}{4.8.12} \cdot \frac{x^6}{9} + \dots \quad (74)$$

Diese Reihe convergirt für jeden Werth von x , welcher < 2 ist, schneller als eine geometrische Reihe mit dem Exponenten $\frac{1}{3}$; für $x = 2$ geht sie (vermöge der in § 4 gefundenen Bestimmung des Zeitraums, in welchem der bewegte Punkt aus dem Zustande der Ruhe bis in den Centralpunkt gelangt) in die Reihe

$$\pi = \frac{4}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1.3}{2.7} + \frac{1.3.5}{2.6.9} + \frac{1.3.5.7}{2.6.8.11} + \frac{1.3.5.7.9}{2.6.8.10.13} + \dots$$

über, welche (übrigens für die numerische Rechnung wegen ihrer langsamen Convergenz unbrauchbar) sich auf anderem Wege schwer beweisen lassen würde. Und während x von 0 bis 2 wächst, wächst die Summe der Reihe (74) ohne Schwanken von $\frac{1}{3}$ bis $\frac{2}{3}$; folglich wächst inzwischen

$$\text{ohne Schwanken von } 1 \text{ bis } \frac{2}{3}\pi, \text{ also } -\frac{1}{3} \log \frac{x^3}{3\pi\sqrt{\frac{1}{2} k^2 \pi}} \text{ (d. i. } -y)$$

ohne Schwanken von 0 bis $\frac{1}{3} \log \frac{3\pi}{x^3}$, d. i. von 0 bis 0,2481402...; x wächst unterdessen von 0 bis $\sqrt{\frac{1}{2} k^2 \pi}$, d. i. von 0 bis 3,541365..., und y ist anfangs sehr nahe dem Argument x proportional.

Bei der Bestimmung, wie grosse Intervalle Δx , während x von 0 an nach und nach wächst, zulässig sind, können wir einen ähnlichen Gang wie in § 10 gehen. Dadurch verwandelt sich die dortige Gleichung (23) in

$$\frac{1}{x} \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{x^2}{5} + \frac{3.3}{4.8} \cdot \frac{x^4}{7} + \frac{3.3.5}{4.8.12} \cdot \frac{x^6}{9} + \frac{3.3.5.7}{4.8.12.16} \cdot \frac{x^8}{11} + \dots \right)^{-1} = \frac{1}{x}$$

Diese Gleichung stimmt mit (23) überein, nur mit dem Unterschiede, dass s in $-x$, und x in $-x$ verwandelt ist. Folglich verwandelt sich die dortige Gleichung (26) in

$$s = x - \frac{1}{10} x^3 - \frac{3}{700} x^5 - \frac{23}{63000} x^7 - \frac{947}{24255000} x^9 - \dots$$

$$\text{und (27) in} \\ y = -x \left(\frac{1}{10} x + \frac{0.13}{14} x^3 + \frac{0.071}{63} x^5 + \frac{2.9609}{19404} x^7 + \dots \right)$$

$$\frac{d^2 y}{24 dx^3} = -\frac{0,071}{252} - \frac{2,9609}{19404} x + \dots$$

also negativ, und (während x von 0 an wächst) $\frac{d^2 y}{24 dx^3}$ von $-\frac{0,071}{252}$ an (d. i. von 0,00028 an) wachsend; also ist $(\frac{d^2 y}{24 dx^3})$ als zunehmende Grösse anzusehen (bei un geändertem z und z') das grösste zulässige Δx desto kleiner, je grösser x . Wenn man in unserer Tafel y in 6 Bruchstellen ansetzt, so findet sich für $x = 0$ (wie in § 10) das grösste zulässige $\Delta x < 0,235863$; also werden wir die

$$\frac{\Delta x}{400000 x} + \left(\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} x + \dots \right) \Delta x^2 = 0,00003696844 \dots \quad (75)$$

gemäss) bei wachsendem x ruckweise zu verkleinern haben.

Da aber die Reihe (75) bei wachsendem x ihre Convergenz verliert, so haben wir auch noch einen geschlossenen Ausdruck für $\frac{d^2 y}{dx^3}$ zu entwickeln. Aus $y = \log s - \log x$

folgt $\frac{dy}{dx} = \frac{ds}{s dx} - \frac{1}{x}$. Nun aber ist

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2} \left(\frac{s}{x} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2s} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{s} \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{x^3} = \frac{1}{2s} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} + \frac{1}{x^3} - \frac{x}{2s^2} \left(\frac{3}{s} - 1 \right);$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{1}{s^2} - \frac{1}{x^2}} = -\frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} = -\frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} = -\frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} = -\frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}};$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{2s^2} \cdot \frac{2s}{2x-s} - \frac{1}{4s} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} \left(\frac{1}{2s} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} + \frac{1}{sx^2} - \frac{1}{2sx^3} \right) - \frac{2}{2s^2} - \frac{1}{2s^2} \left(\frac{3}{s} - 1 \right) + \frac{x^2}{s} \left(\frac{9}{2s} - 1 \right) \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}} = \left(\frac{x^2}{s} \left(\frac{9}{2s} - 1 \right) - \frac{1}{4sx} \right) \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} - \frac{1}{2s^2} - \frac{2}{2s^2} - \frac{1}{2s^2} \left(\frac{3}{s} - 1 \right) - \frac{x^2}{s} \left(\frac{9}{2s} - 1 \right) \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}};$$

$$\text{also} \quad \frac{d^2 y}{24 dx^3} = \frac{1}{24 s} \left(\frac{x^2}{s} \left(\frac{9}{2s} - 1 \right) - \frac{1}{4x} \right) \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} - \frac{1}{12 s^2} - \frac{1}{12 s^2} - \frac{1}{12 s^2} \left(\frac{3}{s} - 1 \right) - \frac{x^2}{4 s} \left(\frac{9}{2s} - 1 \right) \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}} \quad (77)$$

Die Gleichungen (76) und (77) können durch trigonometrische Functionen einfacher ausgedrückt werden. Was wir nämlich bei der elliptischen Bewegung mittlere und excentrische Anomalie nennen und nach dem von Gauss in seiner Theoria motus... gegebenen Beispiel mit M und E bezeichnen, ist beim *latus ellipticus* (welcher als eine elliptische

$$\frac{M^2 d^2 y}{24 dx^3} = -\frac{1}{54} - \frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} M - \frac{2 + \cos E}{32 s^2} M^2 + \frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} \cdot \frac{2016 + 576 \cos E}{32 s^2} M^3 \dots \quad (80)$$

über.

In der letzteren Formel ist die Summe der negativen Glieder von dem positiven sehr wenig verschieden (ausgenommen ganz nahe bei der grössten Entfernung vom Centralpunct; in der grössten Entfernung selbst ist das 2te und 4te Glied = 0, also $\frac{d^2 y}{24 dx^3} = -\frac{1}{54 \pi^2} - \frac{2 + \cos 180^\circ}{256} = -\frac{1}{54 \pi^2} - \frac{1}{256} = -0,00578$); die einzelnen Glieder

Tafel mit $\Delta x = 0,2$ anfangen können (wodurch das grösste zulässige x sich, wie in § 10, = 0,00008268... findet) und die Intervalle (den Bedingungen $z = 0,0000005$, $z' =$

$$0,000005 \text{ und } \frac{z}{x} + \frac{z'}{2s} \Delta x + \left(\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} x + \dots \right) \Delta x^2 = \text{Arc } 1^\circ \text{ gemäss, oder, was dasselbe sagt, der Bedingung } 1 + 5 \Delta x + \left(\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} x + \dots \right) \Delta x^2 = \text{Arc } 1^\circ \text{ gemäss, oder, was dasselbe sagt, der Bedingung}$$

$$\frac{ds}{dx} = \frac{ds}{dr} \cdot \frac{dr}{dx} = \sqrt{\frac{2}{s} - 1} \sqrt{\frac{x}{2}} = \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}},$$

$$\text{also} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{s} \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}} - \frac{1}{x}; \quad (76)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}} + \frac{1}{2s} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{s} \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{x^3} = \frac{1}{2s} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} + \frac{1}{x^3} - \frac{x}{2s^2} \left(\frac{3}{s} - 1 \right);$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{2s^2} \cdot \frac{2s}{2x-s} - \frac{1}{4s} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} \left(\frac{1}{2s} \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} + \frac{1}{sx^2} - \frac{1}{2sx^3} \right) - \frac{2}{2s^2} - \frac{1}{2s^2} \left(\frac{3}{s} - 1 \right) + \frac{x^2}{s} \left(\frac{9}{2s} - 1 \right) \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}} = \left(\frac{x^2}{s} \left(\frac{9}{2s} - 1 \right) - \frac{1}{4sx} \right) \sqrt{\frac{2s}{2x-s}} - \frac{1}{12 s^2} - \frac{1}{12 s^2} - \frac{1}{12 s^2} \left(\frac{3}{s} - 1 \right) - \frac{x^2}{4 s} \left(\frac{9}{2s} - 1 \right) \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}};$$

tische Bewegung mit der Excentricität 1 und mit endlicher grosser Axe angesehen werden kann) r und $\text{Arc cos}(1-s)$. Dadurch gehen die Gleichungen (10) § 4, (76) und (77) in

$$M = E - \sin E; \quad (78)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{s} \cot \frac{1}{2} E \sqrt{\frac{x}{s} - \frac{1}{2}} - \frac{x}{x}, \quad (79)$$

bedürfen daher (auch wenn es nur auf eine Bestimmung des grössten zulässigen Intervalls Δx ankommt) einer sehr genauen numerischen Berechnung, wozu selbst siebenziffrige Logarithmen-Tafeln nicht ausreichen.

§ 28.

Es war zu diesem Zwecke vielmehr nöthig, die Rechnung für diejenigen excentrischen Anomalien, für welche die Sinus und Cosinus sich in den einfachsten geschlossenen

(wenn auch irrationalen) Ausdrücken darstellen lassen, (und das sind die durch 15° theilbaren Werthe von E), in extenso ohne Hülfe von Tafeln durchzuführen; dazu mussten zuerst von den 3 Zahlen

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = 1,2247448713915890\dots,$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}} = 1,7320508075688772\dots,$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}} = 0,7071067811865475\dots,$$

die Vielfachen (vom Einfachen bis zum Neunfachen) durch

successive Addition des Einfachen berechnet wurden (wobei die Gleichungen $5A = 10 \cdot \frac{A}{2}$ und $9A = 3A \cdot 3$ zur Controlle dienen); ausserdem wurden zur Bestimmung von M die in sehr vielen Ziffern bekannten Vielfachen von π gebraucht. Zur numerischen Berechnung der Gleichungen (78) und (80) diente dann folgende Tabelle (in welcher die rationalen Coefficienten den Controlen

$$s \cdot \frac{1}{s} = 1,$$

$$s \left(\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288} \cdot \frac{41472 \cot \frac{1}{2} E}{288} + \frac{1}{s} \right) = 1,$$

$$8s \cdot \frac{4}{32s^3} = \left(\frac{1}{s} \right)^3 = 64 \cdot \frac{1}{32s^3} - \frac{\cot \frac{1}{2} E}{288s} \cdot \frac{82944 \cot \frac{1}{2} E}{288s},$$

$$\frac{2 + \cot E}{32s^3} = 2 \cdot \frac{1}{32s^3} + \left(36 \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{288s} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{s} \right) \left(36 \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{288s} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{s} \right),$$

$$\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288s} \cdot \frac{2016 + 576 \cot E}{32s^3} = \left(2592 \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{288s} - 2(E - M) \cdot \frac{1}{s} \right) \cdot \frac{1}{32s^3}$$

unterworfen wurden):

E	M	s	$\frac{1}{s}$	$\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288}$
15°	$\frac{\pi}{12} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$8 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{12}\sqrt{3} + \frac{1}{24}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{144}\sqrt{\frac{3}{2}}$
30	$\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$	$1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$4 + 2\sqrt{3}$	$\frac{1}{12}\sqrt{3} + \frac{1}{24}\sqrt{\frac{1}{2}}$
45	$\frac{\pi}{4} - \sqrt{\frac{1}{2}}$	$1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$	$3 + \sqrt{2}$	$\frac{1}{12}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{24}\sqrt{3}$
60	$\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{24}\sqrt{\frac{1}{2}}$
75	$\frac{5\pi}{12} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$1 - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$8 + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{12}\sqrt{3} - \frac{1}{24}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{144}\sqrt{\frac{3}{2}}$
90	$\frac{1}{2}\pi - 1$	1	1	$\frac{1}{24}\sqrt{3}$
105	$\frac{7\pi}{12} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$8 - 3\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{12}\sqrt{3} + \frac{1}{24}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{144}\sqrt{\frac{3}{2}}$
120	$\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{24}\sqrt{\frac{1}{2}}$
135	$\frac{3\pi}{4} - \sqrt{\frac{1}{2}}$	$1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$	$2 - \sqrt{2}$	$\frac{1}{12}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{24}\sqrt{3}$
150	$\frac{5\pi}{6} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$	$1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$4 - 2\sqrt{3}$	$\frac{1}{12}\sqrt{3} - \frac{1}{24}\sqrt{\frac{1}{2}}$
165	$\frac{11\pi}{12} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$	$8 - 3\sqrt{6} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{12}\sqrt{3} - \frac{1}{24}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{144}\sqrt{\frac{3}{2}}$

E	$\frac{1}{32a^3}$	$2016 + 576 \cos E$	$2 + \cos E$	$\frac{\cos \frac{1}{2} E}{288a}$
150	$\frac{150}{32} + \frac{150}{32} \sqrt{3} + 114 \sqrt{3} + \frac{114}{32} \sqrt{3}$	$2016 + 144 \sqrt{6} + 144 \sqrt{2}$	$2 + \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{150}{288} \sqrt{3} + \frac{150}{288} \sqrt{3} + \frac{114}{288} \sqrt{3} + \frac{114}{288} \sqrt{3}$
90	$\frac{90}{32} + \frac{90}{32} \sqrt{3}$	$2016 + 288 \sqrt{3}$	$2 + \frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{90}{288} \sqrt{3} + \frac{90}{288} \sqrt{3}$
45	$\frac{45}{32} + \frac{45}{32} \sqrt{3}$	$2016 + 288 \sqrt{2}$	$2 + \frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{45}{288} \sqrt{3} + \frac{45}{288} \sqrt{3}$
0	$\frac{0}{32}$	2304	3	$\frac{0}{288}$
75	$\frac{75}{32} + \frac{75}{32} \sqrt{3} - 114 \sqrt{3} - \frac{114}{32} \sqrt{3}$	$2016 + 144 \sqrt{6} - 144 \sqrt{2}$	$1 + \frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{75}{288} \sqrt{3} - \frac{75}{288} \sqrt{3} - \frac{114}{288} \sqrt{3} - \frac{114}{288} \sqrt{3}$
90	$\frac{90}{32}$	2016	2	$\frac{90}{288}$
105	$\frac{105}{32} - \frac{105}{32} \sqrt{3} - 114 \sqrt{3} - \frac{114}{32} \sqrt{3}$	$2016 - 144 \sqrt{6} + 144 \sqrt{2}$	$2 - \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{105}{288} \sqrt{3} - \frac{105}{288} \sqrt{3} - \frac{114}{288} \sqrt{3} - \frac{114}{288} \sqrt{3}$
120	$\frac{120}{32}$	1728	2	$\frac{120}{288}$
135	$\frac{135}{32} - \frac{135}{32} \sqrt{3}$	$2016 - 288 \sqrt{2}$	$2 - \frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{135}{288} \sqrt{3} - \frac{135}{288} \sqrt{3}$
150	$\frac{150}{32} - \frac{150}{32} \sqrt{3}$	$2016 - 288 \sqrt{3}$	$2 - \frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{150}{288} \sqrt{3} - \frac{150}{288} \sqrt{3}$
165	$\frac{165}{32} - \frac{165}{32} \sqrt{3} + 114 \sqrt{3} - \frac{114}{32} \sqrt{3}$	$2016 - 144 \sqrt{6} - 144 \sqrt{2}$	$2 - \frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{165}{288} \sqrt{3} - \frac{165}{288} \sqrt{3} - \frac{114}{288} \sqrt{3} - \frac{114}{288} \sqrt{3}$

E	$\frac{2 + \cos E}{32a^3}$	$2016 + 576 \cos E$
150	$\frac{2343}{32} + \frac{1913}{32} \sqrt{3} + \frac{5705}{32} \sqrt{3} + \frac{3213}{32} \sqrt{3}$	$508032 + 207396 \sqrt{6} + 293256 \sqrt{3} + 359172 \sqrt{2}$
90	$\frac{149}{32} + \frac{33}{32} \sqrt{3}$	$16344 + 9432 \sqrt{3}$
45	$\frac{11}{32} + \frac{13}{32} \sqrt{3}$	$1512 + 1062 \sqrt{2}$
0	$\frac{0}{32}$	576
75	$\frac{2343}{32} + \frac{1913}{32} \sqrt{3} - \frac{5705}{32} \sqrt{3} - \frac{3213}{32} \sqrt{3}$	$508032 + 207396 \sqrt{6} - 293256 \sqrt{3} - 359172 \sqrt{2}$
90	$\frac{149}{32}$	63
105	$\frac{2343}{32} - \frac{1913}{32} \sqrt{3} - \frac{5705}{32} \sqrt{3} + \frac{3213}{32} \sqrt{3}$	$508032 - 207396 \sqrt{6} - 293256 \sqrt{3} + 359172 \sqrt{2}$
120	$\frac{149}{32}$	16344
135	$\frac{11}{32} - \frac{13}{32} \sqrt{3}$	$1512 - 1062 \sqrt{2}$
150	$\frac{149}{32} - \frac{33}{32} \sqrt{3}$	$16344 - 9432 \sqrt{3}$
165	$\frac{2343}{32} - \frac{1913}{32} \sqrt{3} + \frac{5705}{32} \sqrt{3} - \frac{3213}{32} \sqrt{3}$	$508032 - 207396 \sqrt{6} + 293256 \sqrt{3} - 359172 \sqrt{2}$

E	$\frac{2016 + 576 \cos E}{288a}$
150	$\frac{449073}{288} \sqrt{3} + 393189 + \frac{449073}{288} \sqrt{3} + \frac{1112109}{288} \sqrt{3}$
90	$\frac{2161}{288} + \frac{1296}{288} \sqrt{3}$
45	$61 \sqrt{3} + \frac{246}{288}$
0	$4 \sqrt{3}$
75	$\frac{449073}{288} \sqrt{3} + 393189 - \frac{449073}{288} \sqrt{3} - \frac{1112109}{288} \sqrt{3}$
90	$\frac{2161}{288}$
105	$\frac{449073}{288} \sqrt{3} - 393189 + \frac{449073}{288} \sqrt{3} - \frac{1112109}{288} \sqrt{3}$
120	$\frac{2161}{288}$
135	$61 \sqrt{3} - \frac{246}{288}$
150	$\frac{2161}{288} - \frac{1296}{288} \sqrt{3}$
165	$\frac{449073}{288} \sqrt{3} - 393189 - \frac{449073}{288} \sqrt{3} + \frac{1112109}{288} \sqrt{3}$

Nachdem vermittelt der zweiten, viertletzten, drittletzten und letzten Columnne dieser Tabelle M und die auf der rechten Seite der Gleichung (80) vor M , M^2 und M^3 gesetzten Coefficienten berechnet waren, wurden von den in der zweiten, drittletzten und letzten Columnne enthaltenen M^2 , M^3 und die einzelnen Glieder der Formel (80) berechnet und diese Glieder algebraisch addirt, worauf endlich vermittelt fünffiffiger Logarithmen und ohne den Gebrauch von Additions- oder Subtractions-Logarithmen leicht $\frac{d^2 y}{24 a d x^2}$ sich genau genug ergab.

(Fortsetzung folgt.)

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Sternwarte in Cracau, an den Herausgeber.

Hierbei übersende ich Ihnen einige an der hiesigen Sternwarte beobachtete Sternbedeckungen und Mondsterne für die Astron. Nachrichten. (Zugleich erlaube ich mir, einige Resultate der meteorologischen Beobachtungen des Jahres 1855 beizufügen.)

Der mittlere Barometersland war 329^o010 Paris M.

Die dreissigjährige Beobacht. geben denselben = 329^o064.

Der höchste Stand des Barom. war den 19. Decbr. 338^o94
(Der tiefste + — — — — — 14. Febr. 317^o40,
so dass die ganze Oscillation 21^o54 betrug.

Die mittlere Temperatur war = + 5^o38R, bedeutend geringer, als das dreissigjährige Mittel = + 6^o49R.

Die grösste Wärme war den 3. u. 4. August = + 26^o8 R.

Die kleinste — — — — — 20. December = — 24^o2 R.

Die Oscillation = 51^o0.

Der mittlere Dunstdruck war = 3^o063.

Der grösste — — — — — den 26. August = 8^o15.

Der kleinste — — — — — den 31. Januar = 0^o10.

Die mittlere Luftfeuchtigkeit war = 82,63.

Der herrschende Wind war von West.

Gewitter zählte man 33, Stürme 28, Schnee fiel an 69,

Regen an 132 Tagen.

Die Reduction und Catalogisirung der *Bessel*'schen Zonen, welche die Sterne zwischen +15° und +45° der Declination enthalten, habe ich beendet, und der Catalog ist zum Drucke bereit. Ich erwarte nächsten Nachricht aus St. Petersburg, ob der Druck gleich beginnen und ununterbrochen fortgeführt werden kann. Die einzelnen Stände dieses neuen Cataloges enthalten folgende Zahl von Beobachtungen:

die 0 ^a	1542	XI ^a	1922	XII ^a	1205	XVIII ^a	1931
I	1488	VII ^a	1702	XIII ^a	1354	XIX ^a	2055
II	1482	VIII ^a	1531	XIV ^a	1329	XX ^a	1884
III	1034	IX	1222	XV	1574	XXI ^a	1557
IV	1474	X	1245	XVI	1860	XXII ^a	1399
V	2067	XI	1227	XVII	1905	XXIII ^a	1390

Die Anzahl aller Beobachtungen beträgt daher zusammen 37757.

In diesem neuen Cataloge sind die öfters beobachteten Positionen eines Sterns nicht zusammenggezogen, sondern alle Beobachtungen sind einzeln angegeben mit der Zahl der Zone, wo die Beobachtung enthalten ist.

Cracau, den 19. August 1856.

Dr. *Max Weisse*.

Sternbedeckungen und Mondsterne, beobachtet auf der K. K. Sternwarte in Cracau.

Sternbedeckungen.

			Mittl. Zt. Kr.	Sternzeit	
1854 Novbr. 26	Eintritt	35 Capricorni um	8 ^h 18 ^m 36 ^s 36	= 0 ^h 35 ^m 9 ^s 64	sehr gut
— Decbr. 27	„	μ Piscium „	8 13 25,53	= 2 37 7,97	ziemlich gut
1855 März 28	„	98 k Tauri „	10 9 58,17	= 10 13 3,54	sehr gut
— Juni 27	„	22 Scorpii „	10 8 17,20	= 16 29 51,70	sehr gut
1856 März 10	„	ρ ^a Arietis „	9 5 19,03	= 8 19 58,12	gut
— „ 10	„	ρ ^a Arietis „	9 13 15,82	= 8 27 56,22	ziemlich gut
— „ 14	„	33 Tauri „	11 2 24,76	= 10 21 19,64	gut
— „ 13	„	136 CTauri „	10 33 48,80	= 10 0 32,09	sehr gut
— „ 17	„	Leonis „	7 20 44,54	= 7 2 42,34	gut
— Juni 16	„	20 ε Scorpii „	8 37 19,33	= 14 18 16,30	sehr gut

Sterne im Parallel des Mondes.

		AR	Fad.			AR	Fad.
1854 Nov. 27	Mond. I Rand	23 ^h 4 ^m 11 ^s 32	5	1855 Jan. 24	γ Piscium	1 ^h 53 ^m 52 ^s 47	50
	B. A. 8285	23 42 44,87	5		Mond. I Rand	1 51 0,75	5
	27 Piscium	23 51 14,34	5		ξ Ceti	2 5 18,41	3
— Dec. 27	20 Ceti	0 45 36,57	5		ξ ² Ceti	2 20 26,57	5
	ε Piscium	1 0 53,95	5	— Mai 28	μ Virginis	13 34 1,88	5
	Mond. I Rand	1 48 57,62	5		Mond. I Rand	13 59 40,66	5
	ε Piscium	1 37 44,50	5		α ² Librae	14 42 53,13	3

1855	Jun. 27	δ Scorpii	15° 31' 47.96"	2
		β Scorpii	15 57 2.85	2
		Mond. I Rand	16 18 51.88	4
		α Ophiuchi	17 6 28.48	1
		θ Ophiuchi	17 13 8.88	5
—	Aug. 23	Mond. I Rand	18 31 25.03	5
		ν Sagittarii	18 45 27.36	5
		ξ Sagittarii	18 53 25.76	5
—	Aug. 24	Mond. I Rand	19 39 23.91	5
		ϵ Sagittarii	19 53 47.11	5
		π Capricorni	20 19 3.93	5
—	Aug. 25	π Capricorni	20 19 3.95	5
		Mond. I Rand	20 46 83.16	5
		γ Capricorni	21 32 6.05	5
		δ Capricorni	21 38 4.91	3
—	Aug. 27	τ^2 Aquarii	22 41 57.53	5
		δ Aquarii	22 47 0.01	5
		Mond. II Rand	22 58 29.62	5
1856	Jan. 14	Mond. I Rand	1 30 25.87	5
		ξ Ceti	2 5 22.04	5
		ξ Arietis	2 17 6.00	5
—	März 14	η Geminorum	6 6 11.60	5
		μ Geminorum	6 14 15.33	5
		Mond. I Rand	6 33 48.18	5
		δ Geminorum	7 11 31.97	5

		AR.	Pos.
1856. März 17	Mond. I Rand	9 ^h 18' 22.95	5
	α Leonis	9 37 41.79	5
	γ Leonis	9 59 29.90	5
— März 18	α Leonis	9 37 41.76	5
	γ Leonis	9 59 30.17	5
	Mond. I Rand	10 6 35.25	5
	44 Leonis	10 17 41.11	5
	ρ Leonis	10 25 14.97	5
— März 19	44 Leonis	10 17 41.02	5
	ρ Leonis	10 25 14.92	5
	Mond. I Rand	10 52 9.83	5
— April 17	ν Virginis	11 38 29.00	5
	β Virginis	11 43 13.11	5
	Mond. I Rand	12 4 27.77	5
	γ Virginis	12 12 33.86	5
	γ Virginis	12 84 23.71	5
— Mai 14	τ Leonis	11 20 32.81	5
	β Virginis	11 43 13.01	5
	Mond. I Rand	11 48 38.98	5
	10 Virginis	12 2 19.73	5
— Mai 15	10 Virginis	12 2 19.96	5
	Mond. I Rand	12 31 35.29	5
— Juli 14	ν Scorpii	16 26 58.35	5
	Mond. I Rand	16 46 8.66	5
	δ Ophiuchi	17 18 12.88	5

Dr. Max. Weisse.

Schreiben des Herrn Professors *Wolf* an den Herausgeber.

Während mir, die schöne Witterung dieses Sommers fast täglich erlaubt, meine Beobachtungen der Sonnenflecken fortzusetzen, und mir so das Vergnügen gewährt, ihr erstes, vorausbestimmtes Minimum sich einhalten zu sehen, habe ich auch begonnen, in der seit Kurzem unter meiner Redaction erscheinenden „Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich“ eine Reihe von Mittheilungen über die Sonnenflecken zu veröffentlichen. Die Erste enthält eine Zusammenstellung aller meiner bisherigen Beobachtungen, welche den Lesern der Astron. Nachr. im Wesentlichen bereits bekannt sind. Die Zweite, welche ich eben zum Drucke fertig habe, enthält dagegen neue Untersuchungen, deren Resultate ich mir denselben hier in Kurzem vorzulegen erlaube: Nach meinen siebenjährigen Beobachtungen der Sonnenflecken zeigt sich in denselben ausser der oben berührten grossen Periode von 11½ Jahren auch eine dem Erdjahre

entsprechende Periode, und zwar in gedoppelter Weise: Einerseits ist das, das Perihel enthaltende Winterhalbjahr im Allgemeinen fleckenreicher als das, das Aphel enthaltende Sommerhalbjahr. Andererseits finden sich nahe zur Zeit der Equinoctien, nämlich Ende Februar oder Anfang März und erste Hälfte October zwei Maxima, — nahe zur Zeit der Solstitien, nämlich Anfang Januar und Anfang Juli, zwei Minima. Noch besser als mit den beiden Solstitien treffen die beiden Minima mit den Tagen (5. Januar und 6. Juli) zusammen, wo die Erdaxe in die durch eine Parallele zu ihr und die Sonnenaxe gelegte Ebene fällt. Ebenso kommt das eine Maximum dem einen der Tage (7. October und 3. April) nahe, wo die Erdaxe sich am weitesten von jener Ebene entfernt, und es wird daher wahrscheinlich auch das andere Maximum mit dem andern dieser Tage zusammenfallen sollen, und in meiner verhältnissmässig nur sehr kurzen Beobach-

tungsreihe nur zufällig etwas verschoben erscheinen. Leider gestatten aus Gründen, welche ich in der citirten Arbeit näher entwickelt habe, die von *Schwabe* mitgetheilten Beobachtungsergebnisse keine endgültige Prüfung obiger Sätze, — deren Wichtigkeit für das Studium der magnetischen Ver-

hältnisse zwischen Sonne und Erde klar genug vorliegt, besonders für diejenigen, welche Prof. *Langberg* betreuendes Schreiben an Oberst *Sabine* im November-Heft des Philos. Magaz. gelesen haben.

Zürich 1856, Aug. 19.

Prof. R. Wolf.

Bemerkung in Betreff der Declinations-Beobachtungen an einem Meridiankreise, vom Herausgeber.

In den Abhandlungen, welche Resultate aus meinen Beobachtungen am Verticalkreise der Pulkower Sternwarte enthalten, ist von mir hervorgehoben worden, dass der Kreis, wenn er die leiseste Erschütterung erlitt, nachdem er mittelst der Mikrometerschraube bewegt worden, sich bis 2 Secunden gegen den Mikroskopenträger verstellte. Solche Erschütterungen entstanden, wenn der Wind auf das Instrument blies, wenn die Kuppel des Thurms, in welchem der grosse Refractor aufgestellt ist, gedreht wurde, wenn ein Wagen vorbei fuhr u. s. w. Es ist mir nicht bekannt, dass eine ähnliche Fehlerquelle bei Meridiankreisen bislang bemerkt ist. Nachdem jedoch die Herren *Repsold* an den Meridiankreis der hiesigen Sternwarte Mikroskope angebracht haben, welche eine viel genauere Ablesung gestatten, als die früheren Nonien, fand ich, dass dieses Instrument ähnlichen Verstellungen unterworfen ist, wie der Pulkower Verticalkreis. Die Verstellungen gehen bis auf zwei Secunden, wenn ein Wagen durch die benachbarten Strassen fährt. Sie werfen für die

Beobachtungen jetzt durch dasselbe Verfahren unschädlich gemacht, welches ich auf Pulkowa anwandte. Nachdem nämlich die Horizontalfäden nahe auf den Stern gestellt sind, wird das Instrument durch den Schlag eines kleinen Hammers gegen eine der Stangen, welche die Gegengewichte tragen, in Erschütterung gebracht, wodurch alle Spannung aus den Metallstücken herausgeht, so dass fernere Erschütterungen keine Verstellung mehr hervorbringen. Bei dieser Beobachtungsweise ist es nicht möglich, einen Faden oder die Mitte zweier Fäden scharf auf den Stern zu stellen. Auf Pulkowa, wo ich fast immer einige Minuten ausserhalb der Culmination beobachtete, wartete ich die Zeit ab, bis der Stern in Folge seiner Höhenänderung den Faden bisairte. Hier in Altona wird gegenwärtig die Lage des Sterns gegen die Mitte der beiden Horizontalfäden durch Schätzung bestimmt und bei der Reduction der Beobachtung in Rechnung gebracht.

Peters.

Berichtigungen zu den Astron. Nachr. Nr. 1038.

S. 81 Z. 10 v. u. statt 7,81904) lies 7,81904.)

„ Z. 6 v. u. statt 6,93419) lies 6,93419.)

„ Z. 2 v. u. statt 5,3834) lies 5,3834.)

S. 84 zu $\log r = 3,6$ ist $v = 0,000870$ zu setzen.

„ zu $\log r = 4,0$ ist $\log \frac{r}{a} = 4,000387$ zu setzen; eben so sind die fünf darunter stehenden Kennziffern in 4 zu verwandeln.

Inhalt.

(Zu Nr. 1040, 1041 und 1042.) Researches on Satellites. By *Albert Marth*, Esq. 113. —

Schreiben des Herrn Dr. *Fürster* an den Herausgeber 149. —

Beobachtungen und Ephemeride der Metis, von Herrn Professor Dr. *Wolfers* 153. —

Verteilung der Beobachtungen der kleinen Planeten 155. —

Messungen einiger Doppelsterne am Heliometer der Königsberger Sternwarte, vom Herausgeber 157. —

Bücher-Anzeige 159. —

(Zu Nr. 1043.) Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* innerhalb der letzten fünf Aechtel des Zeitraums, in welchem der bewegte Punkt aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunkt gelangt, von Herrn Dr. *Lehmann*. (Fortsetzung der Abhandlungen desselben Verfassers über den *lappus hyperbolicus*.) 161. —

Schreiben des Herrn Professors *Weisse*, Directors der Sternwarte in Craicu, an den Herausgeber 171. —

Sternbedeckungen und Mondstere, beobachtet auf der k. k. Sternwarte in Craicu, 171. —

Schreiben des Herrn Professors *Wolf* an den Herausgeber 173. —

Bemerkung in Betreff der Declinations-Beobachtungen an einem Meridiankreise, vom Herausgeber 175. —

Berichtigungen zu den Astron. Nachr. Nr. 1038 175. —

Altona 1856. August 31.

Construction einer neuen Tafel für den *lapsus ellipticus* innerhalb der letzten fünf Achtel des Zeitraums, in welchem der bewegte Punct aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunct gelangt,

von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung von № 1043 der A. N.)

§ 29.

Bei der hier beschriebenen Berechnung von $\frac{M^2 d^2 y}{24 a d x^3}$ sind wegen der Weitläufigkeit auch inzwischen öfters Controlen anzustellen, welche wir folgendergestalt auszusondern können, und zwar zuerst in Beziehung auf die berechneten numerischen Werthe von M .

Wenn die excentrischen Anomalien nach einer arithmetischen Reihe fortschreiten, so verschwindet das erste Glied der Formel (78) bei der Bildung der Differenzen der herausgebrachten Werthe von M schon in der zweiten Differenzreihe, und da das zweite Glied $-\sin E$ (bei der elliptischen Bewegung $-e \sin E$) heisst, so sind die zweiten, dritten, vierten . . . Differenzen von M den mit e multiplicirten zweiten, dritten, vierten . . . Differenzen von $\sin E$ gleich und entgegengesetzt. Folglich bilden die in einerlei Horizontallinie befindliche 2te, 4te, 6te . . . Differenz unter sich eine geometrische Reihe (und zwar eine steigende oder eine fallende, je nachdem ΔE sich von dem nächstliegenden Vielfachen des Kreisumfangs, das Nullfache mit eingeschlossen, um einen zwischen 60° und 180° liegenden oder um einen zwischen 0 und 60° liegenden Winkel unterscheidet) mit abwechselnden Zeichen, deren Verhältniss-Exponent das Quadrat der Sehne von ΔE ist. Folglich verhalten sich die 2ten Differenzen unter sich, desgleichen die 4ten Differenzen unter sich, die 6ten Differenzen unter sich, . . . wie die *sinus* der excentrischen Anomalien, die 3ten Differenzen von M unter sich aber, desgleichen die 5ten Differenzen unter sich, . . . wie die *cosinus* derjenigen excentrischen Anomalien, welche zwischen je 2 benachbarten unter den in das Differenzenschema aufgenommenen excentrischen Anomalien die arithmetischen Mittel bilden.

Wenn man in der Ebene einer Ellipse, einen Kreis so beschreibt, dass die grosse Axe der Ellipse mit einem Durchmesser des Kreises zusammenfällt, und man lässt nun einen Punct sich längs des Kreisumfangs so bewegen, dass gleichzeitige Örter des in der Ellipse nach dem Gravitationsgesetz um einen Brennpunct derselben bewegten Punctes, und des längs des Kreisumfangs bewegten Punctes sich, allemal in

einer und derselben die grosse Axe rechtwinklig schneidenden geraden Linie befinden, so legt der aus dem Centralpunct der elliptischen Bewegung gezogene Radius vector des längs des Kreisumfangs bewegten Punctes, so gut wie der Radius vector des elliptisch bewegten Punctes, allemal in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume zurück; dies muss also auch noch dann gelten, wenn die elliptische Bewegung in einen *lapsus ellipticus* übergeht, indem der Brennpunct mit dem Endpunct der grossen Axe zusammenfällt. Denkt man sich nun die Bewegung längs des Kreisumfangs unaufhörlich in sich selbst zurückkehrend, so ist die auf den Durchmesser dieses Kreises projectirte Bewegung ein unaufhörlich hin und her schaukelnder, mathematisch-möglicher *lapsus ellipticus* (dem die physische Möglichkeit der Erreichung des Centralpuncts ist schon in § 4 widerlegt), welcher wenigstens dazu dienen kann, bei der Differenzen-Controlle der berechneten Werthe von M jede Differenzreihe vor- und rückwärts ohne Ende zu verlängern. Man sieht nämlich aus dem bisher Auseinandergesetzten ein, dass sowohl bei der elliptischen Bewegung als bei dem unaufhörlich hin und her schaukelnden *lapsus ellipticus*

- 1) zu gleichen und entgegengesetzten Werthen von E auch gleiche und entgegengesetzte Werthe von M gehören,
- 2) dass zwei Werthe von M , welche zu den excentrischen Anomalien E und $360^\circ - E$ gehören, zusammen ebenfalls 360° betragen,
- 3) dass die Differenz der zu $-E - \Delta E$ u. $-E$ gehörigen Werthe von M gleich ist der Differenz der zu E und $E + \Delta E$ gehörigen Werthe von M , und die Differenz der zu $180^\circ + E$ und $180^\circ + E + \Delta E$ gehörigen Werthe von M gleich der Differenz der zu $180^\circ - E - \Delta E$ und $180^\circ - E$ gehörigen Werthe von M ,
- 4) dass die zweite Differenz der zu $-E - \Delta E$, $-E$ und $-E + \Delta E$ gehörigen Werthe von M gleich und entgegengesetzt ist der zweiten Differenz der zu $-E - \Delta E$, $-E$ und $-E + \Delta E$ gehörigen Werthe von M , und die zweite Differenz der zu $90^\circ + E - \Delta E$, $90^\circ + E$ u. $90^\circ + E + \Delta E$ gehörigen Werthe von M gleich und gleichnamig der zweiten Differenz der zu $90^\circ - E - \Delta E$, $90^\circ - E$ u. $90^\circ - E + \Delta E$

gehörigen Werthe von M , — woraus wiederum von selbst folgt, dass die zweite Differenz der zu $-E$, 0 und $+\frac{1}{2}E$ gehörigen Werthe von $M = 0$ ist,

5) dass die dritte Differenz der zu $-E - \frac{1}{2}\Delta E$, $-E - \frac{1}{2}\Delta E$, $-E + \frac{1}{2}\Delta E$ u. $-E + \frac{1}{2}\Delta E$ gehörigen Werthe von M gleich und gleichstimmig ist der dritten Differenz der zu $E - \frac{1}{2}\Delta E$, $E - \frac{1}{2}\Delta E$, $E + \frac{1}{2}\Delta E$ u. $E + \frac{1}{2}\Delta E$ gehörigen Werthe von M , die dritte Differenz der zu $90^\circ - \frac{1}{2}\Delta E$, $90^\circ - \frac{1}{2}\Delta E$, $90^\circ + \frac{1}{2}\Delta E$ und $90^\circ + \frac{1}{2}\Delta E$ gehörigen Werthe von $M = 0$, u. die dritte Differenz der zu $90^\circ + \frac{1}{2}\Delta E$, $90^\circ + \frac{1}{2}\Delta E$, $90^\circ + E + \frac{1}{2}\Delta E$ und $90^\circ + E + \frac{1}{2}\Delta E$ gehörigen Werthe von M gleich und entgegengesetzt der dritten Differenz der zu $90^\circ - E - \frac{1}{2}\Delta E$, $90^\circ - E - \frac{1}{2}\Delta E$, $90^\circ - E + \frac{1}{2}\Delta E$ und $90^\circ - E + \frac{1}{2}\Delta E$ gehörigen Werthe von M ,

6) dass die 4^{ten}, 6^{ten}, 8^{ten} ... Differenzen von M auf ähnliche Art vor- und rückwärts ohne Ende fortgesetzt werden können, wie dies unter N^o 4) von den 2^{ten} Differenzen beschrieben ist, und die 5^{ten}, 7^{ten}, 9^{ten} ... Differenzen auf ähnliche Art, wie dies unter N^o 5) von den 3^{ten} Differenzen beschrieben ist,

7) dass (wenn n eine ganze positive Zahl bedeutet) die zu $E =$

$$\dots, -\frac{270^\circ}{n}, -\frac{180^\circ}{n}, -\frac{90^\circ}{n}, 0, \frac{90^\circ}{n}, \frac{180^\circ}{n}, \frac{270^\circ}{n}, \dots (81)$$

gehörigen Werthe von M , wenn man die zweiten, dritten, vierten, ... Differenzen ohne Rücksicht auf das Zeichen

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sin 75^\circ - \cos 30^\circ \sin 15^\circ &= \sin 30^\circ \cos 15^\circ - \cos 30^\circ \sin 15^\circ = \sin 15^\circ, \\ \frac{1}{2} \sin 75^\circ + \cos 30^\circ \sin 15^\circ &= \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \cos 30^\circ \sin 15^\circ = \sin 45^\circ, \\ \sin 75^\circ &= \sin 15^\circ + \sin 45^\circ \end{aligned}$$

die Summe derjenigen 2^{ten} (resp. 4^{ten}, 6^{ten} ...) Differenzen, welche mit $E = 15^\circ$ und $E = 45^\circ$ in einerlei Horizontallinie stehen.

Die erste Controlle der gefundenen Werthe von M lässt sich nun an den zweiten Differenzen ausstellen.

Diese zweiten Differenzen lassen sich berechnen ohne

$$\begin{aligned} (2 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}) (\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}) &= \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} &= 0,0176880920504 &= I \\ (2 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}) \cdot \frac{1}{2} &= 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} &= 0,03407417374093 &= II \\ (2 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}) \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} &= 2 \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} &= 0,04818815858866 &= III \\ (2 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} &= \sqrt{3} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} &= 0,05901820009326 &= IV \\ (2 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}) (\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}) &= \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} - 1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} &= 0,06582624879370 &= V \\ 2 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} &= 0,06814834742186 &= VI \end{aligned} \quad (82)$$

Hier treffen die oben unter 8) angegebenen Controlen genau zu, indem der numerische Werth von $II = \frac{1}{2} \cdot I + III$ aber

betrachtet, nur $n+1$ verschiedene zweite Differenzen und darunter eine, aber auch nur Eine $= 0$, nur n verschiedene dritte Differenzen und darunter keine $= 0$, nur $n+1$ verschiedene vierte Differenzen und darunter eine, aber auch nur Eine $= 0$, nur n verschiedene fünfte Differenzen und darunter keine $= 0$, ... geben, auch dass in der 2^{ten}, 4^{ten}, 6^{ten}, ... Differenzreihe jede Differenz, welche $= 0$ ist, sich zwischen $2n-1$ positiven und $2n-1$ negativen Differenzen befindet, von denen die gleichweit von zwei Nullen absteigende die absolut-grösste ist, während in der 3^{ten}, 5^{ten}, 7^{ten}, ... Differenzreihe allemal $2n$ positive mit $2n$ negativen abwechseln, von denen die beiden gleichweit von zwei Übergängen aus dem Positiven ins Negative absteigenden einander gleich und die absolut-grössten sind, auch dass in jeder Differenzreihe von der absolut-grössten Differenz bis zur 0 oder bis zum Übergang aus dem Positiven ins Negative, bin ein Abnehmen ohne Schwanken stattfindet,

8) dass die mit $E = 30^\circ$ in einerlei Horizontallinie stehende 2^{te}, 4^{te}, 6^{te} ... Differenz von M resp. die Hälfte der mit $E = 90^\circ$ in einerlei Horizontallinie stehenden 2^{ten}, 4^{ten}, 6^{ten} ... Differenz ist (woraus von selbst folgt, dass die mit $E = 30^\circ$ in einerlei Horizontallinie stehende 4^{te}, 6^{te}, 8^{te} ... Differenz resp. gleich und entgegengesetzt ist derjenigen 3^{ten}, 5^{ten}, 7^{ten} ... Differenz, welche mit dem zwischen $E = 90^\circ - \Delta E$ und $E = 90^\circ$ enthaltenen Intervall in einerlei Horizontallinie steht), die mit $E = 75^\circ$ in einerlei Horizontallinie stehende 2^{te}, 4^{te}, 6^{te}, ... Differenz aber (weil

vorher die M selbst gefunden zu haben. Da nämlich die 2^{te} Differenz von $M = 4 \sin E \sin \frac{1}{2} \Delta E = \sin E (1 - \cos \Delta E)$, so ist diese zweite Differenz, wenn $\Delta E = 15^\circ$ gesetzt wird, $= (2 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}) \sin E$, also, wenn E nach und nach $=$

$$\begin{aligned} 15^\circ & & 30^\circ & & 45^\circ & & 60^\circ & & 75^\circ & & 90^\circ \\ \text{gesetzt wird,} & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \end{aligned}$$

$= V$ ist. Hieraus folgt, dass wenn man von den in 82 Bruchstellen ausgedrückten Werthen (82) die successiven Differenzen bildet, und die sechs 4^{ten} oder die sechs 6^{ten}

oder die sechs 2^{ten}, u. s. w. ohne Ende, mit I, II, III, IV, V, VI bezeichnet, allemal ebenfalls genau $II = \frac{VI}{2}$, und $I + III = V$ sein muss; denn wenn die Buchstaben x, y, z, w vier beliebige gleichartige Grössen bedeuten (gleichviel ob auch gleichstimmig, oder ob entgegengesetzte Grössen darunter vorkommen), so bilden die 2^{ten} Differenzen der rück- und vorwärts ohne Ende wiederholten Reihe,

$$\dots, -2y, -x-y, -w, -z, -y, -x, 0, x, y, z, w, x+z, \dots$$

$$2y, x+z, w, z, y, x, 0, -x, -y, -z, -w, -x-z, \dots$$

die Reihe

Δ^I	Δ^{II}	Δ^{III}	Δ^{IV}	Δ^V	Δ^{VI}	Δ^{VII}	Δ^{VIII}	Δ^{IX}
+0,01763809020604	+1763809020504	-120200659915	-120200659915	+8491477014	+8191477014	-558235624		
+0,0340741737093	+1643668350589	-232209862816	-12009192901	+1582478404	+7632412390	-1078428400		
+0,04818815858866	+1411398487773	-328394337313	96184474497	+22379531394	+6554812990	-1525128093		
+0,05901820089326	+1083004150460	-402199280416	73804943103	+27409216294	+5029684897	-1867892780		
+0,06582624879370	+680804870044	-448595007228	35395726812	+30571008408	+3161792117	-2083363717		
+0,06814834742186	+232209862816	-164419725682	15824718404	+31649436408	+1978428400	-2156585600		
Δ^{IX}	Δ^X	Δ^{XI}	Δ^{XII}	Δ^{XIII}	Δ^{XIV}	Δ^{XV}	Δ^{XVI}	Δ^{XVII}
-558235624	+88042848	+38042848	2592613	-2592613	+176914	+176914	-12996	-12996
-520192776	+35450235	+35450235	5008312	-2415699	+168918	+168918	-8438	+4648
-446699693	+73493083	+30441923	7083179	-2074867	+340832	+142874	-21344	-5979
-342764687	+103935006	+23368744	8571640	-3591461	+483406	+142874	-35671	+13106
-215470937	+127293750	+14684104	9676792	-1001152	+590309	+106908	-36892	-10534
-73493083	+141977854	+5008312	1001152	-340832	+660320	+70011	-48667	+17754
	+146986166		-10016624		+681664	+21344	-42688	+5979

Man sieht, wie bei den 3^{ten} und 4^{ten} Differenzen
 $+232209862816 - 232209862816 = 0$,
 bei den 5^{ten} und 6^{ten} aber
 $-120200659915 + 15824718404 + 15824718404 = 0$,
 $+8191477014 + 22379531394 = +30571008408$,
 bei den 7^{ten} und 8^{ten}
 $+1078428400 - 1078428400 = 0$,
 $-558235624 - 1525128093 = -2083363717$,
 bei den 9^{ten} und 10^{ten}
 $-73493083 + 73493083 = 0$,
 $+38042848 + 103935006 = +141977854$,
 bei den 11^{ten} und 12^{ten}
 $+5008312 - 5008312 = 0$,
 $-2592613 - 7083179 = -9675792$,
 bei den 13^{ten} und 14^{ten}
 $-340832 + 340832 = 0$,
 $+176914 + 483406 = +660320$,
 bei den 15^{ten} und 16^{ten}
 $+21344 - 21344 = 0$,
 $-12996 - 35671 = -48667$,

$$\dots, -2v, -x-z, -w, -z, -v, -x, -z, 0, x, y, z, w, x+z, 2v, x+z, w, z, v, x, 0, -x, -y, -z, -w, -x-z, \dots$$

$$\text{worin } x = y - 2w, \quad v = x - 2y + x, \\ 0 = x - 2z + y, \quad w = x + 2z - 2w$$

gesetzt ist. Wie weit wir daher auch die successiven Differenzreihen fortsetzen mögen, immer muss das Glied II einer Differenzreihe von gerader Ordnung genau gleich und entgegengesetzt sein demjenigen Gliede der zunächst links benachbarten Differenzreihe von ungerader Ordnung, welches mit dem zwischen V und VI enthaltenen Intervall sich in einerlei Horizontalreihe befindet. Dies können wir folgendergestalt zur Anschauung bringen:

(bis hierher sind noch, wenn n eine ganze positive Zahl bedeutet, alle sechs $4n-2$ ^{ten} und alle sechs $4n-1$ ^{ten} Differenzen, wie es sein muss, positiv, und alle sechs $4n$ ^{ten} und alle sechs $4n+1$ ^{ten} Differenzen negativ), und bei den 17^{ten} und 18^{ten} (wo um der in Δ^I weggelassenen 15^{ten} Bruchstellen willen die Positivität und Negativität schon unter einander gemischt erscheinen)

$$+5979 - 5979 = 0, \\ +4648 + 13106 = +17754$$

(ein Beweis, dass in die Differenzenbildung sich kein Fehler eingeschlichen hat). Da nun in den sechs 18^{ten} (und folglich auch in den sechs 19^{ten}, in den sechs 20^{ten}, ...) Differenzen die Zeichen ununterbrochen abwechseln und daher alle höheren Differenzen immer grösser werden, so wollen wir die sechs 18^{ten} Differenzen

$$+0,0000000004648 \\ +0,0000000005979 \\ +0,00000000013106 \\ +0,00000000010664 \\ +0,00000000017754 \\ +0,00000000011958$$

mit den durch siebenziffrig-logarithmische Berechnung gefundenen Werthen

$$2^{10} \sin 15^\circ (\sin 7^\circ 30')^{10} = +0,00000000000821$$

$$2^{10} \sin 30^\circ (\sin 7^\circ 30')^{10} = +0,00000000001585$$

$$2^{10} \sin 45^\circ (\sin 7^\circ 30')^{10} = +0,00000000002242$$

$$2^{10} \sin 60^\circ (\sin 7^\circ 30')^{10} = +0,00000000002746$$

$$2^{10} \sin 75^\circ (\sin 7^\circ 30')^{10} = +0,00000000003062$$

$$2^{10} \sin 90^\circ (\sin 7^\circ 30')^{10} = +0,00000000003170$$

vergleichen; die Unterschiede sind (in Einheiten der 14^{ten} Bruchstelle):

Verbesserung von Δ^B	von Δ^{III}	von Δ^{IV}	von Δ^V	von Δ^VI	von Δ^{VII}	von Δ^{VIII}	von Δ^{IX}
-0,0000000000000025	-25	+75	+75	-250	+250	+900	+900
+0,0000000000000025	+50	-100	-175	+400	+650	+1575	-2475
-0,0000000000000025	-50	+125	+225	-300	-925	+2196	+3700
+0,0000000000000050	+75	-175	-300	+675	+1200	-2650	-4775
-0,0000000000000050	-100	+200	+375	-775	-1850	+3023	+6675
+0,0000000000000050	+100	-200	-400	+800	+1575	-3150	-6175

von Δ^X	von Δ^{XI}	von Δ^{XII}	von Δ^{XIII}	von Δ^{XIV}	von Δ^{XV}	von Δ^{XVI}	von Δ^{XVII}
-3375	-8375	+12925	+12925	-50050	+50050	+195000	+195000
+6175	+9550	-24200	-37125	+94900	+144950	-372425	-567425
-8475	+18925	+33575	+57775	-132575	-227475	+522575	+895000
+10450	-22300	-41225	-74800	+162525	+295100	-640250	-1162825
-11850	+24200	+46500	-87725	-182625	-345150	+717575	+1357825
+12350	-24200	-48400	-94900	+189800	+372425	-744850	-1462425

Verbess. v. Δ^{XVII} in Einheiten d. sechszehnten Bruchst.: -762425 +1462425 -2087825 +2520650 -2820250 +2924850.

(Wir haben mit Feias die auf die nachtheiligste Weise conspirirenden Verbesserungen von Δ^B =

$$-25 + 25 - 25 + 50 - 50 + 50$$

Einheiten der 16^{ten} Bruchstelle und nicht =

$$-50 + 50 - 50 + 50 - 50 + 50$$

solcher Einheiten gesetzt, um den Bedingungen

$$II = V, \quad I + III = V,$$

welchen in den im Schema (83) enthaltenen zweiten Differenzen genügt ist, auch in den Verbesserungen zu genügen.)

Diese Controllen reichen hin, alle in (82) enthaltenen Ziffern als richtig zu bewähren, und hieran schließt sich nun die Controlle der gefundenen Werthe von M selbst:

E	M	Δ	Δ^B
0 ^o	0,00000000000000	+298034269663	+1763809020504
15	0,00298034269663	+2061843290167	+3407417331093
30	0,02359877559830	+569280661260	+4818815858866
45	0,07829138221090	+29587365151009	+59018200093926
60	0,18117214741216	+10288076520126	+59018200093926
75	0,34307111270669	+16179896529452	+59018200093926
90	0,57079632679485	+22772521408821	+59018200093926
105	0,86666988630498	+356169984030378	+59018200093926
120	1,22836969860876	+42071801439704	+59018200093926
135	1,64908770900806	+46890616898569	+4818815858866
150	2,11799387799149	+50298034269663	+3407417331094
165	2,62997422068812	+52061843290167	+1763809020504
180	3,14159265358979		

$$-3827 + 7564 - 10864 + 13300 - 14692 + 15128.$$

Diese Fehler der im Schema (83) enthaltenen 18^{ten} Differenzen lassen sich aus den in Δ^B weggelassenen 15^{ten} Bruchstellen leicht erklären; denn jeder derselben beträgt kaum die Hälfte derjenigen entsprechenden Verbesserung von Δ^{XVII} , welche man erhalten würde, wenn die 15^{ten} Bruchstellen in Δ^B auf die nachtheiligste Weise conspirirten, wie man aus folgendem Schema ersieht:

von Δ^B	von Δ^{III}	von Δ^{IV}	von Δ^V	von Δ^VI	von Δ^{VII}	von Δ^{VIII}	von Δ^{IX}
+75	-250	+250	+900	+900	+2475	+3700	+4775
-175	+400	+650	+1575	-2650	+3023	+6675	+6175
+225	-300	-925	+2196	-4775	-3150	-6175	
-300	+675	+1200	-2650	+3023	+6675	+6175	
+375	-775	-1850	+3023	+6675	+6175		
-400	+800	+1575	-3150	-6175			

Die Fehler der hier sich ergebenden zweiten Differenzen finden sich durch Vergleichung mit den Werthen (82) =

$$0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ +2 \ -1 \ 0 \ -1 \ +1 \ 0$$

Einheiten der 14^{ten} Bruchstelle, und lassen sich sehr wohl aus den in M weggelassenen 15^{ten} Bruchstellen erklären, da diese, wenn sie auf die nachtheiligste Weise conspirirten, in den zweiten Differenzen die Fehler

$$\pm 1,5 \ \mp 2 \ \pm 2 \ \mp 2 \ \pm 2 \ \mp 2 \ \pm 2 \ \mp 2 \ \pm 2 \ \mp 2 \ \pm 1$$

Einheiten der 14^{ten} Bruchstelle, und, wenn diese wiederum mit den in (82) weggelassenen 15^{ten} Bruchstellen auf die nachtheiligste Weise conspirirten, die Unterschiede

$$\pm 2 \ \mp 2,5 \ \pm 2,5 \ \mp 2,5 \ \pm 2,5 \ \mp 2,5 \ \pm 2,5 \ \mp 2,5 \ \pm 2,5 \ \mp 2,5 \ \pm 2,5$$

geben würden. Die gefundenen Werthe von M bewähren sich hierdurch als richtig.

(Fortsetzung folgt.)

Beobachtungen auf der Sternwarte zu Kremsmünster, von Herrn Professor Resthuber.

Resultate von Planeten-Beobachtungen mittelst des Meridiankreises.

Saturnus.

Verglichen mit der Ephemeride im Berliner Jahrbuche.

	m. Zt. Kr.	AR	(Eph. — a)	geoc. Decl.	(Eph. — d)	Parall.	Beobachter
1855 Dec. 18	11 ^h 57 ^m 11 ^s 07	5 ^h 45 ^m 8 ^s 00	+0 ^m 70	22 ^o 11' 34" 92	+15 ^m 22	0 ^m 47	Resthuber
21	11 44 19,47	44 3,96	0,70	11 32,52	12,53	0,47	Strauser
30	11 5 47,84	40 55,01	0,60	11 13,85	16,35	0,47	S.
1856 Jan. 13	10 6 17,96	36 27,21	0,83	11 2,86	16,08	0,47	R.
14	10 2 5,24	36 10,36	0,47	11 2,55	16,66	0,46	S.
Febr. 3	8 38 58,02	31 40,64	0,83	11 54,66	16,92	0,45	R.
4	8 34 53,13	31 31,82	0,63	12 0,86	16,86	0,45	R.
6	8 26 44,10	31 14,36	0,87	12 12,47	17,29	0,45	S.
28	6 59 11,77	30 11,86	0,87	11 15 58,84	17,21	0,43	R.
März 4	6 39 50,97	30 30,66	0,51	07 17 14,44	15,63	0,42	S.
5	6 35 59,96	30 33,57	0,67	06 17 33,66	12,21	0,42	S.
7	6 26 19,79	30 47,25	0,67	08 6,65	11,67	0,42	R.
8	6 24 36,25	30 53,68	0,84	18 19,12	15,91	0,42	R.
9	6 20 41,67	31 0,98	0,52	18 35,56	16,42	0,42	R.
11	6 13 5,11	31 16,27	+0,71	22 19 10,85	+15,98	0,42	S.

Urania.

10. 11. Gr. zuletzt 11. 12. Gr.

Verglichen mit der Ephemeride in Encke's Jahrbuch für 1855.

1856 Febr. 3	11 ^h 37 ^m 8 ^s 37	8 ^h 30 ^m 20 ^s 25	—39 ^m 33	18 ^o 55' 43" 53	+2 ^m 31 ^m 78	3 ^m 00	R.
4	11 32 10,53	29 18,15	39,64	18 58 26,01	2 27,92	2,99	R.
6	11 22 26,59	27 15,69	39,47	19 5 30,55	2 29,09	2,95	R.
10	11 2 41,33	23 23,43	39,63	19 12 55,80	2 23,86	2,91	R.
11	10 57 50,27	22 28,14	39,51	19 15 3,72	2 23,40	2,89	R.
12	10 53 0,52	21 34,14	—39,31	19 17 3,35	2 26,65	2,87	S.
28	9 39 21,39	10 47,80	—	19 38 7,24	—	2,63	S.
März 4	9 17 57,16	9 2,83	—	19 39 45,47	—	2,54	S.
6	9 1 16,70	—	—	19 39 33,54	—	2,47	R.
9	8 57 20,17	8 5,21	—	19 39 33,34	—	2,45	R.
17	8 25 56,34	8 10,66	—	19 34 33,99	—	2,39	S.
18	8 22 12,75	8 21,01	—	19 33 34,68	—	2,37	R.
23	7 49 28,69	8 11 0,55	—	19 20 56,99	—	2,20	R.

Pomona. 10. 11. Gr.

Verglichen mit der Ephemeride des Herrn O. Lesser in N 1001 der Astron. Nachr.

1856 Febr. 3	13 ^h 5 ^m 1' 44	9 ^h 58 ^m 25 ^s 16	—21 ^m 20	3 ^o 1' 14" 10	+1 ^m 25 ^m 51	4 ^m 09	R.
4	13 0 14,62	57 86,70	21,24	3 4 50,19	1 27,74	4,10	R.
11	12 26 45,86	51 38,34	21,40	3 34 40,75	1 28,30	4,11	R.
12	12 21 57,30	50 45,53	21,55	3 39 38,50	1 28,04	4,11	S.
18	11 53 7,92	45 25,74	21,30	4 11 6,87	1 28,78	4,10	R.
28	10 56 17,56	36 58,07	22,69	5 9 30,79	1 29,95	4,00	S.
März 3	10 46 32,16	33 55,82	22,79	5 33 88,34	1 31,16	3,94	R.
4	10 41 53,39	33 12,86	22,76	5 39 40,75	1 29,68	3,92	R.
7	10 28 4,68	31 11,53	22,96	5 37 29,50	1 34,16	3,87	R.
8	10 23 30,68	30 33,33	22,60	6 3 28,59	1 28,84	3,85	R.
9	10 18 58,88	29 57,33	23,14	6 9 15,69	1 31,68	3,88	R.
11	10 9 58,67	28 48,74	23,35	6 20 46,47	1 31,23	3,79	R.
16	9 47 55,69	26 24,04	23,34	6 48 22,31	1 26,05	3,68	R.
19	9 34 59,72	25 16,49	23,24	7 8 58,50	1 22,03	3,62	S.
24	9 14 1,03	23 57,22	22,60	7 27 26,31	1 31,15	3,61	R.
25	9 9 54,42	23 46,39	22,32	7 31 56,13	1 25,18	3,42	R.
26	9 5 48,56	23 36,41	—21,16	7 36 12,88	1 24,93	3,46	R.

	A.	m. Z. Kr.	AR.	(Eph. - a)	geoc. Decl.	(Eph. - d)	Par.	Beob.
1856 März 27		9 ^h 1 ^m 46 ^s .00	9 ^h 23 ^m 29 ^s .74	-21 ^s 57	7° 40' 25".04	+1° 21' 36"	3".44	R.
28		8 57 44,12	23 23,75	-20,95	7 44 23,50	+1 22,76	3,41	R.
30		8 49 47,98	23 19,40	---	7 52 5,85	---	3,36	R.
31		8 45 51,13	23 18,45	---	7 55 39,96	---	3,34	S.
April 1		8 41 56,63	23 19,87	---	7 59 9,87	---	3,31	S.
2		8 38 8,69	23 23,85	---	8 2 29,42	---	3,29	S.
3		8 36 36,86	23 43,80	---	8 11 49,33	---	3,21	R.
4		8 15 23,88	9 24 18,64	---	8 19 12,03	---	3,13	S.

Victoria.

10. Gr. gegen Ende 11. Gr.

Verglichen mit der Ephemeride in Encke's Jahrbuch für 1858.

1856 Febr. 8	13 ^h 21 ^m 1 ^s .27	10 ^h 14 ^m 36 ^s .22	+3 ^s 05	-2° 37' 39".33	-84° 20'	3".60	R.
9	13 16 15,79	10 13 40,51	3,02	2 35 1,19	82,42	3,62	R.
10	13 6 37,65	10 11 56,41	3,24	2 29 7,67	86,72	3,64	R.
11	12 47 20,10	10 8 19,40	3,05	2 18 18,87	91,07	3,65	R.
12	12 42 28,50	10 7 23,56	3,08	2 11 24,51	92,54	3,67	R.
13	12 37 36,25	10 6 27,05	3,25	2 7 19,75	98,16	3,68	R.
14	12 8 16,53	10 0 41,85	3,02	1 39 12,27	92,62	3,77	S.
15	11 19 22,90	9 51 5,73	3,38	0 41 48,90	29,89	3,65	S.
16	10 40 52,12	9 44 1,07	3,24	+0 10 16,96	20,62	3,58	R.
17	10 36 6,93	9 43 11,65	+3,48	0 16 55,24	-33,13	3,56	R.
18	10 31 23,15	9 42 23,64	---	0 23 33,90	---	3,55	R.
19	10 21 58,53	9 40 50,58	---	0 37 2,35	---	3,53	R.
20	9 58 48,96	9 37 19,98	---	1 10 22,84	---	3,50	R.
21	9 54 15,11	9 36 41,93	---	1 17 2,73	---	3,48	R.
22	9 49 42,51	9 36 5,14	---	1 23 36,42	---	3,47	R.
23	9 45 11,27	9 35 29,71	---	1 30 13,18	---	3,45	S.
24	9 22 57,36	9 32 54,92	---	2 1 46,58	---	3,31	R.
25	9 18 35,17	9 32 28,55	---	2 7 55,07	---	3,29	R.
26	9 15 13,57	9 32 2,97	---	2 14 3,62	---	3,27	R.
27	9 9 55,14	9 31 40,22	---	2 20 1,14	---	3,26	R.
28	9 5 37,38	9 31 18,30	---	2 25 50,28	---	3,24	S.
29	8 57 7,48	9 30 40,11	---	2 37 22,99	---	3,20	R.
30	8 52 54,65	9 30 23,13	---	2 42 51,86	---	3,18	S.
31	8 48 43,63	9 30 7,99	---	+2 48 22,29	---	3,17	S.
April 1	8 44 33,51	9 29 53,73	---	2 54 0,94	---	3,15	S.
2	8 40 25,99	9 29 42,09	---	2 59 17,22	---	3,13	R.
3	8 32 14,80	9 29 22,67	---	3 9 19,27	---	3,09	R.
4	8 28 1,29	9 29 15,02	---	3 14 19,96	---	3,07	S.
5	8 20 10,24	9 29 5,78	---	3 24 9,41	---	3,04	S.

Euphrosyne. 10. Gr.

Die Beob. vom 28. und 29. Febr. verglichen mit der Ephemeride in Encke's Jahrbuch für 1858, die übrigen Beob. mit Herrn Wünncke's Ephemeride in N° 1000 der Astr. Nachr.

1856 Febr. 28	12 ^h 8 ^m 37 ^s .67	10 ^h 40 ^m 28 ^s .59	-2 ^s 17	47° 53' 49".70	+0° 52'	0".01	R.
29	12 3 24,04	10 39 10,67	2,12	47 50 10,75	+3,75	0,02	R.
März 1	11 47 47,44	10 35 24,16	1,82	47 37 17,14	-3,02	0,04	R.
2	11 42 35,69	10 34 6,61	1,87	47 32 19,27	-9,70	0,04	S.
3	11 22 7,83	10 29 29,11	2,23	47 8 15,66	+2,95	0,07	R.
4	11 17 3,37	10 28 11,36	1,90	47 1 22,29	+0,13	0,08	R.
5	11 7 0,34	10 26 59,23	2,15	46 46 34,34	+4,50	0,10	R.
6	10 42 18,47	10 26 6,63	1,68	46 4 9,96	+7,89	0,15	R.
7	10 37 27,65	10 20 1,57	1,68	45 54 52,84	+3,69	0,16	R.
8	10 4 25,08	10 14 29,45	1,56	44 42 24,50	-8,32	0,25	R.
9	9 59 49,97	10 13 49,94	1,60	44 31 0,23	-2,96	0,26	R.
10	9 55 17,33	10 13 12,31	1,49	44 19 28,33	-2,84	0,27	R.
11	9 50 44,48	10 12 36,47	-1,20	44 7 42,73	+9,17	0,28	R.

	m. Zt. Kr.	AR	(Eph.—d)	geoc. Decl.	(Eph.—d)	Par.	Boob.
1856 März 28	9 ^h 46 ^m 14 ^s .39	10 ^h 12 ^m 2 ^s .98	—1 ^m 25	43 ^h 55 ^m 44 ^s .97	+3 ^m 55	0 ^m 29	R.
30	9 37 22.81	11 2 05	—1 40	43 31 28.14	+0 75	0 31	R.
31	9 32 59.56	10 34.63	1 34	43 19 42.23	+3 88	0 32	S.
April 1	9 28 38.34	10 9 28	1 46	43 6 19.55	+4 57	0 33	S.
2	9 24 18.92	9 45.67	1 31	42 53 42.16	+3 57	0 34	S.
3	9 20 1.71	9 24.32	1 45	42 40 47.47	+3 38	0 35	R.
4	9 15 45.65	9 4 88	1 51	42 27 34.67	+6 53	0 36	S.
5	9 11 32.60	8 47.00	1 19				R.
6	8 59 4.39	8 6 33	1 39	41 34 12.60	+0 61	0 39	S.
7	8 23 17.89	10 7 42.93	—1 28	39 28 17.28	—10 78	0 57	R.

Die Beobachtungen wegen des hohen Standes des Planeten und der unbequemen Lage des Beobachters schwierig.

Egeria.

9.10. Gr. gegen Ende 11. Gr.

Die ersten vier Beob. verglichen mit der Berliner Ephemeride im Jahrbuch für 1856.

1856 Febr. 28	12 ^h 12 ^m 36 ^s .85	10 ^h 44 ^m 28 ^s .43	+4 ^m 77	36 ^h 14 ^m 16 ^s .20	—11 ^m 70	1 ^m 20	R.
29	12 7 31.86	43 19.16	+5 10	36 14 51.48	—6 69	1 20	R.
März 3	11 52 20.40	39 54.87	+5 08	36 14 48.42	—9 55	1 19	R.
4	11 47 17.61	38 47.81	+5 00	36 14 3 25	—7 69	1 19	S.
7	11 32 13.71	33 31.09	—	36 9 43.39	—	1 19	R.
11	11 12 22.07	31 22.39	—	35 58 32.33	—	1 19	R.
16	10 48 0.81	26 39.91	—	35 37 57.26	—	1 19	R.
17	10 43 13.44	25 48.31	—	35 32 51.87	—	1 19	R.
18	10 38 27.17	24 57.81	—	35 27 14.83	—	1 20	R.
19	10 33 42.05	24 8 46	—	35 21 34.63	—	1 20	S.
24	10 10 27.23	20 32.60	—	34 48 40.74	—	1 24	R.
25	10 5 53.80	19 56.05	—	34 41 47.62	—	1 24	R.
26	10 1 21.85	19 18.83	—	34 33 42.89	—	1 24	R.
27	9 56 51.87	18 44.66	—	34 25 51.71	—	1 25	R.
28	9 52 23.69	18 12.30	—	34 17 46.82	—	1 26	S.
30	9 43 33.66	17 14.14	—	34 0 57.16	—	1 27	R.
31	9 39 10.09	16 47.08	—	33 52 10.00	—	1 28	R.
April 2	9 30 32.09	15 59.86	—	33 33 51.42	—	1 29	S.
3	9 26 16.53	15 40.17	—	33 24 31.42	—	1 29	R.
4	9 22 2.30	15 21.79	—	33 15 2.03	—	1 30	S.
17	8 29 51.88	14 18.09	—	30 37 2 40	—	1 41	R.
20	8 18 33.33	10 14 47.24	—	30 22 14.74	—	1 42	R.

Mars.

Verglichen mit der Ephemeride im Berliner Jahrbuch für 1856.

1856 März 31	12 ^h 16 ^m 27 ^s .16	12 ^h 56 ^m 29 ^s .07	—1 ^m 27	2 ^h 46 ^m 9 ^s .51	—0 ^m 84	10 ^m 55	S.
April 1	12 11 4 52	53 2 12	1 14	2 38 42.34	—3 42	10 56	R.
2	12 5 41.52	51 34.77	1 12	2 31 21.65	+0 84	10 56	R.
3	12 0 18.02	50 6 96	1 00	2 23 06.69	+2 62	10 51	R.
8	11 33 22.49	42 49.77	1 18	1 48 2 14	—3 79	10 48	S.
17	10 45 49.68	30 38 1.3	0 69	0 52 39.93	+1 48	10 15	R.
20	10 30 29.71	27 5 30	1 05	0 37 57.75	+4 96	10 03	R.
21	10 25 27.38	25 58.71	1 18	0 33 36.53	+4 06	9 99	R.
22	10 20 27.20	24 54.26	1 12	0 29 32.89	+3 75	9 93	S.
23	10 15 29.17	23 51.96	0 74	0 25 42.86	+4 99	9 88	R.
24	10 10 34.14	22 52.79	1 04	0 20 11.80	+3 80	9 82	R.
25	10 5 41.43	21 55.73	0 96	0 18 58.06	+2 67	9 77	S.
26	10 0 51.33	21 1 39	0 91	0 15 59.87	+3 06	9 71	R.
29	9 46 27.38	18 34.77	0 95	0 8 51.06	+5 11	9 53	S.
Mai 6	9 15 5 14	14 35.24	1 07	0 2 48.22	+9 01	9 11	R.
15	8 38 4 15	12 34.17	1 02	0 16 44.10	+10 31	8 57	S.
18	8 26 23.36	12 13 12.16	—0 86	0 26 32.43	—7 93	8 40	S.

Thetis. 10. Gr.

Verglichen mit der Ephemeride im Berliner Jahrbuch für 1858.

	m. Zt. Kr.	AR	(Eph. — a)	geoc. Decl.	(Eph. — d)	Par.	Beob.
1856 März 31	12° 52' 36" 05	13° 30' 43" 91	+10° 28	0° 30' 21" 07	— 60° 77	4° 81	S.
April 1	12 47 52,65	29 56,29	10,33	0 37 27,51	67,03	4° 81	R.
3	12 38 23,90	28 19,10	10,06	0 51 14,06	59,87	4° 82	R.
8	12 14 30,86	24 4,90	10,68	1 24 50,96	57,26	4° 78	S.
17	11 31 22,40	16 18,33	10,45	2 18 32,08	60,61	4° 75	R.
20	11 17 4,23	13 47,48	10,38	2 33 38,28	61,62	4° 70	R.
21	11 12 19,55	12 58,58	10,11	2 38 19,13	62,72	4° 70	R.
22	11 7 35,26	12 10,06	10,12	2 42 43,59	59,04	4° 69	S.
23	11 2 51,85	11 21,98	10,50	2 46 59,02	58,23	4° 67	R.
24	10 58 8,71	10 35,07	+10,37	2 51 4,13	— 59,32	4° 66	R.
25	10 53 27,04	9 49,19	—	2 54 57,17	—	4° 64	S.
26	10 48 46,03	9 3,96	—	2 58 36,19	—	4° 63	R.
Mai 6	10 3 0,24	2 36,21	—	3 22 39,44	—	4° 54	S.
11	9 40 58,57	13 0 13,71	—	3 25 57,09	—	4° 44	R.

Flora. 8. Gr.

Verglichen mit der Ephemeride im Berliner Jahrbuch für 1858.

	m. Zt. Kr.	AR	(Eph. — a)	geoc. Decl.	(Eph. — d)	Par.	Beob.
1856 Juni 9	12° 36' 24" 51	17° 50' 28" 54	— 0° 25	— 18° 55' 9" 13	— 0° 22	5° 73	R.
12	12 21 20,05	47 11,37	— 0,11	19 0 19,75	+ 0,52	5° 78	R.
13	12 16 17,25	46 4,30	+ 0,13	19 2 5,32	— 1,03	5° 79	S.
16	12 1 7,67	42 41,91	— 0,24	19 7 36,40	— 1,36	5° 81	R.
17	11 56 3,82	17 41 33,78	— 0,19	— 19 9 31,39	— 0,35	5° 82	R.

Spätere Beobachtungen der Flora werden folgen.

Beobachtung von Sternbedeckungen.

1856 Jan. 16 a Scorpii. Eintritt in den dunkeln Mondrand um 12° 50' 11" 91 m. Zt. Kr. *Resthuber*.
 11,90 — " *Lattenmayr*.
 11,50 — " *Strasser*.

Austritt am lichten Mondrand um

19° 46' 25" 46 m. Zt. Kr. *Resthuber*.

Mond noch nicht ganz voll. Verschwinden des Sterns plötzlich. Beim Austritte Mond dem Horizonte sehr nahe, Rand wallend, Stern matt, von gleicher Farbe mit dem Monde, daher die Beobachtung des Austrittes nicht ganz sicher.

1856 Aug. 7. Bedeckung von (286) Virginis. 6.7. Gr.

Eintritt um 6° 16' 45" 0 m. Zt. Kr. *R.* Beob. s. gut.

1856 Aug. 10. Bedeckung von a Scorpii.

Eintritt in den dunkeln (Rand um 5° 33' 58" 20 m. Zt. Kr. *R.*
 Austritt am lichten (Rande um 6 18° 58,63 " *R.*

Himmel sehr rein. Luft ruhig. Stern beim Eintritt blass, beim Austritte gelblich, gegen das Licht des Mondes gut absteckend. Verschwinden und Erscheinen plötzlich.

In Betreff der Betheiligung der hiesigen Sternwarte an den Beobachtungen der kleinen Planeten gebe ich Ihnen die Mittheilung: da unser Observatorium gegenwärtig noch kein Fernrohr mit ausreichender optischer Kraft zu Beobachtungen der lichtschwächeren Planeten ausserhalb des Meridianes besitzt, bei dem Meridiankreise hingegen durch die Einrichtung des *Stampfer'schen* Lichtpunkt-Micrometers die Beobachtungen bis an die Grenze der Leistungsfähigkeit des Fernrohrs ausgedehnt werden können, so werden wir einwillig fortfahren, sämtliche Planeten, wenn sie mit dem Fernrohr erreichbar sind, fleissig im Meridiane zu beobachten. Sobald der in Ausführung sich befindende kleine Refractor von 5,5 Pariser Zollen Objectiv-Oeffnung vollendet sein wird, wollen wir dann auch an den Beobachtungen des einen und andern Planeten, ausserhalb des Meridianes Theil nehmen.

Kremsmünster 1856, Aug. 22.

Aug. Resthuber.

Inhalt.

(Zu Nr. 1044.) Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* etc. von Herrn Dr. Lehmann. (Fortsetzung von vor. Nummer.) 177. — Beobachtungen auf der Sternwarte zu Kremsmünster, von Herrn Professor Resthuber 185. — 21. 6. 81 21. 6. 81

Altana 1856, September 3. 21. 6. 81 21. 6. 81

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№ 1045.

Bemerkungen über einige veränderliche Sterne, von Herrn Professor Argelander.

α Herculis.

U. — Dieser Stern gehört bekanntlich zu den unregelmäßigsten unter allen bis jetzt bekannten Veränderlichen. Seine Perioden sind von sehr verschiedener Dauer, und ebenso verschieden sind die Helligkeiten, die er in den einzelnen Maxima und Minima erreicht. Dabei ist sein Lichtwechsel vom Minimum zum Maximum oft so gering, dass er sich sehr schwer von den Beobachtungsfehlern trennen lässt, und nur zahlreiche Vergleiche mit der wahren Epoche des Maximums und Minimums mit einiger Sicherheit erkennen lassen. Es war mir daher sehr erfreulich, aus den Monthly notices Bd. XVI. p. 201 ff. zu sehen; dass Herr *Bazendell* sich mit diesem Sterne anhaltend beschäftigt. Der genannte Beobachter theilt nach seinen fast 8 Jahre umfassenden Wahrnehmungen 19 Maxima und 21 Minima mit; zur Vergleichung setze ich hier diejenigen her, die ich aus meinen 14jährigen Beobachtungen habe ableiten können:

Minima.		Maxima.	
1842 April 8:		1842 Mai 26	
" " " " "	July 10	" " " " "	Sept. 1
" " " " "	Oct. 5	" " " " "	Nov. 8
1843 April 24		1843 Mai 31	
" " " " "	July 26	" " " " "	Aug. 10
" " " " "	Aug. 30	" " " " "	Sept. 11
" " " " "	Sept. 25	" " " " "	Nov. 19
1844 April 6		1844 Mai 16	
" " " " "	June 28	" " " " "	July 30
1845 Mai 28		1845 Juli 16	
" " " " "	Aug. 26	" " " " "	Sept. 25
" " " " "	Nov. 5	" " " " "	1846 April 12
1846 Mai 27		" " " " "	June 15
" " " " "	July 21	" " " " "	Sept. 6
1847 Juli 15		" " " " "	Nov. 7
" " " " "	Aug. 10	1847 Mai 6	
" " " " "	Oct. 15	" " " " "	July 2
1848 Mai 8		1848 April 18	
" " " " "	July 25	" " " " "	June 14
" " " " "	Sept. 27	" " " " "	Nov. 7
1852 April 18		1850 Aug. 26	
" " " " "	Sept. 18	1852 April 16	
1853 März 28		1853 April 28	
1854 Juni 4		1851 Aug. 9	

Minima.		Maxima.	
1854 Aug. 12:		1853 Oct. 31:	
1855 Mai 31		1854 April 14	
Aug. 14		July 20	
1856 April 5		Sept. 22	
June 8:		1855 April 18	
Aug. 11		June 29	
		1856 Mai 15	

Unter diesen 61 Epochen finden sich 18, die auch von Herrn *Boessel* beobachtet sind; aus der Vergleichung folgt, dass ich das Eintreffen der Minima der Reihe nach später beobachtet habe um +5, +2, -12, -1, -7, +14, 0, -13, das der Maxima um -6, 0, +1, +10, +6, -8, -1, -16, -1, 0 Tage oder im Mittel die Minima um 1,5, die Maxima um 1,3 Tage früher; Indess ist dieser Unterschied wohl nur zufällig. Nimmt man auf ihn keine Rücksicht, so wird die Summe der Quadrate der Differenzen 1055, woraus der wahrscheinliche Fehler einer Differenz 5,16 und also der eines einzelnen Beobachters nur 3,65 Tage folgt, eine Genauigkeit, die ich bei diesen schwierigen Beobachtungen nicht erwartet hätte, die aber bei der Zahl von 18 Vergleichungen nicht viel von der Wahrheit abweichen kann.

Was nun die Dauer der Periode betrifft, so findet Herr *Bazendell* diese 86,79 Tage, Herr Professor *Heis* glaubt in dem Gange des Lichtwechsels eine Doppelperiode mit 2 *Maximis* und 2 *Minimis* von 184,9 Tagen zu erkennen, ich selbst hatte aus meinen ersten Beobachtungen eine Periode von 95, dann von 91 Tagen abgeleitet, glaubte aber aus meinen sämtlichen Beobachtungen bis Ende 1848 auf eine Dauer von 66,4 Tagen schließen zu müssen. Die letztere halte ich auch jetzt noch für die wahrscheinlichste, weil die 15 Perioden aus *Maximis*, zwischen denen mit Sicherheit kein anderes gefallen war, im Mittel 69,7, die 12 aus eben solchen *Minimis* im Mittel 68,1 geben, und wenn ich demgemäß die nicht beobachteten Epochen so annehme, wie sie mit der Periode 67 Tage am besten stimmen, die Methode der kleinsten Quadrate die genannte Periode gibt. Indes gehe ich gerne, dass in einem Falle wie hier, wo die einzelnen Dauern zwischen 103 und 26 Tagen schwanken, eine einigermaßen sichere Bestimmung kaum möglich ist. Je nachdem man die Zahl der nicht beobachteten Epochen nach einer oder der anderen Hypothese annimmt, werden

alle Perioden zwischen 65 und 95 Tagen eine nahe gleiche Uebereinstimmung hervorbringen; man wird bei alleg. Fehler von 20 und mehr Tagen bei einzelnen Perioden nicht vermeiden können. Da unser Stern, wenn er um 8. Dec. mit der Sonne zugleich culminirt, erst 3½ Stunden nach dieser unter-, ebensoviel vor ihr aufgeht, so kann ein Beobachter, der nicht durch andere Beobachtungen gehindert wird, den Stern das ganze Jahr hindurch verfolgen, und so bei gehöriger Aufmerksamkeit sämtliche Maxima und Minima erhalten, wird wenigstens nie über die Zahl der ausgefallenen unsicher sein. Sollten ein Paar Liebhaber, denn Astronomen vom Fach werden schwer die Zeit dazu ihren andern Beobachtungen abgewinnen können, eine Reihe von Jahren hindurch unsern Stern unausgesetzt verfolgen; so würde es uns vielleicht sehr interessante Aufschlüsse über das Wesen des Veränderlichen geben können. Ich wage vielleicht, denn allerdings scheint es, dass bei unserm Sterne mehrere Ursachen von nahe gleicher Kraft die Veränderungen seiner Helligkeit bewirken, und nicht, wie bei den meisten andern, eine von ihnen die bei weitem vorherrschende ist. Da nun diese Veränderungen im Verhältniss zu den Mitteln ihrer Erkennung, die wir besitzen, so sehr geringe sind, so könnte es wohl sein, dass selbst jahrelang fortgesetzte sorgfältige Untersuchungen nicht im Stande wären, die einzelnen Einflüsse von einander zu scheiden. Auf jeden Fall ist die Sache aber gewiss der Untersuchung werth, und bei dem Interesse, das sich jetzt für die veränderlichen Sterne zu regen angefangen hat, ist die Hoffnung, eine solche Untersuchung durchgeführt zu sehen, wohl nicht zu kühn.

Ich erlaube mir, bei dieser Gelegenheit auf einen ähnlichen Stern aufmerksam zu machen, nämlich Variabilis oder R Scuti, der ganz gleiche Anomalien darbietet, nur dass seine Helligkeitsschwankungen meistens bedeutender, oft sehr stark sind. Auch er lässt sich mit Ausnahme weniger Tage das ganze Jahr hindurch in unsern Breiten beobachten.

δ Cephei.

Ich habe kürzlich meine Beobachtungen dieses Sterns wieder angesehen, und daraus alle Maxima und Minima, die hinlänglich sicher bestimmt sind, abgeleitet. Die folgende Tabelle enthält die mittlere Bonner Zeiten der Beobachtung in Stunden und deren Zehnthellen ausgedrückt, und in derselben Einheit die Quantitäten, die man diese beobachteten Zeiten hinzu addiren muss, um die Zahlen meiner Tafeln in Astron. Nachr. Bd. XIX, p. 396, 397 zu erhalten. Die dort gegebene Epochenzeit setzt ich hier fort.

Taf. I. Minima zu Anfang der Jahre

Mittlere Zeit Bonn

1852	17 ²¹ 44 ²²	1857	4 ²⁰ 35 ⁵¹ 5
1853	0 19 45 8	1858	4 18 36 37 5
1854	0 17 45 54	1859	4 16 37 23 5
1855	0 15 46 40	1860	4 14 38 9 5
1856	0 13 47 26	1861	3 12 38 55 5

Minima.

m. Zt. Bonn	R—B	m. Zt. Bonn	R—B
1840 Dec. 14	6 ⁴⁵ +1 ¹⁹	1845 Sept. 2	0 ⁰² —0 ⁰⁸
1841 März 15	14 ⁰⁰ —0 ¹	7	8 ¹ +0 ¹¹
31	12 ⁰⁸ —6 ⁵	12	17 ¹⁴ —0 ⁴
April 27	14 ⁰⁰ —1 ⁷	Oct. 15	0 ⁶ —2 ⁸
Mai 8	8 ⁵⁵ —2 ⁶	1846 Jan. 13	10 ⁰² —0 ⁷
18	12 ⁰³ +2 ⁴	18	17 ⁰⁶ +0 ⁵
24	11 ⁰⁸ —3 ⁵	Juli 31	17 ⁵² —0 ⁶
29	13 ⁰⁰ +4 ⁰	Sept. 7	3 ⁰⁶ +2 ⁶
Juli 6	6 ⁵⁵ +0 ¹	Oct. 25	9 ⁰⁸ +3 ⁵
Aug. 18	5 ⁰⁸ —0 ⁸	Nov. 5	3 ¹⁷ +3 ²
23	16 ⁰² —2 ⁴	10	16 ⁰⁷ —1 ⁰
28	13 ⁰⁵ —1 ⁰	15	22 ¹¹ +2 ⁴
Sept. 14	2 ⁰⁰ —1 ¹	1847 Jan. 14	1 ⁰⁰ +0 ³
19	13 ⁰⁵ —3 ⁸	Mai 22	21 ⁰⁶ —1 ³
Oct. 5	16 ⁰¹ —4 ⁰	Jun. 2	17 ⁰³ —3 ⁴
Nov. 6	18 ⁰⁰ —1 ¹	Juli 4	20 ⁰¹ —1 ⁴
14	23 ⁰⁰ +2 ⁷	10	10 ⁰⁰ +2 ³
28	6 ⁰⁰ —2 ⁰	Aug. 11	8 ⁰⁸ —0 ⁶
Dec. 3	16 ⁰⁰ —3 ¹	Nov. 10	14 ⁰³ —0 ⁶
1842 Jan. 21	0 ⁰⁰ —4 ⁰	Dec. 12	20 ⁰² —1 ⁷
Febr. 6	22 ⁰⁰ +0 ⁴	18	8 ⁰² —4 ⁹
März 15	9 ⁰⁰ +2 ⁹	1848 Jan. 3	5 ⁰⁹ —0 ²
April 5	23 ⁰⁰ +0 ¹	8	17 ⁰⁰ —2 ⁵
16	19 ⁰⁰ —2 ³	April 30	7 ⁰² 0 ⁰
27	12 ⁰⁰ —1 ⁷	Mai 5	18 ⁰⁰ —2 ⁰
Mai 19	0 ⁰⁰ —2 ⁵	13	1 ⁰⁹ —1 ¹
Jun. 4	1 ⁰¹ —1 ²	21	20 ⁰⁵ —2 ²
9	9 ⁰² —0 ⁶	27	2 ⁰⁶ +0 ⁵
14	14 ⁰² +3 ²	Juli 14	10 ⁰³ 0 ⁰
30	18 ⁰⁷ +1 ¹	Oct. 24	8 ⁰⁶ +0 ⁸
Juli 16	18 ⁰⁶ +3 ⁶	Dec. 22	7 ⁰⁴ +2 ⁷
25	16 ⁰² —0 ⁴	1851 Febr. 24	13 ⁰³ +2 ⁴
Aug. 23	12 ⁰⁶ —0 ⁸	Dec. 22	1 ⁰⁵ +2 ⁶
Nov. 17	7 ⁰⁰ +1 ⁵	1852 Febr. 13	21 ⁰¹ —1 ⁰
Dec. 3	12 ⁰³ —1 ⁴	April 28	16 ⁰⁶ —2 ²
1843 Jan. 9	23 ⁰⁵ +0 ⁷	Jun. 10	21 ⁰⁶ 0 ⁰
20	15 ⁰⁷ +2 ³	Juli 7	16 ⁰⁴ +1 ¹
Juli 6	2 ⁰⁶ 0 ⁰	13	3 ⁰⁶ —3 ³
Sept. 13	23 ⁰⁴ —2 ⁴	18	9 ⁰³ +1 ⁸
19	2 ⁰⁰ +3 ⁷	28	20 ⁰⁷ —0 ⁸
1844 Jan. 15	9 ⁰⁴ —2 ²	30	9 ⁰⁶ —4 ⁹
März 3	13 ⁰⁷ +0 ⁷	Sept. 4	11 ⁰³ +7 ⁰
14	8 ⁰¹ —0 ¹	Oct. 12	8 ⁰⁶ —0 ⁸
30	12 ⁰⁸ —2 ⁴	17	13 ⁰⁵ +3 ¹
April 4	19 ⁰⁰ +0 ¹	1853 Nov. 12	18 ⁰¹ —1 ¹
10	8 ⁰⁵ +0 ⁴	Dec. 14	10 ⁰⁶ +5 ²
Mai 12	9 ⁰⁸ —1 ²	21	10 ⁰⁷ —1 ¹
Juli 20	23 ⁰⁹ +3 ¹	1854 Jan. 22	9 ⁰⁵ —4 ⁸
Oct. 31	3 ⁰⁰ —0 ⁹	Mai 31	0 ⁰⁸ —0 ⁸
Dec. 27	14 ⁰⁷ +1 ⁰	Juli 29	10 ⁰⁵ +5 ⁵

m. Zt. Bonn	R—B	m. Zt. Bonn	R—B
1854 Oct. 28 ⁶ 2 ³ 0 ⁰		1856 April 16 ² 3 ⁴ 1 ⁷	—1 ⁷
1855 April 18 ¹ 4 ⁴ —1 ⁷		22 ⁷ 1 ¹ —0 ⁶	
Juni 5 ⁸ 6 ⁶ —1 ⁸		Juni 9 ¹⁰ 7 ⁷ +2 ⁹	
10 ¹³ 14 ⁵ +1 ¹		Aug. 2 ⁶ 2 ² —0 ⁶	
Juli 7 ¹⁰ 8 ⁸ +0 ⁸		7 ¹¹ 8 ⁸ +3 ⁰	
12 ²⁰ 2 ² +0 ²			

Maxima.

Angenommen Maximum 1⁷ 14⁸ nach dem Minimum.

1840 Oct. 12 ⁷ 7 ⁷ +6 ⁰	1844 Nov. 7 ³ 3 ³ —1 ⁶
Dec. 15 ²³ 8 ⁸ —0 ¹	Dec. 3 ²¹ 4 ⁴ +0 ³
1841 März 27 ²² 1 ¹ +0 ²	9 ⁷ 7 ⁷ —1 ²
April 2 ⁵ 0 ⁰ +2 ¹	25 ⁷ 6 ⁶ +1 ³
13 ¹ 9 ⁹ —1 ²	1848 Aug. 28 ²⁰ 8 ⁸ —0 ²
Mai 9 ¹⁸ 1 ¹ +2 ⁶	Sept. 8 ¹⁵ 7 ⁷ —1 ⁵
Aug. 14 ⁹ 2 ² +1 ⁸	8 ²³ 8 ⁸ —0 ⁸
Sept. 10 ⁷ 2 ² —0 ³	19 ¹⁷ 2 ² —0 ⁶
15 ¹⁵ 0 ⁰ +0 ⁷	Nov. 1 ¹⁷ 9 ⁹ —3 ⁰
21 ⁰ 0 ⁰ +0 ⁵	28 ¹⁴ 5 ⁵ —8 ⁶
Oct. 7 ³ 7 ⁷ —0 ⁸	1846 Juni 20 ¹⁰ 8 ⁸ —1 ⁷
17 ¹⁷ 8 ⁸ +3 ²	Sept. 14 ⁴ 6 ⁶ +1 ²
Nov. 8 ⁵ 9 ⁹ +1 ⁸	Oct. 16 ⁷ 5 ⁵ —3 ¹
13 ¹² 0 ⁰ +4 ⁵	Nov. 12 ⁴ 4 ⁴ +2 ²
Dec. 10 ¹⁰ 4 ⁴ +2 ⁰	17 ¹¹ 9 ⁹ +3 ⁴
26 ¹² 0 ⁰ +2 ⁸	1847 Jan. 10 ⁷ 2 ² —0 ¹
1842 Jan. 6 ⁸ 0 ⁰ +0 ⁴	15 ¹⁰ 0 ⁰ +6 ¹
Febr. 7 ⁹ 5 ⁵ +3 ⁷	Aug. 2 ⁶ 1 ¹ +0 ³
18 ⁵ 2 ² +1 ⁶	Oct. 16 ⁸ 6 ⁶ —0 ⁰
März 6 ⁷ 1 ¹ +2 ⁰	Dec. 14 ¹² 3 ³ —3 ⁰
April 7 ⁹ 0 ⁰ +4 ⁹	1848 Jan. 4 ²⁰ 4 ⁴ +0 ¹
18 ¹⁰ 5 ⁵ —3 ⁰	10 ³ 4 ⁴ +1 ⁹
23 ¹⁵ 3 ³ +1 ⁰	26 ⁸ 5 ⁵ —0 ⁶
Mai 4 ⁹ 7 ⁷ +0 ²	Mai 1 ²³ 1 ¹ —1 ¹
15 ² 2 ² +0 ⁹	7 ⁸ 3 ³ —1 ⁶
25 ²² 4 ⁴ —1 ³	23 ⁷ 7 ⁷ +2 ⁰
Juni 10 ²³ 0 ⁰ +0 ⁴	28 ¹⁹ 6 ⁶ —1 ⁷
27 ² 2 ² —0 ²	Juni 13 ²² 6 ⁶ —2 ⁸
Aug. 3 ¹¹ 0 ⁰ +4 ⁴	Juli 26 ²⁰ 7 ⁷ —2 ⁰
9 ¹ 9 ⁹ —1 ⁷	Sept. 29 ¹⁵ 7 ⁷ —1 ⁵
14 ¹² 9 ⁹ —3 ⁹	Oct. 25 ²² 5 ⁵ +1 ⁷
Sept. 15 ⁸ 7 ⁷ +5 ⁰	Dec. 2 ¹⁵ 0 ⁰ +0 ⁷
Oct. 28 ¹⁶ 5 ⁵ —4 ⁴	23 ²³ 7 ⁷ +1 ²
Nov. 2 ¹⁸ 7 ⁷ +2 ²	1851 Oct. 20 ¹¹ 8 ⁸ —2 ⁴
8 ⁷ 0 ⁰ —1 ³	Dec. 18 ⁸ 5 ⁵ +1 ⁷
1843 Jan. 22 ⁸ 2 ² +0 ⁶	23 ²² 0 ⁰ —3 ⁰
Febr. 12 ¹⁹ 4 ⁴ +0 ⁶	1852 Jan. 19 ²⁰ 3 ³ —5 ⁴
März 6 ⁹ 3 ³ —2 ¹	April 25 ³ 8 ⁸ +1 ⁴
Juni 16 ⁶ 5 ⁵ —0 ¹	Juli 9 ¹⁰ 5 ⁵ —2 ²
Aug. 19 ¹² 4 ⁴ +3 ⁴	14 ¹³ 7 ⁷ +3 ⁴
Sept. 15 ⁸ 7 ⁷ +3 ⁰	20 ¹ 2 ² +0 ⁷
20 ²⁰ 6 ⁶ —0 ⁰	Aug. 10 ¹⁷ 0 ⁰ —3 ⁹
Nov. 13 ¹³ 5 ⁵ —1 ⁰	Sept. 5 ⁴ 4 ⁴ +4 ⁴
1844 Jan. 11 ¹⁹ 2 ² —6 ⁰	Oct. 13 ²⁰ 4 ⁴ +0 ²
April 6 ⁸ 9 ⁹ +1 ⁰	Oct. 15 ¹⁰ 5 ⁵ +3 ⁹
22 ¹⁷ 4 ⁴ —5 ¹	Nov. 10 ¹⁰ 5 ⁵ —0 ⁸
Mai 8 ¹⁹ 7 ⁷ —5 ⁰	Aug. 26 ⁹ 2 ² +4 ³
Juni 4 ¹⁸ 0 ⁰ —7 ⁸	Oct. 2 ¹⁶ 13 ³ —2 ¹
Sept. 6 ¹³ 1 ¹ +2 ⁸	Dec. 1 ⁸ 2 ² +0 ⁶
Aug. 2 ²⁰ 3 ³ —8 ⁹	11 ²³ 3 ³ —1 ⁹

1854 Sept. 11 ¹⁰ 6 ⁶ +3 ⁹	1856 Sept. 27 ¹⁰ 1 ¹ +4 ²
24 ¹⁴ 9 ⁹ +1 ⁴	Febr. 3 ⁹ 2 ² —0 ⁸
Oct. 29 ²² 9 ⁹ —1 ⁹	April 18 ¹⁴ 3 ³ +1 ²
1855 April 19 ²⁰ 5 ⁵ —6 ⁰	Mai 15 ¹⁰ 9 ⁹ —2 ⁴
30 ¹¹ 8 ⁸ —3 ⁷	20 ¹⁴ 4 ⁴ +1 ⁹
Juni 6 ²² 2 ² —0 ⁶	Aug. 3 ²¹ 3 ³ —0 ⁹
28 ¹³ 6 ⁶ —5 ⁰	14 ⁹ 4 ⁴ +4 ⁵
Aug. 10 ¹⁴ 5 ⁵ —7 ³	

Wenn man diese beiden Tabellen betrachtet, so überzeugt man sich leicht, dass die Periode $\approx$ 14 Jahre richtig und regelmäßig ist. Es zeigen sich freilich hin und wieder ziemlich bedeutende Zeichenfolgen, aber keineswegs bedeutend genug, um sie nicht den Beobachtungsfehlern zuschreiben zu können, zumal sie nicht gleichzeitig in beiden Reihen auftreten. Ich habe nun die sämtlichen Beobachtungen bis Ende Mai 1856 des Methode der kleinsten Quadrate unterworfen, indem ich als Hauptepeche das Minimum von Sept. 28 1846 und das darauf folgende Maximum annahm, und so erhalte

aus den 108 Minimis, die 1045 Perioden umfassen,

Corr. d. Epoche +15⁰ 0⁴ ± 9¹⁰ 1¹Hauptepeche 1846 Sept. 28¹⁷ 37⁴¹ ± 9¹⁰ 1¹Corr. d. Periode —2⁸⁵¹ ± 1⁷³⁹W. F. eines beobachteten Minimums 1⁵⁸⁸,

aus den 113 Maximis, die 1062 Perioden umfassen,

Corr. d. Epoche +2²⁸ 3³ ± 11²⁵ 2⁵Hauptepeche 1846 Sept. 30⁸ 13⁹ ± 11²⁵ 2⁵Corr. d. Periode +5²⁰⁶ ± 2⁰¹⁸W. F. eines beobachteten Maximums 1⁹⁵⁵.

Die aus den beiden Reihen geschlossenen Correctionen der Periode liegen zwar nicht innerhalb ihrer wahrscheinlichen Fehler, übertreffen diese aber doch nicht so bedeutend, dass man auf einen realen Grund des Unterschiedes schließen könnte. Lässt man sie also mit Rücksicht auf ihre Gewichte zusammenstimmen, so erhält man als das wahrscheinlichste Resultat meiner Beobachtungen für die Periode die Correction +0⁵⁸² ± 1³¹⁷ oder die Periode selbst

$$67847^{\circ} 40' 08''$$

Aus den Beobachtungen von Goodricke und Pigott kann man 14 Minima und 17 Maxima ableiten, die zwar nicht ausreichend sind, die Periode mit Sicherheit zu berechnen, aber doch recht altherge Hauptepochen geben, nämlich:

Minimum 1785 März 6⁹ 2² 45⁵ ± 29²⁶ m. Zt. BonnMaximum 1785 Febr. 19²¹ 3³ 21 ± 30 9 " "

wobei die wahrscheinlichen Fehler aus dem F. W. eines Minimums = 1⁸³⁶, eines Maximums = 2⁰⁷² gefunden sind. Verbindet man diese Hauptepochen mit den meinigen, so erhält man

aus dem Minimum 4190 Per.	=	22485 ⁵ 8 ³⁴ 56 ⁶
aus dem Maximum 4193 ..	=	22501 11 9 48
jene gehen die Periode	=	5 ⁷ 6 ⁴⁷ 39 ⁸ 793 ± 0 ⁴ 42
diese	=	5 8 47 40,049 ± 0,459
im Mittel Periode	=	5 8 47 39,96 ± 0,318

Verbindet man aber die aus den ältern Beobachtungen geschlossenen Gleichungen mit den meinigen, indem man ihnen den gefundenen wahrscheinlichen Fehlern gemäss drei Vierteltheile des Werthes dieser letztern giebt, so erhält man aus den

Minimis die Periode 5 ⁷ 8 ⁴⁷ 39 ⁸ 6865	± 0 ⁴ 271
Maximis	40,2870 ± 0,4455

oder als Endresultat

$$5^7 8^4 47^3 39^8 974 \pm 0^0 308$$

ferner erhält man als Hauptepoche der

Minima 1840 Sept. 24	20 ⁴² 57 ¹ m. Zt. Bonn
Maxima	26 11 18 26

die wahrscheinlichen Fehler dieser Bestimmungen sind resp.

$$8^m 45^s 0 \text{ und } 10^m 23^s 5,$$

also Maximum nach dem Minimum

$$1^2 14^3 35^2 29^4 \pm 13^3 35^1.$$

Ein ganz abweichendes Resultat hat Herr Johnson (Radcliffe Observ. T. XII, p. 27) erhalten, nämlich 5⁷ 6⁴² 18⁴ für die Periode; es ist ganz bestimmt falsch. Der Fehler lässt sich aber auch sehr leicht erklären: die Beobachtungen umfassen nur einen Monat oder 5 Perioden; denn die letzte Periode hat Herr Johnson wegen der grossen Unregelmässigkeiten selbst nicht benutzt; ausserdem hat derselbe bei der Ziehung der Curve, woraus die Maxima und Minima entnommen sind, nicht darauf geachtet, dass die Lichtzunahme so bedeutend rascher vor sich geht, als die Abnahme. Bei Vergleichung der Beobachtungen von 1851 mit den wenigen von 1852, die nur ein Minimum geben, ist ausserdem die Zahl der Perioden um eine zu gross angenommen. Es ist sehr schwierig, bei den ganz verschiedenen Methoden, nach denen die Johnson'schen und meine Beobachtungen angestellt sind, dieselben zu vergleichen, so lange nicht die relativen Helligkeiten meiner Vergleichsterne auf die Johnson'sche Art bestimmt sind. Eine Vergleichung mit meinen Tafeln aber, so gut sie sich jetzt machen lässt, zeigt eine ganz gute Uebereinstimmung derselben mit den Oxford Resultaten. Uebrigens scheint es mir auch sehr misslich, die Gesetze der Veränderlichkeit des hellern Componenten dieses Doppelsterns aus Vergleichung mit dem schwächeren allein abzuleiten, da dieser ja auch eine periodische Veränderlichkeit haben könnte.

χ Cygni.

Zu den Beobachtungen des vorigjährigen Maximums dieses Sternes, die Herr Prof. Heis in № 1035 dieser Blätter mitgetheilt hat, gebe ich hier als Seitenstück die Beobachtungen von Herrn Dr. Schönfeld und mir:

Argelander			Schönfeld		
Sept. 8	11 ^h 2	18.	Sept. 9	12 ^h 7	19.0
10	11.4	20.3	10	11.4	20.0
19	10.9	(92.7)	11	9.1	20.9
	11.0	24.8	14	14.9	21.5
20	11.7	23.7	18	8.8	23.0
22	10.6	25.6	20	7.6	23.4
27	9.9	27.1	22	8.0	25.6
Oct. 5	11.8	28.6	23	7.7	26.1
6	9.6	28.2	25	9.1	26.6
9	8.2	28.6	27	10.3	27.4
16	9.5	28.0	29	10.3	28.0
20	12.8	27.9	Oct. 5	7.0	27.6
Nov. 8	5.9	22.2	6	7.4	28.3
9	5.9	20.9	16	9.7	27.0
			23	6.8	25.3
			Nov. 8	6.3	20.8

Man sieht, dass beide Reihen aufs Schönste mit den Beobachtungen von Heis übereinstimmen, und mit grosser Sicherheit das Maximum auf Oct. 7 setzen, ohne eine Spur von der Einbiegung zu verrathen, welche Herr Schmidt in № 1031 nach seinen Beobachtungen anzunehmen sich veranlasst gefunden hat. Eine solche Anomalie würde ich gerade nicht für eine Unmöglichkeit halten, und mich sogar nicht darüber wundern, wenn sie bei einem von den unregelmässigen Sternen, wie z. B. R Scuti constatiert würde; aber χ Cygni gehört in Beziehung auf den Gang der Lichtveränderungen zu den sehr regelmässigen, wenn, auch seine Helligkeit im Maximum zu verschiedenen Zeiten sehr verschieden ist. Ich habe selbst 12 Maxima dieses Sternes beobachtet, aus ältern Beobachtungen 36 andere mit grösserer oder geringerer Sicherheit ableiten können, aber nirgends eine solche Unregelmässigkeit gefunden.

Ueberhaupt, obgleich bloss Ocularschätzungen für die relativen Helligkeiten der Sterne eine grosse Sicherheit gewähren, wofür auch die obigen Reihen wieder ein Zeugnis ablegen, so darf man doch nicht ausser Acht lassen, eine wie geringe Helligkeitsverschiedenheit eine Stufe repräsentirt, und wie leicht atmosphärische oder optische Einflüsse, und selbst vorgefasste Meinungen die Beobachtungen um eine oder die andere solcher Einheiten ändern können. Benutzt man ausserdem noch Angaben verschiedener Beobachter, so darf man dies erst thun, wenn man die constanten Unterschiede derselben ermittelt hat. Es ist eine Eigenthümlichkeit der rothen Sterne, dass sie um so heller erscheinen, je weisser gehalten, je schärfere Hülfsmittel man zu ihrer Beobachtung anwendet. Ein kürzsichtiges Auge sieht die

rothen Sterne schwächer, als ein weitsichtiges, und dieses wieder noch heller, wenn es sich mit einem Fernrohre bewaffnet, um so heller, je lichtstärker dieses ist. Einen Beweis hierfür liefern auch die hiesigen Beobachtungen unsers Sterns, der bekanntlich sehr roth ist, und die mit einem *Fraunhofer'schen* Cometensucher angestellt sind, gegen die von *Heis* mit blossem Auge angestellten gehalten. Zu berücksichtigen ist hierbei freilich, dass *Heis* die Helligkeit von $h = 17$ Cygni, zu 22.6 annimmt, während unsern Bestimmungen die Grösse 24.2 dieses Sterns zu Grunde liegt, aber auch wenn man dessen Angaben um 1.6 vergrössert, bleiben sie im Maximum noch etwa 2.5 Stufe schwächer als unsere. Einen fernern Beweis liefern meine beiden Beobachtungen Sept. 19, von denen die erste, eingeklammerte, mit einem Opernglase erhalten ist. Dieser Einfluss der Farbe äussert sich aber nicht allein bei den rothen, sondern schon bei den gelben und gelblichen, und es scheint, als wenn auch noch andere Umstände solche constante Unterschiede erzeugen können. So scheint von den beiden Vergleichsternen für β Lyra, θ und θ Herculis, der erstere constant um 1 Stufe und sogar etwas mehr heller, während bei Herrn Prof. *Odemann* der umgekehrte Fall eintritt und Herr Dr. *Schönfeld* beide Sterne meistens gleich oder θ noch etwas heller schätzt. Meine Freunde beobachten mit blossen Auge, ich mit dem Opernglase. Es hängt dies vielleicht mit dem Umstande zusammen, dass nicht alle Sterne bei gleicher scheinbarer Grösse auch gleiche Helligkeit zeigen. Es giebt Sterne, einer der auffallendsten der Art ist ζ Aurigae, die sowohl mit blossen Augen als im Fernrohre angesehen ein bedeutend intensiveres Licht zeigen, als andere von gleicher Farbe und gleichem scheinbaren Durchmesser, und ich möchte kaum glauben, dass dies allein Folge einer Eigenthümlichkeit meines Auges ist.

Zum Schlusse erlaube ich mir noch, die ganze Reihe von Maximum unsers Sterns herzusetzen, die bis jetzt mit einiger Sicherheit beobachtet sind; ich habe sie sorgfältig aus den, oft ziemlich dürftigen Angaben abgeleitet, was die *Kirch'schen* betrifft, aus den auf der Berliner Sternwarte aufbewahrten Originalpapieren von Vater, Sohn und Gemahlin, deren Berechnung Herr Prof. *Encke* mir gütig gestattet hat. Die folgende Tabelle enthält in der ersten Columne das Datum des Maximums, in der zweiten die Helligkeit in demselben, wobei die Helligkeit von *Kirch's* $\gamma = \text{P. XIX. 295. zu } 12.7$, die von *Kirch's* $\gamma = \text{LL. 37692 zu } 15.9$, die von 58 Cygni B. zu 17.1, 67 Cygni B. zu 17.9, 9 Cygni zu 20.3, 17 Cygni zu 24.2, ϕ Cygni zu 27.0, η Cygni zu 32.1, ι Cygni zu 34.4 angenommen ist. Die 3te Columne enthält die Tage von 1687 Nov. 22 an gezählt, die 4te die Nummer der Perioden, indem man diese rückwärts und vor-

wärts vom Maximum Anfangs Mai 1763 zählt; die 5te Columne giebt das ungefähre Gewicht der Bestimmungen; 1 entspricht einer wahrscheinlichen Unsicherheit von 1 bis 2 Tagen, $\frac{3}{2}$ von 3 bis 4, $\frac{4}{2}$ von 5, 6 bis 7; unsichere Bestimmungen habe ich ohne Werthangabe gelassen und bei meinen Rechnungen auch nie berücksichtigt; die letzte Columne endlich giebt den Beobachter an.

1687 Nov. 23/24	1	68.0	75	G. Kirch
1689 Jan. 1/4	406	67.0	5	—
1690 Febr. —/27	81	66	—	—
1694 Juli 25	2437	62.0	5	Maraldi
1695 Aug. 31/28	2839	61.0	75	—
1701 März 22/23	4868	56.0	75	G. Kirch
1702 April 25/31	5267	55.0	75	—
1705 Sept. 1/21	6492	52	—	—
1706 Oct. 1/24	6887	61	1	—
1707 Nov. 1/27	7283	50	1	—
1709 Jan. 3/24	7712	49	—	—
1712 Mai 1/27	8926	46.0	75	Maraldi, Cassini
1714 Juli 26/31	9742	44.0	5	Halley
1715 Sept. 1/24	10144	43.0	75	Cassini
1716 Oct. 17/27	10556	42.0	75	Chr. od. Margaretha Kirch
1717 Nov. 12/30	10947	41	1	Chr. Kirch
1719 Jan. 1/12	11382	40.0	5	—
1725 Sept. 22/22	13818	34	1	—
1726 Oct. 19/23	14210	33	1	—
1732 Mai 11/28	16241	28.0	75	—
1736 Sept. 17/12	17465	25.0	75	—
1737 Nov. 28/14	18268	23.0	5	—
1738 Dec. 30/26	18663	22	1	—
1747 Nov. 8/28	21900	14	1	Lo Gentil, Heinsius
1756 Sept. 12/32	25131	60.5	—	—
1757 Oct. 18/30	25332	5	1	—
1758 Nov. 1/29	25941	4	1	—
1783 Juli 8/21	34926	18	1	Pigott
1784 Aug. 1/25	35316	19	1	—
1785 Sept. 1/23	35712	20	1	—
1799 Jan. 16/25	40597	32.0	75	Koch
1815 Oct. 5/25	45702	47	1	Olbers
1816 Nov. 18/22	47112	48	1	—
1818 Jan. 6/18	47326	49	1	Westphal
1821 April 14/29	48720	52	1	—
1822 Mai 15/18	49116	53	1	—
1823 Juni 27/25	49324	54	1	—
1824 Aug. 4/25	49928	55	1	—
1841 April 3/27	56014	70.0	5	Argelander
1842 Mai 13/27	56419	71	1	—
1843 Juli 4/28	56833	72	1	—
1844 Aug. 21/23	57250	73.0	75	—
1845 Sept. 29/33	57554	74	1	—
1846 Nov. 17/19	58068	75.0	75	—
1847 Dec. 21/35	58467	76	1	—
1849 Febr. 9/16	58883	77.0	5	—
1851 April 13/20	59676	79.0	75	Heis
1852 Mai 30/26	60009	80	1	Argelander
1853 Juli 13/24	60498	81.0	5	—
1854 Sept. 1/24	60913	82.0	75	—
1855 Oct. 7/28	61344	83	1	Heis, Behnf.

R Aquilae.

Von diesem Veränderlichen, dessen Entdeckung ich in *M* 1029 angezeigt habe, ist jetzt das erste Maximum beobachtet worden; es ist in die ersten Tage des August gefallen, und der Stern bestimmt schon seit einiger Zeit im Abnehmen. Seine Lichtabnahme scheint aber bedeutend langsamer vor sich zu gehen, als die Lichtzunahme, wenigstens in der Nähe der grössten Helligkeit. Diese ist offen-

bar auch sehr schwankend; im Jahre 1854 ist der Stern in den Helligkeiten 7^m, 6^m, 6.7^m beobachtet worden, dieses Jahr hat er nur die 7.8 Grösse erreicht; von der Periode lässt sich noch nichts sagen, wahrscheinlich wird sie nicht viel von einem Jahre verschieden sein. Auch dieser Stern ist übrigens von bedeutend rother Farbe, die sich schon im Cometenstecher sehr auffallend zeigte.

Fr. Argelander.

Aus einem Schreiben des Herrn Professors *Argelander* an den Herausgeber.

Eine rechte Freude hat mir *d'Arrest's* Arbeit über die Nebelflecke gemacht; dies ist doch wieder einmal eine gediegene Arbeit, die mit eben so viel Umsicht und Bewusstsein von dem was Noth that, anfangen, als Geschicklichkeit und Ausdauer ausgeführt ist, eine Arbeit, von der andere Nachkommen erst die rechten Früchte erndten werden.

Schönfeld bittet, folgende Berichtigungen zu seinem Aufsatz über veränderliche Sterne in *M* 1029 anzugeben:

pag. 334 Zeile 18 lies unseren statt neuen

„ 21 „ 1854 „ 1855

„ 335 „ 26 „ Juni 12 „ Mai 12

„ 336 „ 23 „ 8^m „ 6^m 4

Bonn 1856, Aug. 27.

Fr. Argelander.

Schreiben des Herrn Barons *von Dembowski* an den Herausgeber.

Je prends la liberté de vous communiquer quelques détails sur l'Occultation de Jupiter que j'ai observée dans la nuit du 22 Juillet. Je crois qu'ils ne sont pas sans quelque intérêt.

1856 — Juillet 22 — T. M. de S. Giorgio (près de Naples)

12^h 57^m 13^s9 — Contact du I bord 4 avec le bord illuminé D

12 57,1 — Disparition totale 4 „ „ obscure „

13 10 35,9 — Emersion du I Satellite „ „ idem „

13 13 57,9 — Réapparition du I bord 4 „ „ idem „

13 19 28,6 — Contact du II „ „ „ idem „

13 27 39,9 — Emersion du II Satellite „ „ idem „

L'Observation a été faite avec le même Diaphte de *Plessel* dont je me sers pour les Mesures d'Étoiles doubles — grossissement = 300.

Latitude de l'Observatoire = 40° 49' 50" 4.

Les conditions atmosphériques étaient suffisamment favorables — et quoiqu'il y eut de temps en temps un peu de diffusion, et de tremblement, les bords des deux planètes étaient bien définis. — Malgré toute l'attention possible, Jupiter me paraissait d'être parfaitement circulaire: par moments j'ai cru en remarquer l'aplatissement; mais, peut-être à cause des conditions atmosphériques qui n'étaient pas tout à fait telles que je les aurais désirées, soit aussi à cause d'une certaine inclinaison de l'Équateur de Jupiter sur l'horizon du lieu; toujours est-il que l'aplatissement était à mes-

yeux, fort douteux. — Je l'ai vu autrement bien prononcé en de meilleures circonstances.

Environ 18^m avant le commencement de l'Occultation, lorsque je les aperçus simultanément dans le champ de la lunette, je fus frappé par la différence de couleur des deux planètes. — Comparées entr'elles, la couleur de la Lune était d'un beau jaune paille, très délicat — celle de Jupiter d'un mélange un peu sale de jaune et de vert, tirant au platane. Cette différence entre les couleurs devenait toujours plus sensible, à mesure que les disques approchaient; et lorsque Jupiter eut commencé à disparaître derrière le bord illuminé de la Lune, je voyais le contour de celle-ci parfaitement tranché en jaune sur le vert clair de Jupiter; et je pouvais très bien saisir les moindres aspérités du bord Lunaire, dont les contours illuminés apparaissaient alors beaucoup plus clairs que le reste, tandis que j'en apercevais les ombres du côté opposé. Cette différence entre les couleurs resta toujours la même pendant toute la durée de l'Observation.

J'ai été très attentif aux quatre contacts — et je n'y ai remarqué aucune espèce d'attaché, ni de fillet lumineux entre les deux bords respectifs des deux planètes. — Tous ont eu lieu avec les bords bien tranchés, et sans la moindre déviation appréciable de leur contour naturelle. Mais, pendant l'Immersion, lorsque environ 4 du diamètre de Jupiter était caché, à ma grande surprise, je remarquai

que son hémisphère intérieur (c'est à dire celui du côté de la Lune) subissait peu à peu une espèce d'aplatissement parallèlement au bord illuminé de la Lune; pendant que l'hémisphère opposé conservait sa forme circulaire, sans altération appréciable. — Cette déformation d'ailleurs assez saillante, atteignit son maximum lorsqu'environ $\frac{1}{4}$ du diamètre de Jupiter eut disparu; et elle cessa d'être perceptible à environ $\frac{1}{2}$ de l'Occultation (à partir du commencement).

Une partie du disque étant invisible, il me serait difficile d'assigner à cette espèce d'aplatissement une valeur relative un peu exacte; mais, autant que j'ai pu en juger, il était certainement plus fort que $\frac{1}{4}$ qui est à fort peu près l'aplatissement reconnu de la planète. Je joins ici une figure pour mieux rendre le phénomène.

À partir d'un tiers de l'Occultation, et jusqu'à la disparition totale de Jupiter derrière le bord obscur de la Lune, je n'ai remarqué dans sa partie visible, aucune déviation sensible de la forme circulaire.

Pendant l'Émersion, plusieurs fois j'ai cru voir à Jupiter un allongement dans le sens de son Équateur (qui était alors à peu près perpendiculaire au bord obscur de la Lune) — mais c'était, pour le moins fort douteux.

Toute mon attention étant absorbée par la Planète prin-

cipale, je n'ai observé qu'en l'Émersion du I et II Satellites. — Je suis bien sûr que le Premier n'est pas réapparu tout d'un coup, dans tout son éclat; peut être plus d'une seconde s'est écoulée, avant qu'il eût repris toute sa lumière. — Le Second au contraire, émergea soudain, comme une Étoile fixe.

Ne vaudrait-il pas la peine de faire des expériences avec une occultation artificielle? En découpant les deux disques dans un plan obscur, derrière lequel serait projetée une forte lumière; et si le phénomène se reproduit, on pourrait très bien en déterminer l'étendue par des mesures actuelles, dans les différents degrés d'Occultation.

Naples, 2 Août 1856.

H. Dombrowski.



Schreiben des Herrn Ministerial-Secretärs Paschen an den Herausgeber.

Als ich gestern Abend ein kleines Steinheil'sches Fernrohr probirte, bemerkte ich, dass der sehr augenfällige Aequatoralstreifen Jupiters scharf abgebrochen war. Da das westliche (allein sichtbare) Ende des Streifens, was die Schärfe seiner Begrenzung anlangt, sehr wohl zu einer Bestimmung der Rotation des Planeten geeignet scheint, so habe ich nicht unterlassen wollen, darauf aufmerksam zu machen.

Ich habe versucht, die Zeit des Durchgangs des Streifens, d. h. seines westlichen Endes durch die scheinbare Jupitersmitte zu bestimmen; ich beobachtete dieselbe an einem Fraunhofer von 43 Linien Oeffnung, bei sehr günstiger Luftbeschaffenheit und unter Anwendung einer 168-fachen Vergrößerung, und notirte dabei:

Uhrzeit:

- 21^h 49^m 0^s Zweifelhaft, ob der Streifen die Mitte erreicht hat,
- 50 46 der Streifen in der Mitte,
- 52 30 gewiss in der Mitte, wenn nicht schon darüber hinaus,
- 53 50 die Mitte wohl überschritten,
- 55 15 die Mitte unabweifelhaft überschritten.

Die Zeitbestimmung ergab für 21^h 42^m Uhrzeit die Correction der Uhr auf Sternzeit — 5^m 47^s; täglicher Gang — 0^m 60.

Setzt man die Uhrzeit des Durchganges = 21^h 52^m, so entspricht dieselbe der mittleren Schweriner Zeit 11^h 9^m 46^s. An diese Zahl ist noch die Correction wegen der Phase und die Lichtgleichung anzubringen: Nach den Angaben des Berliner Jahrbuchs finde ich:

dunkle Phase	5 ^m 56 ^s
Correction wegen der Phase	+ 0 ^m 15 ^s Zeit
Lichtgleichung	— 33 32

Man hat also als Endresultat:

1856 Aug. 30 10^h 36^m 5^s mittlere Schweriner Zeit: West-Ende des Streifens in der wahren Mitte der Planetenmitte.

Der Beobachtungsort liegt östlich von Altona 5^m 54^m 75^s Zeit. (Vergl. Astron. Nachr. N^o 733.)

Schwerin, den 31. August 1856.

F. Paschen.

Langenunterschied zwischen Altona und Lübeck durch Chronometer. *)

Der Beobachtungs-Punct in Lübeck liegt 0°55 Zeit von der südlichen Ecke der Navigations-Schule, und 0°96 Zeit vom Knopf des nördlichen Marienthurms, nach Osten. — In Altona wurde am Meridiankreise beobachtet.

Altona = Lübeck ist angenommen = 2°59'50 +

Nach Substitution dieses Längenunterschiedes ergeben die Beobachtungen folgende Uhrstände gegen Altonaer mittl. Zeit (Ann. 97 gegen Sternzeit) und für die beigetzten Chronometer-Zeiten:

Kessels N° 1252		Kessels N° 1260		Kessels N° 1271		Arnold N° 1755		Arnold N° 97	
1831	Stand	1831	Stand	1831	Stand	1831	Stand	1831	Stand
Mai 3°305	-39°38-	6°320	-0°42°54	5°311	+2°41°63	5°345	+29°91-	5°5695	7°27°65
7.476	-41.68-x	7.468	-0°47°00-x	7.479	+2°43.18-x	7.471	+31.89-x	7.5514	7°58.43-x
8.462	-41.81-x	8.453	-0°48.15-x	8.465	+2°44.56-x	8.456	+33.69-x	8.5507	8°12.19-x
10.355	-42.66-x	10.404	-0°52.13-x	10.347	+2°45.91-x	10.343	+35.60-x	10.5535	8°41.20-x
12.536	-43.56-x	11.403	-0°54.62-x	11.460	+2°46.48-x	11.398	+35.92-x	11.5514	8°58.30-x
12.586	-44.16-x	12.470	-0°56.65-x	12.531	+2°47.28-x	12.523	+36.62-x	12.6590	9°12.59-x
14.487	-44.15-x	14.466	-0°59.45-x	14.477	+2°51.26-x	14.469	+38.21-x	14.5535	9°37.85-x
17.539	-48.36-x	17.524	-1°4.25-x	17.533	+2°51.09-x	17.520	+39.61-x	17.5528	10°22.59-x
18.389	-48.76-x	18.374	-1°6.60-x	18.383	+2°50.67-x	18.368	+39.37-x	18.5500	10°37.22-x
19.456	-49.70-x	19.441	-1°9.17-x	19.448	+2°50.70-x	19.436	+39.59-x	19.5861	10°61.97-x
20.434	-50.03-x	20.420	-1°11.36-x	20.429	+2°50.65-x	20.413	+40.10-x	20.6167	11°6.57-x
22.485	-53.21-x	22.397	-1°16.63-x	22.401	+2°50.95-x	22.393	+40.72-x	22.5576	11°35.04-x
26.278	-57.28-x	26.293	-1°25.45-x	26.280	+2°50.57-x	26.288	+40.78-x	26.4410	12°30.19-x

Breguet N° 4509		Emery N° 1151		Emery N° 929		Earnshaw N° 464		Jürgensen N° 33	
1831	Stand	1831	Stand	1831	Stand	1831	Stand	1831	Stand
Mai 5°324	+7°57°68	5°3840	-87°12°93	5°330	+3°21°26	5°322	+5°18°00	5°335	-36°36°77
7.484	+8°4.60-x	7.5399	-87°62.85-x	7.490	+3°27.57-x	7.470	+5°22.24-x	7.509	-36°33.03-x
8.459	+8°8.73-x	8.5344	-88°11.92-x	8.474	+3°30.25-x	8.458	+5°25.65-x	8.497	-36°30.42-x
10.408	+8°15.47-x	10.4233	-88°48.05-x	10.366	+3°31.67-x	10.342	+5°30.24-x	10.384	-36°28.91-x
11.461	+8°18.88-x	11.5333	-89°9.28-x	11.472	+3°31.65-x	11.397	+5°31.89-x	11.489	-36°30.19-x
12.543	+8°21.57-x	12.5917	-89°28.77-x	12.550	+3°29.95-x	12.523	+5°34.62-x	12.567	-36°31.89-x
14.495	+8°30.78-x	14.5389	-90°11.98-x	14.505	+3°37.35-x	14.469	+5°44.76-x	14.521	-36°19.20-x
17.542	+8°44.05-x	17.5951	-91°11.25-x	17.550	+3°48.60-x	17.524	+5°52.24-x	17.569	-36°16.77-x
18.393	+8°47.48-x	18.4462	-91°28.12-x	18.401	+3°48.82-x	18.374	+5°54.16-x	18.419	-36°15.39-x
19.419	+8°50.77-x	19.5104	-91.48-x	19.427	+3°47.50-x	19.440	+5°56.45-x	19.485	-36°17.79-x
20.435	+8°52.83-x	20.4892	-92°7.55-x	20.442	+3°51.65-x	20.417	+5°57.52-x	20.462	-36°21.61-x
22.488	+8°57.91-x	22.4657	-92°42.65-x	22.407	+3°52.17-x	22.393	+5°58.08-x	22.513	-36°31.59-x
26.265	+9°6.64-x	26.3587	-93°42.36-x	26.267	+3°53.27-x	26.292	+6°0.43-x	26.811	-36°34.56-x

Emery N° 929 und Jürgensen N° 33 zeigen während vorstehender Zeitperiode einen sehr unregelmässigen Gang und sind deswegen vom Resultat ausgeschlossen. Ferner sind ausgeschlossen Breguet N° 4509 für die 2te und 3te, Emery N° 1151 für die 3te Reise, weil Ersterer durch Substitution einen stark abweichenden Werthes von x, und der Letzte wegen seines guten Ganges auf der ersten Reise zufällig ein sehr grosses Gewicht bekommen hat. Aus den übrigen Chronometern folgt:

Namen der Chronometer	1ste Reise		2te Reise		3te Reise		Mittel		Altona-Lübeck
	x	Gew.	x	Gew.	x	Gew.	x	Gew.	
Kessels 1252	-0°36	7,468	+0°11	6,459	-0°64	8,696	-0°25	17,623	2°59'26
— 1260	-0°09	4,597	+0°70	3,021	-0°58	2,052	+0°06	9,670	— 39°36
— 1271	-0°02	8,755	+1°88	0,747	+0°32	2,597	+0°14	12,099	— 39°64
Arnold 1755	+0°22	3,237	+0°41	5,462	+0°39	2,347	+0°35	11,046	— 39°85
— 97	+0°02	1,163	+0°60	1,202	-0°60	0,630	+0°12	2,995	— 39°62
Breguet 4509	+0°52	3,240	—	—	—	—	+0°82	3,240	— 60°02
Emery 1151	-0°07	5,490	-2°14	0,649	—	—	-0°29	6,139	— 39°21
Earnshaw 464	-0°33	2,000	+2°10	0,572	-0°42	0,714	+0°07	3,286	— 59°57
Mittel	-0°053	35,95	+0°366	18,11	-0°198	12,04	-0°085	66,10	2°59'33

Reduction auf die südliche Ecke der Navigations-Schule

— 0°055

Reduction auf den Knopf des nördlichen Marienthurms — 0°861

Altonaer Meridiankreis — Marienthurmsknopf in Lübeck — 2°58'628.

*) Aus den nachgelassenen Papieren von H. C. Schumacher. (Die Handschrift des Manuscripts von A. C. Petersen.)

Kurze Notiz, die *Köhler'schen* Logarithmen-Tafeln betreffend, von Herrn Dr. *Lehmann*.

Bei Gelegenheit der Berechnung der Tafeln des *latus ellipticus*, wovon am Anfang der № 1023 der Astron. Nachr. die Rede ist, mussten zu gewissen in Graden, Minuten, Secunden und Hundertel-Secunden gegebenen Bogen die natürlichen Sinus in völliger Strenge berechnet werden; da nun diese Rechnung mit Verwandlung des gegebenen Bogens in Theile des Halbmessers begann, so war es erwünscht, die auf 11 Bruchstellen sich erstreckende *Köhler'sche* Tafel der Kreisbogen für die einzelnen Grade, Minuten und Secunden (in dessen logarithmisch-trigonometrischem Handbuch) benutzen zu können, insofern man von der völligen Correctheit derselben überzeugt sein konnte. Die dazu erforderliche Prüfung ist sehr leicht, und diese Tafel hat sich als völlig correct bewährt.

Etwas mehr Umstände machte die Prüfung der in demselben Handbuche enthaltenen Tafel der elfstelligen *Brigg'schen* Logarithmen aller Primzahlen von 2 bis 1811, welche, insofern sie correct war, zur völlig strengen Berechnung der Logarithmen solcher Zahlen, die in sehr vielen Decimalen

gegehen waren, (bei Gelegenheit der Berechnung einer Tafel für die geradlinige Central-Bewegung mit negativer Gravitation) benutzt werden konnte. Doch war die Untersuchung der Correctheit dieser *Köhler'schen* Tafel nicht so zeitraubend, als es mir anfangs schien, da es dazu nicht nöthig ist von allen jenen Primzahlen erst die natürlichen Logarithmen zu berechnen und diese dann mit dem Modulüs des *Brigg'schen* Systems zu multipliciren, sondern vielmehr die *Brigg'schen* Logarithmen der Primzahlen x , welche > 13 sind, aus den bekannten Logarithmen

$$\begin{aligned} \log 2 &= 0,301029995663981\dots, \\ \log 3 &= 0,4771212547196\dots, \\ \log 5 &= 0,698970004336018\dots, \\ \log 7 &= 0,8450980400142\dots, \\ \log 11 &= 1,0413926851582\dots, \\ \log 13 &= 1,1139433523068\dots, \\ \log 23 &= 1,361727836017\dots \end{aligned}$$

successiv vermittelst der ausserordentlich schnell convergirenden Reihe

$$\log x = \log \sqrt{(x-1)(x+1)} + \frac{\pi}{2x^2-1} \left(1 + \frac{1}{3(2x^2-1)^3} + \frac{1}{5(2x^2-1)^5} + \dots \right) \dots\dots\dots (1)$$

gefunden werden können, deren erstes Glied (weil $x-1$ und $x+1$ gerade Zahlen sind) sich (wenn man $(x-1)(x+1)$ in seine einfachen Factoren zerfällt) allemal aus den bereits berechneten Logarithmen der Primzahlen, welche $< \frac{x+3}{2}$

sind, durch bloße Addition und Halbirungen ergibt. Setzt man die einzelnen Theile von $\log \sqrt{(x-1)(x+1)}$ in 14 Bruchstellen an und füllt man die folgenden Stellen durch Punkte aus (was hier mehr als hinreichend ist), so braucht man für $x > 157$ die Glieder

$$\frac{\pi}{2x^2-1} \left(\frac{1}{3(2x^2-1)^3} + \frac{1}{5(2x^2-1)^5} + \dots \right)$$

der Gleichung (1) gar nicht besonders zu berechnen, sondern kann sich damit begnügen zu wissen, dass ihre Summe kleiner ist als eine Einheit der 15^{ten} Bruchstelle, und kann dadurch auch die 14te Bruchstelle von $\log x - \log \sqrt{(x-1)(x+1)}$ unzweifelhaft (in seltenen Ausnahmefällen um Eine Einheit zweifelhaft, nämlich in den Fällen, wo die 15te Bruchstelle

von $\frac{\pi}{2x^2-1}$ eine 9 ist), bestimmen.

Die Logarithmen von 2, 3, 5, 7, 11, 13, 23, in so vielen Decimalen, als sie oben angegeben sind, reichen jedoch (und dies sind drei besondere Ausnahme-Fälle) nicht hin, in $\log 281$, $\log 653$ und $\log 1129$ die 11te Bruchstelle unzweifelhaft zu bestimmen (nämlich so, dass mit Hinschreibung einer Ziffer in die 11te Bruchstelle und mit Weglassung der Punkte der Fehler innerhalb der Grenzen $\pm 0,000000000005$ eingeschlossen ist); ja auch die zwölfstelligen *August'schen* natürlichen Logarithmen der Primzahlen bis 277 (in der Ausgabe von 1853 der *August'schen* Logarithmen-Tafeln), welche sich übrigens als völlig correct bewährt haben, reichen dazu nicht hin, sondern es müssen, wenn man nach vollendeter Berechnung der *Brigg'schen* Logarithmen der Primzahlen bis 277 im Begriff ist $\log \text{Brigg } 281$ zu bestimmen, zuvor $\log \text{nat } 2$, $\log \text{nat } 3$ und $\log \text{nat } 47$ in die engeren Grenzen

$$\begin{aligned} \log \text{nat } 2 &= 0,69314718055994\dots, \\ \log \text{nat } 3 &= 1,09861228866810\dots, \\ \log \text{nat } 47 &= 3,8501476017997\dots \end{aligned}$$

*) Die Bedeutung der unter einander gesetzten Ziffern ist in № 1020 der A. N. zu Anfang der 187. u. 188. Seite erläutert.

eingeschlossen werden, woraus sich dann (durch Multiplication mit α)

$$\lg \text{Brigg } \sqrt[6]{6} = \frac{\lg \text{nat } 7 + \lg \text{nat } 3}{2} \alpha = 0,3890756251918\frac{1}{2}\dots,$$

$$\lg \text{Brigg } 47 = \alpha \lg \text{nat } 47 = 1,672097857935\frac{1}{4}\dots,$$

und daraus

$$\lg 281 = \lg 2 + \lg \sqrt[6]{6} + \lg \sqrt[4]{7} + \lg \sqrt[7]{70} + \frac{\alpha}{137921} + 0,00000000000000\dots = 0,30102999566398\dots$$

+ 0,3890756251918 $\frac{1}{2}$... + 0,8360489289678 $\frac{3}{4}$... + 0,9225490200071 $\frac{1}{4}$... + 0,0000027500742 $\frac{3}{4}$... = 2,448706319905 $\frac{1}{4}$..., also in 11 Bruchziffern = 2,44870631991 ergeht. (Die hier herausgebrachten genaueren Bestimmungen von $\lg \sqrt[6]{6}$ und von $\lg 47$ und die aus $\lg \sqrt[6]{6} = 0,3890756251918\frac{1}{2}$... fließenden

$$\lg 6 = 0,7781512503836\frac{3}{4}\dots,$$

$$\lg 3 = \lg 6 - \lg 2 = 0,4771212547196\frac{3}{4}\dots,$$

$$\lg \sqrt[3]{3} = \lg \sqrt[6]{6} - \lg \sqrt[2]{2} = 0,2385606273598\frac{1}{2}\dots,$$

$$\lg \text{Brigg } 7 = \alpha \lg \text{nat } 7 = 0,8450980400142\frac{3}{4}\dots,$$

$$\lg \sqrt[4]{42} = \frac{\lg 6 + \lg 7}{2} = 0,8116246451989\frac{3}{4}\dots,$$

$$\lg 41 = 0,5 + \lg 2 + \lg \sqrt[4]{42} + \frac{\alpha}{3361} \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 3361^2} + \frac{1}{5 \cdot 3361^4} + \dots \right) = 0,5 + 0,30102999566398\dots$$

$$+ 0,8116246451989\frac{3}{4}\dots + 0,0001292158568\frac{1}{4}\dots = 1,6127838567197\frac{1}{4}\dots,$$

$$\lg 163 = \frac{3 \lg 2}{2} + 2 \lg 3 + \frac{\lg 41}{2} + \frac{\alpha}{53137} + 0,00000000000000\dots = \frac{0,90308998699194\frac{3}{4}\dots}{2}$$

$$+ 2 \cdot 0,4771212547196\frac{3}{4}\dots + \frac{1,6127838567197\frac{1}{4}\dots}{2} + 0,00000817310879\dots = 0,45154499349597\frac{1}{2}\dots$$

$$+ 0,9542425094392\frac{3}{4}\dots + 0,8063919283598\frac{3}{4}\dots + 0,00000817310879\dots = 2,21218760440\frac{3}{4}\dots,$$

$$\lg 653 = \lg 2 + \lg \sqrt[6]{6} + \lg \sqrt[7]{109} + \frac{\lg 163}{2} + \frac{\alpha}{852817} + 0,00000000000000\dots = 0,30102999566398\dots$$

$$+ 0,3890756251918\frac{1}{2}\dots + 1,018713248970\frac{3}{4}\dots + 1,1060938020\frac{1}{2}\dots + 0,0000050924698\frac{1}{4}\dots = 2,814913181275\frac{1}{4}\dots,$$

also in 11 Bruchziffern = 2,81491318128 ergeht. (Die hier herausgebrachte genauere Bestimmungen von $\lg 7$, $\lg \sqrt[4]{42}$, $\lg 41$ und $\lg 163$ wurden dann weiter zur genaueren Bestimmung der Logarithmen der Primzahlen, welche < und > 653 sind, benutzt). Und wenn man nach vollendeter Berechnung der *Briggischen* Logarithmen der Primzahlen bis 1123 im

Begriff ist, $\lg \text{Brigg } 1129$ zu bestimmen, so muss zuvor $\lg \text{nat } 3$ in die engeren Grenzen 1,09861228866010969... eingeschlossen werden, woraus sich dann

$$\lg \text{Brigg } 3 = \alpha \lg \text{nat } 3 = 0,477121254719662\frac{3}{4}\dots$$

und

$$\lg 1129 = \lg 2 + \alpha \lg \text{nat } 7 + 4 \lg 3 = \frac{10\alpha}{81 \cdot 73} \left(1 + \frac{1000}{3 \cdot 2 \cdot 31 \cdot 31 \cdot 73 \cdot 73} + \frac{10000}{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 31 \cdot 31 \cdot 31 \cdot 73 \cdot 73 \cdot 73} + \dots \right)$$

$$= 0,30102999566398\dots + 0,84509804001425\frac{3}{4}\dots + 1,90448501887863\dots - 0,0019191126319\dots = 3,0526939419249\frac{1}{4}\dots,$$

also in 11 Bruchstellen = 3,05269394192 ergeht. (Die hier herausgebrachte genauere Bestimmung von $\lg \text{Brigg } 3$ wurde dann weiter zur Bestimmung von $\lg 1493$ gebraucht, um auch hier die 11te Bruchstelle unzweifelhaft zu ermitteln.)

Was aber die in einer so langen continuirlichen Rechnung schwer zu entdeckenden versteckten Fehler betrifft, so gewährt die schon vorhandene *Köhler'sche* Tafel selbst eine willkommene Controlle; wo die Abweichung mehrere Einheiten der 11ten Bruchstelle beträgt, da ist anzunehmen, dass der Fehler in der Berechnung des letzten Logarithmus

liegt, und es zeigt sich gewöhnlich, dass er durch einen Subtractions-Fehler bei der in der Gleichung (1) vorkommenden Division $\frac{\alpha}{2 \cdot 3^{n-1}}$ entstanden ist; wo aber die Ab-

weichung nur Eine solche Einheit beträgt, da hat man zu einer anderen Prüfung seine Zuflucht zu nehmen, nämlich zur Ermittlung eines Bruches $\frac{2}{3}$ von der in $\mathcal{N} 1019$ der *Astr.*

Nachr. § 8 angegebenen Beschaffenheit, wie sich durch folgendes Beispiel erläutern lässt. Ich fand anfangs

$\lg 379 = 2,578639209957\frac{1}{2} \dots$ (2)
Köhler hat 2,57863920997. Bei der Revision der Rechnung

$$\lg 379 = \lg 6 + \lg \sqrt{7} + \lg \sqrt{19} + \lg \sqrt{30} + \frac{\alpha}{287281} + 0,000000000000000 \dots \quad (3)$$

blieb der Fehler versteckt. Nun aber ermittelte ich den dem Werthe 379 sehr nahe kommenden Bruch $\frac{2^{10} \cdot 10}{3^3} = \frac{379}{1-0,00068859375}$, und fand alsdann

$$\lg 379 = 10 \lg 2 + 1 - 3 \lg 3 + \lg(1 - 0,00068359375) = 10 \cdot 0,301029995663981 \dots + 1 - 3 \cdot 0,4771212547196\frac{1}{2} \dots - \left(0,00068359375 + \frac{0,00068359375^2}{2} + \frac{0,00068359375^3}{3} + \dots \right) \alpha = 2,57863920996\frac{1}{2} \dots, \quad (4)$$

wodurch der *Köhler'sche* Logarithmus gerechtfertigt erscheint. Eine erneuerte Revision der Rechnung (3) zeigte dann, dass $\lg \sqrt{19}$ fälschlich = 0,6393798004664... statt $\frac{1,2787536009528\frac{1}{2}}{2}$ gesetzt war; die Verbesserung ver-

wandelte den Werth (2) in

$$2,578639209967\frac{1}{2} \dots, \quad (5)$$

zwar dem *Köhler'schen* Werth entsprechend, aber doch noch ausserhalb der Grenzen (4) liegend. Eine weitere Revision zeigte, dass auch $\lg \sqrt{30}$ fälschlich = 0,7385606273592... statt

$$\lg 421 = \lg 2 + \lg \sqrt{7} + \lg \sqrt{30} + \lg \sqrt{211} + \frac{\alpha}{354481} + 0,000000000000000 \dots \quad (7)$$

blieb der Fehler versteckt, weil $\lg \sqrt{30}$ und $\lg \sqrt{211}$ von der Rechnung

$$\lg 211 = \lg \sqrt{3} + \lg \sqrt{7} + \lg \sqrt{40} + \lg \sqrt{53} + \frac{\alpha}{89041} + 0,000000000000000 \dots \quad (8)$$

abgeschrieben waren, welche, im Resultat mit der *Köhler'schen* Tafel übereinstimmend, für richtig gehalten wurde. Nun aber ermittelte ich den dem Werthe 421 sehr nahe kommendes Bruch $\frac{2^{10} \cdot 10^2}{3^5} = \frac{421}{1-0,000947265625}$, und fand alsdann

$$\lg 421 = 10 \lg 2 + 2 - 5 \lg 3 + \lg(1 - 0,000947265625) = 10 \cdot 0,301029995663981 \dots + 2 - 5 \cdot 0,4771212547196\frac{1}{2} \dots - \left(0,000947265625 + \frac{0,000947265625^2}{2} + \frac{0,000947265625^3}{3} + \dots \right) \alpha = 2,62428095855\frac{1}{2} \dots,$$

wodurch der *Köhler'sche* Logarithmus gerechtfertigt erscheint. Eine erneuerte Revision der Rechnung (7) zeigte dann, dass $\lg \sqrt{3}$ schon in der Rechnung (8) mit dem oben angeführten Fehler behaftet war, und die Verbesserung desselben in der Rechnung (8) vermehrte den für $\lg 211$ herausgebrachten Werth 2,324282455297... um 0,000000000000006, also $\lg \sqrt{211}$ um 0,00000000000003, und $\lg \sqrt{30} + \lg \sqrt{211}$ (also auch $\lg 421$) um 0,0000000000009, wodurch der Werth

$$\lg 1231 = \lg 4 + \lg \sqrt{7} + \lg \sqrt{11} + \lg \sqrt{50} + \lg \sqrt{41} + \frac{\alpha}{3030721} + 0,000000000000000 \dots$$

den Werth 3,0902580529313... , vermittelt der Gleichung $\lg 1231 = \lg \frac{10^4}{2^3} - \left(0,0152 + \frac{0,0152^2}{2} + \frac{0,0152^3}{3} + \dots \right) \alpha$

$$\lg 1553 = \lg \sqrt{7} + \lg \sqrt{37} + \lg \sqrt{96} + \lg \sqrt{97} + \frac{\alpha}{4828617} + 0,000000000000000 \dots$$

den Werth 3,191171455628... , vermittelt der Gleichung

anstatt $\frac{0,4771212547196\frac{1}{2} \dots + 1}{2}$ gesetzt war (indem die 12te und 13te Bruchstaeile, anstatt halbiert, verdoppelt wurden); die Verbesserung verwandelte den Werth (5) in 2,57863920996... , und so war alles in Ordnung.

Bei diesem Verbesserungs-Verfahren kann indessen die Berechnung des letzten Logarithmus ganz richtig sein, und der Fehler in der Berechnung eines früheren Logarithmus stecken. So fand ich anfangs

$$\lg 421 = 2,62428095884\frac{1}{2} \dots; \quad (6)$$

Köhler hat 2,6242809584. Bei der Revision der Rechnung

(6) in 2,62428095855... übergang, und so war alles in Ordnung.

Wenn aber nach Anwendung des Verfahrens vermittelt des Bruches $\frac{y}{x}$ der *Köhler'sche* Logarithmus nicht gerechtfertigt erscheint, so ist derselbe um eine Einheit der letzten Decimale falsch; dieser Fall findet bei $\lg 1231$ statt (für welchen ich vermittelt der Gleichung

aber 3,0902580529313... , also in 11 Bruchstellen 3,09025805293 fand, wogegen *Köhler* 3,09025805292 hat) und bei $\lg 1553$ (für welchen ich vermittelt der Gleichung

$lg 1553 = lg \frac{3^3 \cdot 2^6}{10} - \frac{11\pi}{6^5} \left(1 + \frac{11}{2 \cdot 6^3} + \frac{11^2}{3 \cdot 6^{10}} + \dots \right)$
 aber 3,1911714557285... also in 11 Bruchst. 3,19117145573 fand, wogegen Köhler 3,19117145572 hat).

Diese beiden Fälle ausgenommen, hat sich die Köhler'sche Tafel der elfstelligen Briggischen Logarithmen der Primzahlen als völlig correct bewährt. Glücklicherweise haben diese beiden Fehler keinen Einfluss, wenn man bei der Benutzung dieser Tafel weniger als 11 Bruchstellen gebraucht; und wenn man (wie bei der Berechnung der Tafel für die geradlinige Central-Bewegung mit negativer Gravitation in der am Anfang der N^o 1019 der Astron. Nachr. angedeuteten Genauigkeit) 9 Bruchstellen gebraucht und die folgenden Stellen mit Punkten ausfüllt, so ist weder in *lg* 269 noch in *lg* 449 noch in *lg* 601 noch in *lg* 751 noch in *lg* 947 (den einzigen unter den 280 Logarithmen dieser Tafel, welche sich auf 00 endigen) die 9te Bruchstelle um eine Einheit zu vermindern, weil die in *extenso* durchgeführte Rechnung gezeigt hat, dass jene beiden Nullen bei keinem dieser 5 Logarithmen aus 99 entstanden sind, sondern dass in jedem dieser 5 Logarithmen die 10te und 11te Bruchziffer 00 sind und dann noch geltende Ziffern darauf folgen. Will man 10 Bruchstellen beibehalten und die folgenden Stellen mit Punkten ausfüllen, so merke man sich, dass unter den 17 Logarithmen, welche sich auf eine einzelne Null endigen, in *lg* 29, *lg* 211, *lg* 521, *lg* 569, *lg* 797, *lg* 1433, *lg* 1453, *lg* 1531 und *lg* 1609 die Null aus 9 entstanden ist, in *lg* 53, *lg* 67, *lg* 163, *lg* 757, *lg* 769, *lg* 1061, *lg* 1201, *lg* 1361 aber nicht. Und diejenigen, welche etwa die genannte Tafel in weniger Decimalen abdrucken und die folgenden Stellen nicht durch Punkte ausfüllen wollen, haben sich zu merken, dass unter den 25 Logarithmen, welche sich auf 5 endigen, in *lg* 167, *lg* 191, *lg* 223, *lg* 239, *lg* 313, *lg* 571, *lg* 587, *lg* 1093, *lg* 1109, *lg* 1319, *lg* 1499, *lg* 1621 und *lg* 1723 die 5 aus 4 entstanden ist, in *lg* 19, *lg* 139, *lg* 293, *lg* 367, *lg* 433, *lg* 563, *lg* 827, *lg* 829, *lg* 1187, *lg* 1289, *lg* 1489, *lg* 1619 aber nicht. Bei

dieser Gelegenheit wollen wir, um unsere Bemerkungen über die geprüften Tafeln zum Abschluss zu bringen, noch hinzufügen, dass in der auf 11 Bruchstellen sich erstreckenden Köhler'schen Tafel der Kreisbogen die 11te Bruchziffer in *Arc* 1° bis *Arc* 88° um eine Einheit vermehrt ist, in *Arc* 99° bis *Arc* 170° aber nicht, (von *Arc* 180° bis *Arc* 360° kommen 0 und 5 in der 11ten Bruchstelle nicht vor); was aber die in der 11ten Bruchstelle von *Arc* 1° bis *Arc* 60° vorkommenden Nullen und Fünfen betrifft, so ist in *Arc* 11°, *Arc* 23° und *Arc* 46° die 0 aus 9 entstanden, in *Arc* 12°, *Arc* 35° und *Arc* 58° aber nicht; in *Arc* 17° und *Arc* 40° ist die 5 aus 4 entstanden, in *Arc* 6°, *Arc* 29°, *Arc* 53° aber nicht; und was die in der 11ten Bruchstelle von *Arc* 1° bis *Arc* 60° enthaltenen Nullen und Fünfen betrifft, so ist in *Arc* 19°, *Arc* 38° und *Arc* 57° die 0 aus 9 entstanden, in *Arc* 11°, *Arc* 30° und *Arc* 49° aber nicht; in *Arc* 4°, *Arc* 23° und *Arc* 42° ist die 5 aus 4 entstanden, in *Arc* 15°, *Arc* 34° und *Arc* 53° aber nicht. Und was die in den August'schen zwölfstelligen Tafeln der natürlichen Logarithmen der Primzahlen bis 277 in der 12ten Bruchstelle vorkommenden Nullen und Fünfen betrifft, so ist in *lg* 2, *lg* 193 und *lg* 271 die 0 aus 9 entstanden, in *lg* 47, *lg* 223 aber nicht; in *lg* 151 ist die 5 aus 4 entstanden, in *lg* 7, *lg* 31, *lg* 149, *lg* 257 aber nicht. Alle diese Bemerkungen über die letzten Decimalstellen wären unnötig gewesen, wenn nicht die von Lalande eingeführte Sitte, die nm eine Einheit vermehrten Ziffern durch besondere Typen kenntlich zu machen, (wodurch die obere und untere Grenze einer jede in der Tafel enthaltene Zahl nur halb so weit von einander entfernt erscheinen als bei dem Druck ohne besondere Typen), in den neueren Tafeln (ich weiss nicht aus welchem Grunde) verschwunden wäre, — ein Umstand, wodurch z. B. die (aus den Gauss'schen fünfzigstigen Tafeln ohne Prüfung abgedruckten) Schumacher'schen vierzigstigen Tafeln der Additions- und Subtractions-Logarithmen hier und da um eine Einheit der vierten Bruchstelle falsch ausgefallen sind.

Spandau, den 27. August 1856.

W. Lehmann.

Ueber die Benutzung der Telegraphen zu geodätischen Messungen, von Herrn Dr. Wichmann.

In der Sitzung der Pariser Akademie vom 4ten August d. J. hat Herr Leverrier über einige neuere auf der Pariser Sternwarte gemachte Versuche, betreffend die Anwendung der Telegraphen zu Längenbestimmungen, Bericht erstattet, und dabei ebenfalls dahin gehöriger Versuche Erwähnung gethan, welche im vorigen Jahre von Herrn Thalen zwischen Upsala und Stockholm angestellt sind, und über welche in der betreffenden Nummer der Comptes Rendus (1856 Semestre II.

N^o 5, p. 284) auch einige nähere Angaben sich befinden. Als diese Nr. der Compt. Rend. hierher gelangte, hatte ich eben eine kleine Reihe von Experimenten ausgeführt, die, als Vorbereitung zur Bestimmung der Längendifferenz zwischen Königsberg und Berlin dienen sollend, im Wesentlichen genau dasselbe Princip verfolgen, welches Herr Thalen seinen Versuchen zu Grunde gelegt hat, nämlich die Vergleichung zweier, weit von einander entfernter Uhren durch

Beobachtung von Coincidenzen, statt durch die bisher üblichen Signale zu erlangen. Da die gemachten Versuche mich überzeugt haben, dass diese Methode neben der grössten Einfachheit auch eine sehr grosse Genauigkeit gewährt, und da die Vortheile, welche sie bietet, in dem kurzen Berichte über die Versuche in Upsala nicht genug hervortreten, auch dort nicht vollständig zur Anwendung kommen konnten, so erlaube ich mir, hier etwas Näheres über meine Versuche mitzutheilen.

Auf dem hiesigen Telegraphenbureau wurde zunächst eine Pendel-Uhr so aufgestellt, dass ein an das Pendel angeschraubter Stift in ein horizontal-verschiebbares Quecksilbernapfchen eintaucht und dadurch bei jeder Schwingung die galvanische Kette schliesst, sobald die Uhr mit dem einen, das Quecksilber mit dem andern Pole der Batterie durch Drähte in Verbindung gesetzt sind. Die hiesigen Telegraphen-Apparate sind nach der *Morse'schen*, von *Siemens* verbesserten Construction eingerichtet, und das Pendel, indem es das Quecksilber berührt, verursacht dadurch die Wirkung, welche beim Telegraphiren durch das Niederdrücken der Taste eintritt, jedoch mit dem Unterschiede, dass der galvanische Strom sich theilt, weil das hintere Ende der Taste auf seiner Unterlage liegen, und dadurch die Taste selbst mit dem Erdboden in leitender Verbindung bleibt. Ein Theil des Stromes geht deshalb durch das hintere Ende der Taste nach dem Relais und von dort nach dem Erdboden, und setzt mithin sowohl den Anker des Relais als auch, wenn man will, den Hammer des Schreibapparates in Bewegung; der andere Theil des Stromes geht in den Leitungsdraht nach der entfernten Station, und setzt dort ebenfalls auf seinem Wege zum Erdboden das dortige Relais und den Schreibapparat in Bewegung. Man erhält daher auf diese Weise auf beiden Stationen durch das Niederschlagen des Relais-Ankers gleichzeitige taktmässige Schläge, gleichsam eine neue, auf beiden Stationen zugleich hörbare Pendel-Uhr, und es hat dann durchaus keine

Schwierigkeit, die Coincidenz von Chronometerschlägen mit den Schlägen, welche der Anker des Relais erzeugt, zu beobachten, so dass, wenn auf jeder Station ein Beobachter sein Chronometer mit den Schlägen des Telegraphenapparates vergleicht, der relative Stand beider Chronometer dadurch mit derselben Genauigkeit gefunden wird, als ob beide mit ein und derselben Pendel-Uhr verglichen würden.

Man sieht leicht, dass die im Uebrigen selbst entstehenden Schläge der Pendel-Uhr dabei ganz ausser Acht bleiben, da die Uhr nur als eine Maschine dient, welche taktmässige Schläge des Telegraphenapparates erzeugen soll. Bringt man das Quecksilbergefäss in die Vertikale des Pendels, so entsteht in jeder Secunde ein Schlag, allein es ist dann schwierig, die Intervalle ganz gleich zu machen. Rückt man das Gefäss zur Seite, so dass nur alle zwei Secunden ein Schlag erfolgt, so ist es nicht schwer, durch horizontale Verschiebung des Quecksilbers den Ankerschlag mit dem einen Schlage der Uhr genau zusammenfallen zu lassen, allein dies ist ganz gleichgültig. Ich habe das Gefäss möglichst weit zur Seite gerückt und die Zeit, während welcher die Kette geschlossen wird, so kurz als möglich zu machen.

Um an einem Beispiele zu zeigen, mit welcher Sicherheit der relative Stand zweier Chronometer auf diese Weise sich ergibt, setze ich einige Beobachtungen von Ang. 20 hierher. Herr Stad. *Otto Hagen*, welcher mich bei diesen Versuchen auf das Bereitwilligste unterstützte, beobachtete in Pillau die Coincidenzen an einem Chronometer von *Wimmerl*, während ich in Königsberg an einem *Muston'schen* Chronometer beobachtete; das Pendel der Uhr war so verkürzt, dass die Uhr der mittleren Zeit nahezu in fünf Minuten um eine Secunde voreilt. Durch einige, abwechselnd von beiden Stationen telegraphirte Signale ergab sich der relative Stand der Chronometer für die Zeit der Beobachtung

Muston — *Wimmerl* + 6°37'84.

Die beobachteten Coincidenzen waren folgende:

<i>Muston</i>	Pendel-Uhr	<i>Wimmerl</i>	Pendel-Uhr	<i>Must. - Wimm.</i>
6 ^h 23 ^m 26 ^s	= 9 ^h 7 ^m 39 ^s	6 ^h 17 ^m 50 ^s	= 9 ^h 8 ^m 41 ^s	+6°37'790
25 41.5	9 35	20 33.5	11 25	37,695
30 36.5	14 51	22 49	13 41	37,737
33 6	17 15	27 26	18 19	37,763
35 25.5	19 41	30 1.5	20 55	37,750
38 3	22 19	32 31	23 25	37,776
40 28.5	24 45	35 0.5	25 55	37,763
45 27.5	29 45	37 30	28 25	37,771
47 51	32 9	40 1.5	30 57	37,744

Mittel + 6°37'757.

Ich habe hier die Coincidenzen paarweise neben einander gestellt, so dass jede an *Muston* beobachtete mit der ihr in Zeit zunächst liegenden an *Wimmerl* beobachteten

Coincidenz in einer Reihe steht, und so aus je zweien die Differenz *M.-W.* hergeleitet, um die Uebereinstimmung der Beobachtungen unter einander anschaulich zu machen; zur

Reduction der Zeiten auf einander ist dabei das aus den Beobachtungen selbst folgende Verhältniss:

100' der Pendel-Uhr = 99'662 Secunden von *Muuton* angenommen.

Es herrsche bei diesen Versuchen auf beiden Stationen nicht die nöthige Ruhe, so dass unter günstigen Umständen leicht eine noch grössere Sicherheit zu erreichen sein wird; allein aus diesen Beobachtungen erhellt wohl, dass man schon durch einige wenige Coincidenzen eine grössere Genauigkeit erreichen wird, als selbst durch verhältnissmässig viele Signal-Beobachtungen möglich sein dürfte, bei denen, wie es mir scheint, sehr leicht constante persönliche Schätzungsfehler sich geltend machen.

Das im Vorhergehenden geschilderte Verfahren würde vollständig genügend, und eine einzige Pendeluhr ausreichend sein, wenn man annehmen dürfte, dass die Ankerschläge auf beiden Stationen ganz genau gleichzeitig geschehen; diese Voraussetzung wird aber um so weniger gestattet sein, je grösser die durch solche Beobachtungen zu erreichende Genauigkeit ist, und je weiter die Stationen von einander entfernt sind. Ist T der Moment, wo die Kette geschlossen wird, a und a' die Zeitintervalle, welche verfließen, bis die Relais magnetisch geworden sind und die Anker zum Aufschlagen gebracht haben, und x die Zeit, welche der Strom gebraucht, um den Weg zwischen beiden Stationen zu durchlaufen, so erfolgt der Schlag auf der Station A , wo die Uhr ist, zur Zeit $T + a$, auf der entfernten Station zur Zeit $T + a' + x$. Der Fehler, welcher bei Voraussetzung der Gleichzeitigkeit begangen wird, ist $a - a' - x$. Ist aber auch auf der Station B eine Pendel-Uhr aufgestellt, und wird das Verfahren mit dieser in ganz gleicher Weise wiederholt, so wird der Fehler jetzt $a - a' + x$, so dass auf diese Art wenigstens x eliminiert werden kann. Die Grösse $a - a'$ ist veränderlich, kann aber durch sorgfältige Regulirung der Apparate gewiss immer so klein gemacht werden, dass sie entweder ansser Acht gelassen, oder durch häufigere Wiederholung der Versuche unschädlich gemacht werden kann.

Anstatt die Coincidenzen mit dem Ohre zu beobachten, kann man auch den Schrelbapparat des Telegraphen anwenden und die Coincidenzen durch das Auge ermitteln. Lässt man nämlich den Papierstreifen sich abwickeln, so markirt sich jede Schwingung der Uhr durch einen kleinen Strich (dessen Länge durch Verschiebung des Quecksilbers regulirt werden kann) auf demselben. Die beiden Beobachter können nun abwechselnd die Schläge der vollen Secunden ihrer Chronometer durch Niederdrücken der Taste ebenfalls auf dem Papiere markiren, und das Auge entscheidet dann leicht, wo die von dem Chronometer herrührenden Striche die Intervalle der von der Pendel-Uhr markirten Zeitabschnitte

halbiren und umgekehrt, wodurch dann stets eine Coincidenz mit der nicht telegraphirten Secunde der Pendel-Uhr, oder mit dem Halb-Secundenschlage des Chronometers angedeutet wird. Es erfordert indessen einige Uebung, diese Signale stets gleichzeitig mit den Schlägen des Chronometers auszusprechen, besonders wenn es längere Zeit fortgesetzt werden muss.

Die Beobachtung der Coincidenzen in dieser Weise auf dem Papierstreifen wird aber ungemein sicher und bequem und von der Uebung und Schätzung des Beobachters ganz unabhängig, wenn auf beiden Stationen eine Pendel-Uhr sich befindet, und die Coincidenzen dieser beiden Uhren ermittelt werden sollen. Ich stellte, um auch hierüber Versuche zu machen, eine zweite Uhr in Pillau auf*) und liess nun auf beiden Stationen die Papierstreifen sich abwickeln, während beide Uhren zugleich ihre Schläge auf denselben markirten. Die von den beiden Uhren herrührenden Striche unterschieden sich leicht durch verschiedene Länge, und ihre gegenseitige Verschiebung tritt sehr klar auf dem Papiere hervor, so dass die Zeiten der Halbbrungen ohne Schwierigkeit zu ermitteln sind. Es ergaben z. B. unsere Beobachtungen vom 28. Aug. die folgenden Coincidenzen, bei denen die angegebenen Zahlen sich auf eine willkürlich angelegte Zählung der Secundenstriche beziehen, die auf den beiden Streifen durch beliebige, von der einen Station aus eingeschaltete Signastriche identificirt wurden.

Auf dem Königsbg. Papiere		Auf dem Pillauer Papiere	
Königsbg. Uhr	Pillauer Uhr	Königsbg. Uhr	Pillauer Uhr
163	= 158	162	= 157
234	= 227	232	= 225
306	= 297	306	= 296
375	= 364	375	= 364
447	= 434	448	= 435
519	= 504	518	= 503
590	= 573	590	= 578
661	= 642	660	= 641

Die hier angegebenen Coincidenzen sind, da jede Uhr nur von 2 zu 2 Secunden einen Schlag angab, wirkliche Coincidenzen der markirten Secunde der einen Uhr mit der nicht markirten Secunde der andern, d. h. auf dem Papiere die Halbbrungen der Intervalle der einen Uhr durch die Striche der andern. Die Coincidenzen der markirten Secunden selbst lassen sich nicht scharf bestimmen, da die Striche längere Zeit zusammenfallen, man könnte sie aber leicht

*) Bei dieser Uhr geschah die Schliessung der galvanischen Kette durch einen kleinen Drath, welcher an die Ankerwalve befestigt war und bei jeder Schwingung (d. h. alle zwei Secunden) in ein vertical verschiebbares Quecksilbergefäss eintauchte, eine Vorrichtung, welche mir der oben erwähnten noch vorzuziehen scheint.

durch Abänderung der Versuche und Einschaltung eines zweiten Hammers für das Ohr bemerkbar machen, und so mit Augen und Ohren die Coincidenzen bestimmen. Bei meinen Versuchen war das Verhältniss der Schwingungszeiten der beiden Uhren nahezu 35:36, so dass die Striche der schneller gehenden Königsb. Uhr bei jedem Schläge um $\frac{1}{35}$ des Intervalls der Pillauer Uhr (letzterer etwa = 1,5 Zoll) fortrückten, und der Eintritt einer Halbierung durch blosses Angemassn schon so sicher geschätzt werden kann, dass man nicht leicht um ein Intervall zweifelhaft bleibt.

Die vorhin angegebenen beiden Beobachtungsreihen geben im Mittel

Königsberger Streifen. 411,873 K.U. = 399,875 P.U.

Pillauer Streifen: 411,250 K.U. = 399,250 P.U.

oder wenn man das letztere Resultat auf die Zeit des ersten reducirt:

Pillauer Streifen 411,893 K.U. = 399,875 P.U.

Der Unterschied der Resultate der beiden Papiere beträgt also nur 0'018, und das Mittel aus beiden besitzt gewiss eine Sicherheit, wie sie bei zwei neben einander stehenden Uhren durch das Ohr allein wohl kaum besser zu erreichen ist.

Werden auf diese Weise die Pendel-Uhren zweier Sternwarten telegraphisch mit einander verbunden und verglichen, (die eine muss natürlich langsamere Schwingungen machen) und die Momente der astron. Beobachtungen ebenfalls durch Benützung des galvanischen Stromes auf dieselben Papiersealen eingetragen, wodurch die hörbaren Uhrschräge bei den Beobachtungen ganz eliminirt werden, so lässt diese Methode in Beziehung auf die Bestimmung der Längendifferenzen schwerlich etwas zu wünschen übrig, da sie noch den Vortheil gewährt, dass alle Notirungen auf beiden Stationen erhalten werden und sich gegenseitig kontrolliren. Die anzuwendenden Apparate sind dabei ausser den Pendel-Uhren keine andere, als die bei der heutigen Einrichtung der Telegraphen bereits vorhandenen. Allein die Methode bietet noch ein anderes Interesse. Das Verhältniss der Schwingungszeiten der beiden Uhren lässt sich aus denselben Beobachtungen ebenfalls mit sehr grosser Genauigkeit ermitteln, (die vorhin angeführten beiden Beobachtungsreihen gaben z. B. das Verhältniss auf dem Königsberger Papierstreifen = 1:0,97198, auf dem Pillauer = 1:0,97192) so dass, wenn auf diese Weise ein transportables Pendel B mit einem feststehenden A an Orten von sehr verschiedener Polhöhe verglichen wird, oder wenn die beiden Pendel vertauscht werden, und so bei beträchtlicher Polhöhdendifferenz die Bestimmung des Schwingungsverhältnisses wiederholt wird, aus den Aenderungen der Schwingungsdauer die von der Polhöhe abhängigen Aenderungen der Schwere sich vielleicht noch

genauer und gewiss leichter ermitteln lassen, als durch die Bestimmung der absoluten Länge des Secundenpendels. Die geodätischen Messungen von Längendifferenzen erhalten dadurch, ohne wesentliche Vermehrung der Mühe, einen neuen nicht unwichtigen Zusatz, und eben deshalb scheint mir die Methode der gleichzeitig telegraphirenden Pendel-Uhren bei Längenbestimmungen sehr empfehlenswerth. In der Schweiz gehen mehrere Telegraphenlinien über sehr hohe Gebirgspässe hinweg, und es liessn sich dort wohl auch auf diese Weise Aenderungen der Schwingungsdauer mit der Höhe beobachten, die vielleicht nicht weniger lehrreich sein würden, als die ähnlichen von Prof. Airy in den Gruben von South Shields angestellten Experimente.

Obgleich meine hier beschriebenen Versuche nur als vorläufige dienen sollten und ohne besondere Vorsichtsregeln ausgeführt wurden, so ist doch die Uebereinstimmung und Sicherheit der durch die Vergleichung der bei den Pendel-Uhren erlangten Resultate grösser als ich sie bei der Mittelmässigkeit der angewandten Uhren und der ungleichförmigen Abwicklung der Papierstreifen erwartet hatte. Ich bin daher überzeugt, dass das Verfahren, mit gehöriger Vorsicht angewandt, auch dazu dienen kann, die Geschwindigkeit des galvanischen Stromes, oder besser gesagt, die Zeit x zu messen, um wie viel die Schläge jeder Uhr auf der entfernten Station später markirt werden als auf der näheren. Man überzeugt sich leicht, dass, wenn das Verhältniss der Schwingungszeiten der beiden Uhren

$$t : t' = m' : m$$

ist, so dass m Schwingungen der einen Uhr gleich m' Schwingungen der andern sind, der Eintritt der Coincidenzen auf derjenigen Station zu früh beobachtet wird, auf welcher die schneller schwingende Uhr sich befindet, und zwar um die Grösse

$$\frac{x m'}{t(m-m')} = - \frac{x m}{t'(m-m')}$$

zu früh ($m > m'$ angenommen), d. h. um so viel Intervalle oder Secunden zu früh als erforderlich sind, damit die schneller schwingende Uhr der andern um die Grösse x voreilt, während auf der andern Station die Coincidenz um eben so viel später eintritt, so dass in dem Unterschiede der Beobachtungen beider Stationen der Werth von x verdoppelt wird. Auf die oben angeführten Beobachtungen von Aug. 28 angewandt, zeigt sich freilich, dass die Coincidenzen umgekehrt in Pillau, wo die langsamere schwingende Uhr stand, im Mittel um 0'625 früher eintraten, woraus für x der negative Werth $x = -0'009$ folgt, allein jene vorläufigen Versuche sind auch nicht zu diesem Zwecke angestellt, und ich glaube den negativen Werth von x (wenn man überhaupt Gewicht darauf legen will), dem Umstande zu-

schreiben zu müssen, dass auf dem Königsberger Apparate das Uhrwerk den Papierstreifen nicht gleichförmig abwickelte, und deshalb die Abwicklung desselben durch den einwirkenden Schreibestift mehr gestört wurde als auf dem andern Apparate. Wendet man dagegen zu grösserer Genauigkeit geeignete Vorrichtungen an, z. B. die von Herrn Prof. Lamont bei seinen registrirenden Beobachtungen angewandten, wo die Secunden der Uhr sich auf einen gleich-

förmig rotirenden Cylinder durch Punkte markiren, ohne die Rotation desselben zu stören, so wird die gleichzeitige Beobachtung der Coincidenzen auf beiden Stationen vermuthlich nicht weniger zuverlässige Resultate liefern als die vor längerer Zeit in Nord-Amerika von Prof. Mitchell und S. C. Walker angestellten Experimente.

Königsberg 1856, Sept. 3.

M. Wichmann.

Aus einem Schreiben des Herrn Dr. Lehmann an den Herausgeber.

Die wissenschaftliche Abrundung meiner einmal aufgegebenen Arbeit erforderte, dass ich, ohne Rücksicht auf die öftere oder seltener practische Anwendung, auch Tafeln für die geradlinige Centralbewegung mit abstossender Kraft berechnete, worauf dann die Untersuchung über die hyperbolische Bewegung mit abstossender Kraft (deren Centralpunkt im Brennpunct der entgegengesetzten Hyperbel liegt) folgen wird. (Sind wir erst in der Kenntniss der Naturkräfte, welche die Cometschweife erzeugen, weiter gekommen, so gehört die Idee einer Anwendung der Theorie der

Centralbewegung mit abstossender Kraft wohl nicht ganz zu den Chimären). Erst nachher werde ich zur Theorie der hyperbolischen Bewegung mit anziehender Kraft, und zuletzt zur elliptischen Bewegung übergehen, wobei erst die der Parabel sich sehr nähernden, dann die weniger excentrischen Ellipsen an die Reihe kommen werden. Die letzteren werden Veranlassung zur Construction der ausgedehntesten und am meisten zur Anwendung kommenden Tafeln geben.

Spandau, den 27. August 1856.

W. Lehmann.

Beobachtungen der Hygiea am Altonaer Meridiankreise. (Fortsetzung.)

	M. Zt. Altona	α app. (10)	δ app. (10)
1856 Aug. 15	$11^h 57^m 29^s$	$21^h 35^m 38^s 82$	
16	11 52 47	34 52,13	$-10^{\circ} 59' 31'' 0$
30	10 47 31	24 37,33	11 41 40,5

Inhalt.

(Zu Nr. 1045.) Bemerkungen über einige veränderliche Sterne, von Herrn Prof. Argelander 193. —

Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Argelander an den Herausgeber 203. —

Schreiben des Herrn Barons von Dembowski an den Herausgeber 205. —

Schreiben des Herrn Ministerial-Secretairs Paschen an den Herausgeber 205. —

Längenunterschied zwischen Altona und Lübeck durch Chronometer 207. —

(Zu Nr. 1046.) Kurze Notiz, die Kähler'schen Logarithmen-Tafeln betreffend, von Herrn Dr. Lehmann 209. —

Ueber die Benutzung der Telegraphen zu geodätischen Messungen, von Herrn Dr. Wichmann 215. —

Aus einem Schreiben des Herrn Dr. Lehmann an den Herausgeber 223. —

Beobachtungen der Hygiea am Altonaer Meridiankreise 223. —

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 1047.

Berliner Refractor-Beobachtungen, von Herrn Dr. Förster.

		Leda (30.)							
		Planet	Δα	Δδ	α app.	lg. f. P.	δ app.	lg. f. P.	Vgl. St.
		M. Zt. B.							
1856	Mai	2	10 ^h 13 ^m 59 ^s	+ 18' 10 ^u 2	+ 5' 38 ^u 1	129° 29' 18 ^u 1	0.6900	+ 13° 59' 10 ^u 5	0.7816 o
		3	10 30 40	+ 36 16.4	+ 0 45.3	129 47 23.8	0.7037	+ 13 54 17.4	0.7881 o
		21	10 17 9	+ 6 17.6	+ 3 11.0	135 35 36.9	0.7194	+ 12 12 7.4	0.8056 p
		Laetitia (30.)							
1856	Mai	15	11 ^h 24 ^m 21 ^s	+ 0' 31 ^u 0	+ 3' 7 ^u 0	161° 3' 48 ^u 9	0.6815	+ 12° 16' 46 ^u 9	0.7873 k
		17	10 52 16	+ 28 34.4	+ 4 5.1	161 16 4.4	0.6548	+ 12 13 33.7	0.7800 l
		20	11 43 40	+ 5 3.3	+ 3 2.5	161 37 7.1	0.7089	+ 12 7 35.7	0.7993 m
		21	11 45 0	+ 12 31.1	+ 0 53.0	161 44 34.8	0.7117	+ 12 5 26.3	0.8010 m
		Harmonia (30.)							
1856	Mai	3	12 ^h 56 ^m 14 ^s	- 77' 51 ^u 1	+ 0' 22 ^u 7	191° 14' 13 ^u 3	0.5671	+ 2° 12' 42 ^u 4	0.8210 f
		6	12 42 26	+ 16 0.5	- 0 12.0	190 49 23.6	0.5667	+ 2 15 14.1	0.8208 g
		20	12 45 32	+ 55 30.2	- 4 4.2	189 42 44.2	0.6384	+ 2 3 2.5	0.8243 h
		23	11 55 47	+ 9 18.7	+ 5 0.4	189 39 10.6	0.6093	+ 1 55 40.1	0.8232 i
		23	12 44 46	- 42 3.2	+ 0 54.7	189 39 10.5	0.6696	+ 1 55 33.8	0.8233 k
		25	12 38 51	+ 8 57.0	- 0 55.7	189 38 47.8	0.6715	+ 1 49 44.2	0.8235 l
		27	11 54 37	+ 5 38.0	- 3 6.7	189 40 4.7	0.6300	+ 1 43 14.8	0.8245 t
	Juni	1	12 18 18	- 50 20.8	- 2 58.1	189 50 19.9	0.6770	+ 1 24 2.6	0.8270 m
		2	11 32 4	+ 37 8.5	+ 0 24.8	189 53 26.2	0.6302	+ 1 19 48.6	0.8259 n
		9	11 48 1	- 40 56.5	- 6 44.1	190 26 43.5	0.6759	+ 0 45 20.0	0.8286 o
		12	11 36 57	+ 34 43.5	+ 3 9.3	190 46 18.3	0.6752	+ 0 28 39.8	0.8294 p
		26	11 17 7	- 77 21.4	+ 3 15.7	192 56 4.5	0.6955	- 1 3 17.6	0.8323 q
		27	10 55 6	- 3 9.6	+ 5 1.8	193 7 19.9	0.6819	- 1 10 27.5	0.8331 r
		29	11 3 48	+ 37 1.1	+ 7 5.5	193 31 21.1	0.6931	- 1 25 18.4	0.8331 s
	Juli	1	10 33 0	+ 29 16.6	+ 5 27.9	193 56 1.8	0.6737	- 1 40 31.1	0.8345 t
		13	10 15 23	- 5 47.1	- 0 43.1	196 46 14.4	0.6889	- 3 18 24.9	0.8366 u
		Isis (32.)							
1856	Juni	9	12 ^h 42 ^m 22 ^s	- 6' 25 ^u 5	+ 0' 5 ^u 8	238° 44' 45 ^u 9	0.4730	- 16° 0' 3 ^u 8	0.8866 a
		12	12 31 58	- 2 4.7	- 0 32.2	238 2 14.1	0.4520	- 16 9 5.2	0.8881 b
		13	12 10 53	- 15 28.9	- 5 43.7	237 48 50.6	0.3981	- 16 12 16.5	0.8911 c
		26	12 28 29	- 6 30.4	- 7 1.9	235 28 11.0	0.6016	- 17 1 41.0	0.8757 d
		29	12 2 46	- 56 33.7	- 0 17.3	235 7 5.5	0.5790	- 17 15 2.6	0.8794 e
	Juli	1	11 57 51	- 29 38.5	+ 3 16.9	234 55 29.8	0.5824	- 17 24 26.5	0.8787 f
		16	10 43 46	- 3 12.2	- 4 10.6	234 37 54.8	0.5655	- 18 45 18.7	0.8845 g
		24	9 8 20	- 24 9.2	- 0 24.4	235 17 26.9	0.3620	- 19 34 41.7	0.9009 h
		26	10 26 41	+ 16 51.6	+ 2 51.6	235 32 44.3	0.5999	- 19 47 44.9	0.8808 i
		31	9 58 41	- 21 31.7	+ 1 21.3	236 19 3.6	0.5802	- 20 20 39.0	0.8846 k
	Aug.	1	9 43 4	- 7 7.4	- 3 49.6	236 29 42.2	0.5548	- 20 27 23.8	0.8884 l
		2	9 41 20	- 38 35.1	- 0 15.6	236 40 56.2	0.5573	- 20 34 10.9	0.8874 m
		Metis (30.)							
1856	Juni	27	13 ^h 35 ^m 57 ^s	- 7' 42 ^u 9	+ 2' 37 ^u 1	290° 55' 5 ^u 6	+ 0 ^u 3	- 27° 22' 34 ^u 6	+ 5 ^u 2 a
	Juli	1	13 0 39	- 23 6.2	- 0 29.6	289 54 4.0	+ 0 ^u 5	- 27 38 55.8	+ 5.2 b

Astraea (5)

		Planet — *		Astraea (5)									
		M. Zt. B.	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$	α app.	Par.	δ app.	Par.	Vgl. St.				
1856 Juli	24	12 ^h 49 ^m 25 ^s	+ 3' 8 ^u 3	— 5' 23 ^u 7	300° 47' 52 ^u 5	+ 0 ^u 7	— 17° 28' 46 ^u 5	+ 3 ^u 9	a				
	26	13 45 6	+ 37 2.0	— 0 56.2	300 20 6.5	+ 1.4	— 17 37 11.1	+ 3.8	b				
	27	13 38 57	+ 23 32.2	— 5 1.2	300 6 36.8	+ 1.4	— 17 41 16.1	+ 3.8	b				
Aug.	5	10 17 47	+ 4 4.1	+ 3 43.8	298 11 39.0	— 0.4	— 18 17 0.8	+ 3.9	c				
	6	11 33 53	— 8 46.1	— 0 22.0	297 58 48.7	+ 0.6	— 18 21 6.6	+ 3.9	c				

Clree (35)

1856 Juli	24	11 ^h 30 ^m 59 ^s	+ 18' 39 ^u 6	+ 3' 13 ^u 0	306° 58' 40 ^u 4	— 0.5	— 11° 43' 8 ^u 9	+ 3 ^u 9	b			
	26	12 59 58	— 20 9.8	— 0 56.3	306 32 4.2	+ 0.6	— 11 51 2.6	+ 3.9	d			
	27	12 17 35	— 5 17.1	+ 0 59.4	306 19 30.1	+ 0.2	— 11 54 54.7	+ 3.9	d			
	29	10 54 54	— 9 57.3	+ 0 51.0	305 54 23.5	— 0.7	— 12 2 39.4	+ 3.9	e			
	30	10 58 53	— 10 7.2	+ 0 38.8	305 41 30.2	— 0.6	— 12 6 43.9	+ 3.9	f			
Aug.	1	11 0 6	+ 5 46.1	+ 1 5.5	305 15 55.7	— 0.5	— 12 14 57.2	+ 3.9	g			
	2	10 43 1	— 6 44.2	— 3 2.9	305 3 25.5	— 0.6	— 12 19 5.6	+ 3.9	g			

Flora (8)

1856 Mai	27	13 ^h 17 ^m 7 ^s	+ 6' 3 ^u 3	— 2' 29 ^u 5	270° 45' 32 ^u 3	+ 0.3	— 15° 36' 52 ^u 2	+ 5 ^u 8	a			
	2	13 38 25	— 11 15.4	+ 4 36.8	269 24 25.8	+ 0.4	— 18 44 36.5	+ 5.8	b			
	3	12 41 59	— 25 21.8	+ 3 14.3	269 10 19.8	— 0.4	— 18 45 59.0	+ 5.8	b			

Mittlere Oerter der Vergleichsterne 1856.0.

		Bezeichnung	α med.	δ med.	Autoritäten	Bemerkungen
Leda (38)		* o	129° 10' 59 ^u 5	+ 13° 53' 29 ^u 1	Vergl. mit * ω , mit * ϕ , mit * π	ω (2), ϕ (1), π (4)
		* p	135 29 9.7	+ 12 8 52.0	T. 3990	
		* ω	128 35 14.4	+ 13 53 18.7	B. Z. 62 (Lal. 17130 ausgeschl.)	
		* ϕ	129 30 27.6	+ 13 47 24.8	B. Z. 62, Lal. 17252	L (4)
		* π	131 1 16.8	+ 13 55 44.1	B. Z. 62	
		o — ω	+ 35 47.7	+ 0 9.3	Vergl. am Faden-Micrometer	
		o — ϕ	— 19 34.8	+ 6 6.8		
		o — π	— 1 50 14.0	— 2 15.5		
Laetitia (39)		* k	161 3 0.9	+ 12 13 41.7	B. Z. 71, Vergl. mit * x	
		* l	160 47 13.7	+ 12 9 30.4	B. Z. 71, Vergl. mit * y	
		* m	161 31 47.6	+ 12 4 35.0	B. Z. 71, 72, Vergl. mit * z	
		* x	161 28 9.5	+ 12 19 18.1	B. Z. 72	
		* y	161 6 11.3	+ 12 7 18.3	B. Z. 71, 72	
		* z	161 19 9.6	+ 12 3 8.3	B. Z. 71, 72	
		k — x	— 25 10.1	— 5 36.2	Vergl. am Faden-Micrometer	
		l — y	— 18 57.0	+ 2 12.0		
		m — z	+ 12 37.2	+ 1 27.7		
Harmonia (40)		* f	192 31 39.6	+ 2 12 30.4	B. Z. 77, R. 4196, S. II. 147	
		* g	190 32 58.9	+ 2 15 40.6	Lal. 23906	
		* h	188 46 51.0	+ 2 7 16.2	B. Z. 77, Vergl. mit * x	
		* i	189 29 28.0	+ 1 50 49.0	B. Z. 77	
		* k	190 20 50.5	+ 1 54 48.5	B. Z. 77	
		* l	189 33 4.1	+ 1 46 29.8	B. Z. 77	
		* m	190 40 18.3	+ 1 27 9.7	B. Z. 77	
		* n	189 15 55.8	+ 1 19 32.7	B. Z. 77, S. II. 144	
		* o	191 7 19.8	+ 0 52 14.0	B. Z. 75, S. I. 150	

	Bezeichnung	α med.	δ med.	Autoritäten	Bemerkungen	
Harmonia $\odot$	* p	190° 11' 13".4	+ 0° 25' 38".6	B. Z. 75, Lal. 23859	$L \frac{1}{2}$	
	* q	194 13 4.7	- 1 6 25.0	B. Z. 75, Vergl. mit * y		
	* r	193 10 8.1	- 1 15 21.7	B. Z. 75		
	* s	192 54 3.2	- 1 18 2.0	B. Z. 75		
	* t	193 26 24.5	- 1 45 51.3	Vergl. mit * z		
	* u	196 51 42.6	- 3 17 32.9	B. Z. 81, R. 4233		
	* x	188 20 14.7	+ 2 5 23.9	B. Z. 77		
	* y	194 14 44.6	- 1 11 57.7	B. Z. 70, 73, 75		
	* z	193 18 37.2	- 1 47 4.3	B. Z. 70		
	$h-x$	+ 26 36.9	+ 1 51.1	Vergl. am Faden-Micrometer		
	$q-y$	- 1 43.1	+ 5 31.0			
	$t-z$	+ 7 47.3	+ 1 13.0			
Isis $\odot$	* a	238 50 37.3	- 15 59 56.2	A. Z. 205, 297	49 Librae Vergl. $\frac{1}{2}$	
	* b	238 3 44.8	- 16 6 19.1	Argel. Catal. 37375		
	* c	235 34 7.3	- 16 54 25.5	A. Z. 297, Vergl. mit * x		
	* d	234 9 58.0	- 17 14 31.5	A. Z. 207, Vergl. mit * y		
	* e	235 24 34.2	- 17 27 29.7	A. Z. 303		
	* f	234 40 31.0	- 18 40 54.0	A. Z. 303		
	* g	235 41 3.7	- 19 34 3.4	A. Z. 208		
	* h	235 15 20.9	- 19 50 22.3	A. Z. 385		
	* i	236 40 3.4	- 20 21 46.1	A. Z. 208		
	* k	236 36 18.1	- 20 23 20.1	A. Z. 208, Vergl. mit * z		
	* l	237 18 59.7	- 20 33 41.2	A. Z. 208, 385		
	* x	236 2 46.1	- 16 47 51.3	A. Z. 207, 297		
	* y	233 53 54.7	- 17 20 29.4	A. Z. 207		
	* z	236 59 8.7	- 20 20 56.8	A. Z. 385		
	$c-x$	- 28 34.0	- 6 31.3	Vergl. am Faden-Micrometer		
	$d-y$	+ 6 9.8	+ 5 50.2			
	$k-z$	- 23 20.0	- 2 22.3			
Metis $\odot$	* a	291 2 3.8	- 27 25 10.3	A. Z. 241, Vergl. mit * x , Vergl. mit * y		
	* b	290 16 24.4	- 27 38 24.7	A. Z. 241, Vergl. mit * z		
	* x	291 22 39.0	- 27 27 32.9	A. Z. 241, 394		
	* y	291 15 39.1	- 27 28 0.8	A. Z. 241, 394		
	* z	290 13 31.1	- 27 43 34.5	A. Z. 241, 231		
	$a-x$	- 20 35.6	+ 2 21.4	Vergl. am Faden-Micrometer		
	$a-y$	- 13 31.2	+ 2 52.0			
	$b-z$	+ 2 51.7	+ 5 9.8			
Astraea $\odot$	* a	300 43 57.5	- 17 23 24.8	A. Z. 244, 252, Vergl. mit * x		
	* b	299 42 17.4	- 17 36 16.7	A. Z. 244, 252, Vergl. mit * y		
	* c	298 6 46.6	- 18 20 46.0	A. Z. 252, Vergl. mit * z und * u		
	* x	301 20 22.2	- 17 23 42.3	A. Z. 244		
	* y	300 24 49.8	- 17 31 32.4	A. Z. 244, 252		
	* z	297 41 10.9	- 18 20 40.1	A. Z. 244, 252		
	* u	298 33 29.5	- 18 18 13.5	A. Z. 252		
	$a-x$	- 36 25.8	+ 0 17.2	Vergl. am Faden-Micrometer		
	$b-y$	- 42 31.1	- 4 44.2			
	$c-z$	+ 55 35.6	- 0 4.8			
	$c-u$	- 26 42.0	- 2 44.0			

	Bezeichnung	α med.	δ med.	Autoritäten
Circe (54)	* b	306° 39' 16" 0	-11° 46' 25" 6	B.Z. 114, Vergl. mit * x
	* c	306 51 28,9	-11 50 10,4	B.Z. 103, 104, 114
	* d	306 24 1,9	-11 55 58,0	B.Z. 103
	* e	306 3 35,1	-12 3 34,5	B.Z. 103, 104
	* f	305 50 51,6	-12 7 26,7	B.Z. 103, 104, Vergl. mit * y
	* g	305 9 23,6	-12 16 6,6	B.Z. 103, Vergl. mit * z, * u, * v
	* x	305 48 42,1	-11 50 16,4	B.Z. 103
	* y	305 53 25,0	-12 7 7,3	B.Z. 103, 104
	* z	305 13 14,0	-12 11 53,2	B.Z. 103
	* u	304 48 30,6	-12 17 40,3	B.Z. 103
	* v	305 36 39,5	-12 16 39,2	B.Z. 104
	b-x	+ 50 32,8	+ 3 53,1	Vergl. am Faden-Micrometer
	f-y	- 2 37,0	- 0 19,1	
	g-z	- 3 48,0	- 4 11,8	
	g-u	+ 20 53,1	+ 1 32,5	
	g-v	- 27 15,8	+ 0 30,5	
Flora (8)	* a	270 38 56,8	-18 34 14,7	A.Z. 218, 391
	* b	269 35 5,8	- 18 49 5,0	A.Z. 391.

Bemerkungen zu den Beobachtungen.

Leda.

Mai 2. Nur sehr wenige Vergleichungen.

Mai 21. In α 7, in δ nur 1 Vergl. der Planet kaum zu sehen.

Der Vergleichstern o ist nicht sehr sicher bestimmt, da die 3 Vergleichungen stark differiren.

Laetitia.

Den Planeten weiter zu verfolgen, hinderten die Nachsicherungen nach Daphne.

Harmonia.

Juni 26. Schlechte Luft und wenig Vergleichungen.

Juni 29. Vielleicht eine Correction für das Parallel $\Delta \alpha = +2^3$ erforderlich.

Juli 13. Wenige Vergleichungen unter den ungünstigsten Verhältnissen. In dem Vergleichstern differiren B. und R. ziemlich stark.

Ials.

Juli 24 und 26. Nur wenige Vergleichungen bei sehr tiefem Stande. Von Wolken unterbrochen.

Astraea.

Der Planet wurde hell 10.11. Gr. geschätzt.

Circe.

Der Planet wurde 12. Gr. geschätzt.

Vergleichung einiger Beobachtungen mit den Ephemeriden.

Rechnung — Beobachtung					
Circe.			Astraea.		
	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
Juli 24	-45° 50'9	-9° 26'6	Juli 24	+0° 14'8	-0° 5'1
26	55.3	24.3	26	15.0	6.3
27	54.8	18.8	27	16.7	7.8
29	53.8	16.0	Aug. 5	18.1	5.4
30	54.2	13.7	6	+0 17.7	-0 4.9
Aug. 1	51.6	10.3	Metis.		
2	-45 50.8	-9 6.8	Juni 27	-0° 2'1	+0° 0'5
			Juli 1	-0 3.0	-0 2.0

Von Leucothea ist es mir bisher nicht gelungen, eine Beobachtung zu erhalten. Das Wetter war hier im Juli und August so schlecht, dass sich kaum 6 Abende fanden, wo die Luft für ein so schwaches Object in -26° Declination die nöthige Durchsichtigkeit hatte. Diese Abende wurden mit eifrigem Suchen zugebracht; da die Ephemeride um viele Zeitminuten fehlerhaft sein konnte, wurde die Nachforschung auf einen beträchtlichen Raum ausgedehnt, verlor aber dadurch an Vollständigkeit für die schwächsten Sterne. Den Durchgang des Planeten durch eine in der Richtung seines Lautes liegende, sehr genau zu erforschende Gegend von geringerer Ausdehnung abzuwarten, erlaubte die Unzuverlässigkeit des Wetters nicht. Da nun die Helligkeit der Leucothea auf 12.13^e berechnet war, und da fast jeder Luftzustand diese schwächsten Sterne in verschiedener Zahl und deshalb verschiedener Constellation zeigte, so ist es wohl erklärlich, dass meine Nachforschungen misslangen.

Hoftentlich ist Leucothea in Washington, wo sie so viel höher steht, gefunden worden.

Berlin, den 2. Sept. 1856.

Dr. W. Förster.

Beobachtungen zweier Cometen am Königsberger Helimeter, von H. Schlüter.

In № 484 der Astron. Nachr. hat *Bessel* einige Beobachtungen des im Mai 1843 von *Mauvais* entdeckten Cometen mitgetheilt, welche *Schlüter* mit dem hiesigen Helimeter angestellt hatte. *Schlüter* hat aber diesen Cometen noch bis Ende August verfolgt, und auch seine Beobachtungen vollständig reducirt und mit den von ihm berechneten a. a. O. angegebenen Elementen verglichen. Die weitere Bekanntmachung dieser Beobachtungen scheint unterblieben zu sein, weil die Vergleichsterne sämtlich am Meridiankreise neu bestimmt wurden, und später durch *Schlüter's* bald darauf erfolgten Tod vermuthlich in Vergessenheit geriethen. Ich habe diese von *Bessel* angestellten Meridianbeobachtungen jetzt reducirt und erlaube mir, die dadurch verbesserten und vervollständigten Beobachtungen *Schlüter's* als einen Nachtrag zu *Bessel's* oben erwähnter Mittheilung hier zusammenzustellen. Das Detail der Beobachtungen sowohl des Cometen als der Vergleichsterne findet sich in der gegenwärtig unter der Presse befindlichen 28^{ten} Abtheilung der Königsberger Beobachtungen. Die vollständigste Bahnbestimmung

dieses Cometen ist, meines Wissens, die in № 533 der Astr. Nachr. von *Goetze*, welcher als die wahrscheinlichste Bahn desselben eine Hyperbel, wenn auch mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit erhielt. Die von ihm benutzten Beobachtungen gehen aber nur bis Sept. 2, während der Comet in Nord-Amerika von *Leomis* (siehe Astron. Nachr. № 517) bis Oct. 1 beobachtet worden ist, und zeigen überdies unter einander oft sehr beträchtliche Sprünge, so dass die vortreflich unter einander harmonisirenden Beobachtungen *Schlüter's* als ein sehr wesentlicher Beitrag angesehen werden können, und der Comet wohl zu der beträchtlichen Zahl derer gezählt werden muss, über welche die Rechnungen noch nicht als abgeschlossen zu betrachten sind. Die den folgenden Beobachtungen beigefügten Werthe $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ bezeichnen die Abweichungen (Rechnung — Beobachtung) der Beobachtungen von der aus *Schlüter's* Elementen hervorgehenden Ephemeride, wie sie unter Anwendung der neu bestimmten Orte der Vergleichsterne aus den von *Schlüter* gefundenen Abweichungen sich ergeben.

Comet entdeckt zu Paris von *Mauvais* 1843 Mai 3.

		M. Zt. Kbg.	Alt. app. ☿	Decl. app. ☿	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
1843 Mai	19	12 ^h 20 ^m 46 ^s	335 ^s 25 ^s 29 ^s 2	+ 28 ^h 40 ^m 33 ^s 0	— 6 ^s 8	+ 2 ^s 3
	20	13 6 32	57 16 0	34 55 8	— 9 0	0 0
	21	12 27 8	336 26 44.3	29 20 5	— 2 2	— 0 2
	22	12 30 35	56 52.1	23 22 9	— 1 3	— 3 8
	24	11 57 47	337 53 19.0	10 34 0	— 2 7	+ 5 4
	28	12 12 17	339 49 33.7	27 41 37.8	— 6 4	+ 1 6
	29	12 30 54	340 17 27.7	33 33 9	— 5 6	+ 2 2
	31	12 24 14	342 3 46.0	26 58 50.6	— 1 3	— 3 2
Juni	3	12 34 6	342 29 35.9	49 14 9	0 0	— 1 0
	11	12 30 34	345 41 0.7	25 21 13.3	+ 4 8	— 2 1
	16	12 19 24	347 27 41.8	24 14 30.0	+ 0 5	— 3 0
	17	12 43 32	347 48 9.6	23 59 40.3	— 0 7	— 0 9
	18	12 12 57	348 7 25.0	45 5 1	— 0 3	— 4 6
	21	12 8 6	349 3 51.2	22 57 48.1	— 1 7	— 7 6
	24	11 59 51	351 42 42.0	19 49 50.0	+ 4 1	— 1 3
	4	12 40 36	352 21 30.2	18 42 54.6	+ 8 2	— 11 7
Juli	5	11 54 11	33 2 2	20 29 6	+ 4 3	— 13 1
	6	12 13 34	44 33.8	17 56 26.9	+ 4 6	— 13 6
	7	12 9 5	55 24.6	32 11 0	+ 5 1	— 11 2
	8	11 53 16	353 5 40.1	7 37.4	+ 6 5	— 12 1
	31	11 51 15	354 43 32.5	4 56 20.4	+ 9 2	— 30 1
	Aug. 3	11 51 47	36 22.0	+ 3 0 0.8	+ 11 6	— 28 6
	15	12 41 44	353 27 32.7	— 5 12 53.7	+ 8 2	— 38 6
	16	12 49 49	19 14.5	54 49.2	+ 7 0	— 41 8
Aug.	17	14 9 32	10 4.7	— 6 38 51.9	+ 9 4	— 38 6
	18	14 28 25	0 58.8	— 7 20 55.5	+ 10 7	— 43 0
	19	13 46 33	352 52 1.4	— 8 1 10.1	+ 9 8	— 43 3
	20	13 2 22	42 49.4	41 11.8	+ 8 1	— 42 7
	21	12 18 3	33 17.5	— 9 21 1.7	+ 10 9	— 41 7
	22	13 21 0	352 22 46.9	— 10 3 37.3	+ 10 5	— 43 0

	M. Zt. Kbg.	AR app. ♂	Decl. app. ♂	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$
1843 Aug. 23	12 ^h 40 ^m 32 ^s	352 ^o 12' 49 ^{''} 3	-10 ^o 42' 57 ^{''} 6	+ 8 ^{''} 3	-46 ^{''} 6
24	13 0 19	2 7.1	-11 23 41.7	+10.6	-48.5
25	12 5 15	351 51 53.5	12 1 59.8	+ 7.0	-50.1
26	13 29 16	40 19.2	43 46.2	+ 7.9	-49.1
27	12 56 24	29 30.3	-13 21 55.2	+ 8.9	-47.6
30	12 32 38	350 55 52.5	-15 15 26.9	+ 1.3	-47.9

Die letzte Beobachtung ist die einzige, zu welcher der Vergleichstern nicht neu bestimmt ist, und lediglich auf einer Beobachtung der Hist. Cél. (Laland. Catal. N° 46068) beruht. —

Bei dieser Gelegenheit glaube ich hier auch noch die Beobachtungen eines früheren Cometen mit anführen zu dürfen, welche ebenfalls von *Schlüter* angestellt und reducirt, bisher aber nicht bekannt geworden sind. Die Vergleichsterne dazu sind gleichfalls sehr häufig in beiden Culminationen am *Reichenb.* Meridiankreise in den Jahren 1840—41 von *Busch* beobachtet und kürzlich von mir reducirt; die näheren Angaben darüber sind ebenfalls in der 28^{ten} Abthlg. der Königsberger Beobachtungen enthalten.

Comet entdeckt von *Bremiker* zu Berlin 1840 Oct. 26.

1840	M. Zt. Kbg.	AR app. ♂	Decl. app. ♂
Nov. 1	8 ^h 46 ^m 24 ^s	286 ^o 29' 15 ^{''} 7	+60 ^o 54' 26 ^{''} 2
3	12 39 53	289 44 30.9	49 52.0
4	9 33 19	290 50 2.0	47 13.3
16	6 23 33	311 15 57.1	58 50 32.2
20	5 41 20	318 54 21.0	57 24 46.1
20	9 18 22	319 11 59.6	20 56.2
23	6 31 10	324 48 6.3	55 59 17.5
27	6 53 7	332 34 57.1	53 44 13.1
28	7 29 23	334 22 42.8	52 38 28.8
30	10 51 31	338 16 46.0	+51 27 30.6

Die angegebenen Rectascensionen und Declinationen beziehen sich auf das scheinbare Aequinoctium und sind von dem Einflusse der Refraction, nicht aber von der Parallaxe befreit.

Königsberg, im Aug. 1856.

M. Wichmann.

Schreiben des Herrn Dr. *Brubus* an den Herausgeber.

Zur Beobachtung der Bellona in der diesjährigen Opposition erlaube ich mir Ihnen folgende vorläufige Ephemeride zu übersenden.

12 ^h m. Zt. Berl.	α	δ	lg Δ
1856 Sept. 7	22 ^h 59 ^m 35 ^s	-11 ^o 12' 7"	0.3149
8	58 49	19.9	
9	58 3	27.0	
10	57 17	34.1	
11	56 31	41.1	
12	55 46	48.0	0.3159
13	55 0	-11 54.8	
14	54 15	-12 1.5	
15	53 31	8.1	
16	52 47	14.5	
17	52 4	20.8	0.3183
18	51 21	27.1	
19	50 39	33.3	
20	49 58	39.4	
21	49 17	45.4	
22	48 36	51.2	0.3222
23	47 56	-12 56.9	
24	47 17	-13 2.4	
25	46 38	7.8	
26	46 0	13.1	
27	22 45 23	-13 18.3	0.3274

12 ^h m. Zt. Berl.	α	δ	lg Δ
1856 Sept. 28	22 ^h 44 ^m 47 ^s	-13 ^o 23' 4"	
29	44 12	28.4	
30	43 38	33.2	
Oct. 1	43 5	37.8	
2	42 32	42.2	0.3337
3	42 1	46.4	
4	41 32	50.0	
5	41 4	54.3	
6	40 38	-13 58.0	
7	22 40 13	-14 1.6	0.3411

Gestern Abend wurde sie hier von Herrn Dr. *Förster* aufgefunden und folgende Position beobachtet:

1856	α	δ
Sept. 8	13 ^h 20 ^m 34 ^s m. Zt. B.	344 ^o 41' 33 ^{''} 0 -11 ^o 20' 18 ^{''} 7

Sie gleicht einem Sterne hell 11ter Grösse. Ihre Lichtstärke beträgt 0,60 und nimmt man ihre Helligkeit in der Lichtstärke 1 zu 10,3 (nach Astr. Nachr. 982) an, so sollte sie jetzt 10,84 Gr. sein, also nahe mit obiger Schätzung übereinstimmend.

Die Abweichung der Jahres-Ephemeride der Bellona im Berliner Jahrbuche für 1858 beträgt:

R — B in AR — 42', in δ — 2'9"

so dass der Planet nach dieser Ephemeride auch schon vielleicht auf andern Sternwarten aufgefunden ist.

Zur definitiveren Bahnbestimmung werde ich jetzt gleich die diesjährige Opposition mit benutzten und Elemente und Ephemeride seiner Zeit mittheilen. Auch von der Irene und Melpomene hoffe ich wie bisher die Rechnungen fortsetzen zu können. Beobachten werde ich alle diejenigen Planeten, deren Helligkeit in den Oppositionen grösser als 9ter Grösse ist, bis zur 9,5ten Grösse kann ich unter günstigen Umständen im bleigigen Meridiankreuz sehen.

Bei der jetzigen Vertheilung der kleinen Planeten in Hinsicht der Beobachtungen wird es vielleicht interessiren, zu wissen, zwischen welchen Grössenklassen die kleinen Planeten in den Oppositionen einherschwanke. Ich habe diese Rechnungen anähernd dadurch ausgeführt, dass ich für das Maximum der Lichtstärke die Perihelidistanz, für das Minimum die Aphelidistanz und für die Erdbahn die Kreisbahn mit dem Radius 1 angenommen habe. Nach den neuesten Elementen schwanken die Lichtstärken für

Ceres zwischen	1,54 u. 0,68	Calliope zwisch.	1,75 u. 0,61
Pallas „	4,42 „ 0,55	Thalia „	4,45 „ 0,34
Juno „	5,19 „ 0,32	Themis „	1,93 „ 0,57
Vesta „	1,69 „ 0,63	Phocaea „	5,59 „ 0,31
Astraea „	3,20 „ 0,41	Proserpina „	1,63 „ 0,65
Hebe „	3,65 „ 0,38	Euterpe „	3,02 „ 0,35
Iris „	4,65 „ 0,34	Bellona „	2,48 „ 0,49
Flora „	2,77 „ 0,45	Amphitrite „	1,50 „ 0,70
Metis „	2,10 „ 0,54	Urania „	2,15 „ 0,53
Hygiea „	1,70 „ 0,63	Euphrosyne „	3,47 „ 0,39
Parthenope „	1,78 „ 0,61	Pomona „	1,66 „ 0,63
Victoria „	4,29 „ 0,35	Polyhymnia „	9,78 „ 0,24
Egeria „	1,57 „ 0,65	Circe „	1,76 „ 0,67
Irene „	2,75 „ 0,45	Leucothea „	3,59 „ 0,38
Ennomia „	3,12 „ 0,42	Atalante „	7,80 „ 0,27
Psyche „	2,11 „ 0,54	Fides „	2,94 „ 0,43
Thetis „	2,13 „ 0,53	Leda „	2,83 „ 0,44
Melpomene „	4,32 „ 0,35	Laetitia „	1,71 „ 0,62
Fortuna „	2,64 „ 0,46	Harmonia „	1,32 „ 0,88
Massalia „	2,39 „ 0,49	Isis „	2,31 „ 0,51
Lutetia „	2,70 „ 0,46		

Für die Lichtstärke 1 sind für die verschiedenen Planeten folgende Helligkeiten angenommen:

Ceres	7,4 Grösse	Flora	8,9 Grösse
Pallas	8,0 „	Hygiea	9,6 „
Juno	8,7 „	Parthenope	9,5 „
Vesta	6,5 „	Ennomia	8,5 „
Hebe	8,4 „	Melpomene	9,4 „
Iris	8,4 „	Polyhymnia	11,4 „

Diese Grössenachätzungen sind abgeleitet aus den Originalbeobachtungen des Herrn Prof. Argelander, deren Mittheilung ich der Güte des Herrn Dr. Schönfeld verdanke.

In den Astr. Nachr. № 982 finde ich:

Astraea	9,8 Grösse	Thalia	10,7 Grösse
Metis	8,9 „	Euterpe	10,2 „
Victoria	10,0 „	Bellona	10,3 „
Egeria	9,4 „	Amphitrite	9,1 „
Irene	9,6 „	Urania	9,7 „
Psyche	9,6 „	Euphrosyne	11,3 „
Fortuna	9,5 „		

Aus eignen Schätzungen füge ich hinzu:

Massalia	9,2 Grösse	Circe	11,6 Grösse
Lutetia	10,4 „	Leucothea	12,5 „
Calliope	9,5 „	Atalante	12,5 „
Themis	12,0 „	Fides	10,8 „
Phocaea	10,8 „	Leda	11,5 „
Proserpina	10,5 „	Laetitia	8,8 „
Pomona	11,0 „		

Harmonia, Daphne, Isis haben noch zu ungenaue Elemente.

Unter der von *Stamper**) und *Argelander***) gebrauchten Voraussetzung, dass die Lichtmenge einer Grössenklasse sich zu der der folgenden verhält wie 2,56:1, sind die Grenzen der Helligkeiten in den Oppositionen für

	Grösse		Grösse
Ceres zwischen	6,9 und 7,8	Lutetia zwisch.	9,3 und 11,2
Pallas „	6,4 „ 8,6	Calliope „	8,9 „ 10,0
Juno „	7,0 „ 9,9	Thalia „	9,1 „ 11,9
Vesta „	5,9 „ 7,0	Themis „	11,3 „ 12,6
Astraea „	8,6 „ 10,8	Phocaea „	9,0 „ 12,0
Hebe „	7,0 „ 9,4	Proserpina „	10,0 „ 11,0
Iris „	7,0 „ 9,6	Euterpe „	9,0 „ 11,3
Flora „	7,8 „ 9,8	Bellona „	9,4 „ 11,1
Metis „	8,1 „ 9,6	Amphitrite „	8,7 „ 9,5
Hygiea „	9,0 „ 10,1	Urania „	8,9 „ 10,4
Parthenope „	8,9 „ 10,0	Euphrosyne „	10,0 „ 12,3
Victoria „	8,5 „ 11,1	Pomona „	10,5 „ 11,5
Egeria „	8,9 „ 9,9	Polyhymnia „	9,0 „ 12,9
Irene „	8,5 „ 10,5	Circe „	11,0 „ 12,1
Ennomia „	7,3 „ 9,4	Leucothea „	11,1 „ 13,5
Psyche „	8,8 „ 10,3	Atalante „	10,4 „ 13,9
Thetis „	9,1 „ 10,6	Fides „	9,7 „ 11,7
Melpomene „	7,8 „ 10,3	Leda „	10,4 „ 12,4
Fortuna „	8,5 „ 10,3	Laetitia „	8,2 „ 9,3
Massalia „	8,3 „ 10,0		

*) Wiener Sitzungsberichte Bd. VII.

**) Astr. Nachr. № 982.

Sobald genauere Schätzungen der kleinen Planeten gemacht sind, werden die gegebenen Zahlen sich vielleicht etwas ändern, beträchtlich wird diese Aenderung hoffentlich nicht sein, jedenfalls denke ich, werden obige Zahlen bei

der Wahl der zu beobachtenden kleinen Planeten nicht ganz unnütz sein.

Berlin 1856, Sept. 9.

C. Bruhns.

Beobachtungen auf der Bilker Sternwarte, von Herrn Dr. R. Luther.

Circæ

	m. Zt. Bilk				
1855 April 18	11 ^h 33'51"9	202°35'42"4	— 6° 3' 4"0	6 Vergl. mit a	
19	11 1 10,6	202 24 19,4	— 5 56 17,6	6 Vergl. mit b	

Die Vergleichsterne wurden so angenommen:

	1855	scheinbare Oerter	mittlere Oerter 1855,0	
* a (9.10)	April 18	202°41'24"6 6' 3' 39"0	202°41' 4"1 — 6° 3' 28"2	Argelander 1 Beob.
* b (8.9)	19	202 31 38,5 — 5 54 54,2	202 31 17,9 — 5 54 43,4	Piazzi und Taylor.

Isis.

	m. Zt. Bilk			
1856 Juni 29	10°52'18"8	235°7'21"7	— 17°14'56"1	7 Vergl.
Vergleichstern nach Argelander's südl. Zone 207, № 102				

		scheinbarer Ort	mittlerer Ort 1856,0	
* (9.10)	1856 Juni 29	234°10'29"4 — 17°14'43"5	234°9'55"6 — 17°14'29"6	

Variabilis T Piscium.

	m. Zt. Bilk	
1856 Febr. 3	6 ^h 40"	T heller als h und schwächer als c und d, also = 9 ^{ter} Gr.
Juli 1	13 1	T = l = 10.11ter Gr.
14	12 51	T = i = k = 10.11ter Gr.
26	11 32	T schwächer als i und k und heller als m, also = 10 ^{ter} Gr.
Aug. 1	13 59	T schwächer als i und k und heller als m, also = 10 ^{ter} Gr.
30	9 2	T = l = i = k = 10.11ter Gr.
Sept. 2	9 39	T = l = i = k = 10.11ter Gr.
9	12 13	T = l = i = k = 10.11ter Gr.

Aus diesen Beobachtungen in Verbindung mit den früheren, welche in № 996 und № 1007 der Astron. Nachr. stehen, folgt, dass nächsten wieder ein Licht-Maximum von T Piscium zu erwarten ist.

Folgende Verbesserungen von Druckfehlern erlaube ich mir noch hinzuzufügen:

Im Uranus 1827 ist $\log 96348$	zu lesen	98343	statt	983943
Im Callet 1840 ist $\log \sin 1 47' 54''$	"	8,4966763	"	8,4969763
— $\log \sin 4 38 1$	"	8,9073235	"	8,9073245
— $\log \cotg 13 30 50$	"	0,6191827	"	9,6191827
— $\log \cotg 42 25 0$	"	0,0392158	"	0,0392258
Im Vega 1794 ist $\log \cotg 9 5 50$	"	10,7955426908	"	10,7955427008
In Astr. Nachr. № 773 ist die Hamb. Hebe AR. Juli 22 zu lesen 287°13'14"2 statt 286°58'14"2				
Im Berliner Jahrbuch 1856 pag 58 Oct. 13 ist zu lesen Vollmond statt Neumond.				

Bilk bei Düsseldorf 1856, Sept. 11.

R. Luther.

Inhalt.

- (Zu Nr. 1047.) Berliner Refractor-Beobachtungen, von Herrn Dr. Förster T25. —
 Beobachtungen zweier Cometen am Königsberger Heliometer, von H. Schlüter 233. —
 Schreiben des Herrn Dr. Bruhns an den Herausgeber 245. —
 Beobachtungen auf der Bilker Sternwarte, von Herrn Dr. R. Luther 239. —

Altona 1856, September 19.

Construction einer neuen Tafel für den *lapsus ellipticus* innerhalb der letzten fünf Achtel des Zeitraums, in welchem der bewegte Punct aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunct gelangt,

von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung von № 1044 der A. N.)

§ 30.

Für ein sehr kleines E ist näherungsweise

$$\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} = \frac{1}{144 s \sqrt{2s}}, \quad \frac{2 + \cos E}{32 s^3} = \frac{3}{32 s^3},$$

$$\frac{2016 + 576 \cos E}{32 s^3} = \frac{81}{s^3},$$

$$\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} \cdot \frac{2016 + 576 \cos E}{32 s^3} = \frac{9}{16 s^4 \sqrt{2s}},$$

$$M = \frac{1}{3} s \sqrt{2s}, \quad M^2 = \frac{1}{3} s^2, \quad M^3 = \frac{1}{3} s^3 \sqrt{2s},$$

$$\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} M = \frac{1}{432 s}, \quad \frac{2 + \cos E}{32 s^3} M^2 = \frac{1}{432 s}, \quad \text{und}$$

$$\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} \cdot \frac{2016 + 576 \cos E}{32 s^3} M^3 = \frac{1}{432 s}. \quad \text{Hieraus folgt, dass}$$

die berechneten Werthe von M^2 und M^3 der Differenzen-Controle nicht zugänglich sind, weil sie bei wachsendem E sich zu schnell ändern und folglich (da jedes einzelne Glied der Formel (80) § 27 sich weit weniger ändert) in einer zu verschiedenen Anzahl von Bruchstellen berechnet werden müssen. Noch weniger sind die Coefficienten von M , M^2 und M^3 der Differenzen-Controle zugänglich; denn sie gehen, während E durch 0 geht, durchs Unendliche. Dagegen sind das zweite und dritte Glied der Formel (80) sehr wohl der Differenzen-Controle zugänglich, und wir wollen das Resultat der letzteren hier übersichtlich zusammenstellen (wobei wir bemerken, dass jedes einzelne Glied der Formel (80) für gleiche und entgegengesetzte Werthe von E gleiche und gleichstimmige Werthe hat, eine solche Regelmässigkeit aber bei je zwei Werthen von E , welche zusammen 360° betragen, nicht stattfindet):

Bildet man von den für $E =$

$$-180^\circ, -165^\circ, -150^\circ, \dots +180^\circ$$

in 11 Bruchstellen berechneten Werthen von $-\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s}$ die

successiven Differenzen, so besteht die erste Differenzreihe aus 12 negativen und 12 positiven Differenzen, die 2te Differenzreihe aus 23 positiven, die 3te aus 11 negativen und 11 positiven, die 4te aus 21 positiven u. s. w. Diese Regel-

mässigkeit fängt erst bei den 10^{ten} Differenzen an zu stocken, indem unter die positiven Differenzen (in Folge der in $\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} M$ weggelassenen 12^{ten} Bruchstellen) eine negative $= -0,00000000132$ sich mischt; doch verkleinern sich die Differenzen im Ganzen bis zur 13^{ten} Differenzreihe, wo das absolute Maximum 0,00000005210 ist und auf die Interpolation der für $\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} M$ gefundenen Werthe keinen grösseren

Einfluss hat als $\frac{231}{8388608} = 0,00000005120$, d. i. 0,000000000001...;

ein Beweis der Richtigkeit der für $\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288 s} M$ gefundenen Werthe.

Bildet man von den für $E =$

$$-180^\circ, -165^\circ, -150^\circ, \dots +180^\circ$$

in 11 Bruchstellen berechneten Werthen von $-\frac{2 + \cos E}{32 s^3} M^2$

die successiven Differenzen, so besteht die 1ste Differenzreihe aus 6 positiven, 6 negativen, 6 positiven und 6 negativen Differenzen, die 2te Differenzreihe aus 8 negativen, 7 positiven und 8 negativen, die 3te aus 11 positiven und 11 negativen, die 4te aus 21 negativen, die 5te aus 10 positiven und 10 negativen, die 6te aus 19 negativen, und so wechselt weiterhin immer eine Differenzreihe von positiven und negativen Gliedern mit einer Differenzreihe von lauter negativen Gliedern. Diese Regelmässigkeit fängt erst bei den 13^{ten} Differenzen an zu stocken, indem unter die positiven Differenzen eine negative $= -0,00000003198$ und folglich unter die negativen die positive $= +0,00000003198$ sich mischt; doch verkleinern sich die Differenzen im Ganzen bis zur 14^{ten} Differenzreihe, wo das absolute Maximum 0,00000357588 ist; dies könnte zwar auf die Interpolation der für $\frac{2 + \cos E}{32 s^3} M^2$

gefundenen Werthe einen Einfluss $= \frac{429}{33554432} = 0,0000000357588$

$= 0,0000000004\dots$ haben und verbürgt daher die Richtigkeit der 11^{ten} Bruchstellen (bei der zu bedenkenden Grösse der Intervalle ΔE) nicht völlig, doch hat diese Differenzen-

Bildung unterwegs schon zur Entdeckung der in $\frac{2+\cos E}{32x^3} M^2$ eingeschlichenen Fehler beigetragen.

Die Differenzen-Bildung der für $\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288x} \frac{2016+576 \cos E}{32x^3} M^2$ gefundenen Werthe wurden unterlassen, weil dieses Glied der Formel (80) zwar für $E = 15^\circ$ in 11 Bruchstellen berechnet werden musste, um in $\frac{d^2 y}{24x dx^3}$ die Hunderttausendtel sicher zu haben, die Berechnung für $E = 105^\circ$ und früher in 11 Bruchstellen aber erfordert haben würde die Werthe

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \quad \sqrt{3} \quad \sqrt{\frac{4}{3}}$$

in mehr als 16 Bruchstellen zu ermitteln und dennoch unnütz gewesen wäre, da es, nachdem man die 11 Werthe von $\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288x} \frac{2016+576 \cos E}{32x^3} M^2$ (immerhin in einer verschiedenen Anzahl von Bruchstellen) gefunden, ohne sie zu kontrolliren ein Leichtes ist die Glieder der Formel (80) algebraisch zu addiren und dann vermittelst fünfziffriger Logarithmen die Werthe von $\frac{d^2 y}{24x dx^3}$ zu berechnen, an welche dann sogleich die Differenzen-Controlle angebracht werden kann.

§ 31.

Auf diese Art hat sich gefunden:

E	$\frac{d^2 y}{24x dx^3}$	Δ^I	Δ^{II}	Δ^{III}	Δ^{IV}	Δ^V	Δ^{VI}
0°	-0,00028						
15	-0,00029	-1	-2	+2	+4	-8	-16
30	-0,00030	-1	-2	-2	+4	+6	+14
45	-0,00033	-3	-2	0	+2	-2	-8
60	-0,00038	-5	-2	0	0	2	0
75	-0,00045	-7	-2	-2	-2	+3	+5
90	-0,00056	-11	-4	-1	+1	-5	-8
105	-0,00072	-16	-5	-5	+5	+3	+8
120	-0,00098	-26	-10	-6	-1	-6	-9
135	-0,00140	-42	-16	-13	-7	-7	-1
150	-0,00211	-71	-29	-27	-14	-16	-9
165	-0,00338	-127	-56	-57	-30		
180	-0,00578	-240	-113				

Dieses Schema (in welchem die Kleinheit der 6ten Differenzen die Richtigkeit verbürgt) lehrt, dass, während M von 0 bis 180° wächst, $\frac{d^2 y}{dx^3}$ immer negativ, und absolut genommen desto grösser ist, je grösser x , also das grösste zulässige Δx desto kleiner, je grösser x . Für $M = 180^\circ$ geht die Bedingungs Gleichung (75) § 27 in

$$\frac{\Delta x}{400000x} + \left(\frac{1}{54x^2} + \frac{1}{256} \right) \Delta x^3 = 0,00003696844... \quad (85)$$

über. Wollten wir auf der linken Seite dieser Gleichung

$\Delta x = 0,1$ setzen, so würde diese Seite = 0,0000063...; also wäre hier das Intervall $\Delta x = 0,1$ zu gross. Setzen wir aber $\Delta x = 0,05$, so wird die linke Seite der Gleichung (85) = 0,000001010...; $\Delta x = 0,05$ ist also nicht zu gross. Und um dasjenige x zu bestimmen, für welches Δx resp. =

$$0,2 \quad 0,15 \quad 0,125 \quad 0,1$$

gerade klein genug wäre, setzen wir an die Stelle der Gleichung (75) die Gleichungen

$$\frac{0,2}{400000x} - \frac{d^2 y}{24x dx^3} \cdot 0,2^3 = 0,000003696844...,$$

$$\frac{0,15}{400000x} - \frac{d^2 y}{24x dx^3} \cdot 0,15^3 = 0,000003696844...,$$

$$\frac{0,125}{400000x} - \frac{d^2 y}{24x dx^3} \cdot 0,125^3 = 0,000003696844...,$$

$$\frac{0,1}{400000x} - \frac{d^2 y}{24x dx^3} \cdot 0,1^3 = 0,000003696844...,$$

deren Auflösung $\frac{d^2 y}{24x dx^3} = \text{resp.}$

$$-0,00031819... -0,00083951... -0,00152437... -0,00312119...$$

gibt. Der Werth $-0,00031819...$ findet (zufolge des Schemas (84)) zwischen $E = 30^\circ$ und $E = 45^\circ$, also zwischen $x = 0,1358$ und $x = 0,3022$ statt; da also die Intervalle $\Delta x = 0,2$ nicht einmal bis $x = 0,4$ fortgesetzt werden können, so nehmen wir (um gleich am Anfang der Tafel Differenzen-Controllen anstellen zu können) lieber gleich am Anfang der Tafel $\Delta x = 0,15$. Der Werth $-0,00083951...$ aber findet zwischen $E = 105^\circ$ und $E = 120^\circ$, also zwischen $x = 1,5$ und $x = 1,894$ statt; wir setzen also (da bei $x = 1,80$ kein bequemer Anschluss an die Intervalle $\Delta x = 0,125$ stattfindet) die Intervalle $\Delta x = 0,15$ nur bis $x = 1,50$ fort. Der Werth $-0,00152437...$ aber findet zwischen $E = 135^\circ$ und $E = 150^\circ$, also zwischen $x = 2,304$ und $2,723$ statt; wir setzen daher (da bei $x = 2,125$, bei $x = 2,250$ und bei $x = 2,375$ kein bequemer Anschluss an die Intervalle $\Delta x = 0,1$ stattfindet, bei $E = 141^\circ$ aber $x < 2,5$ und doch zufolge einer fünfziffrigen-logarithmischen Berechnung $\frac{0,125}{400000x} - \frac{d^2 y}{24x dx^3} \cdot 0,125^3$ schon

$> 0,000003696844...$ ist) die Intervalle $\Delta x = 0,125$ nur bis $x = 2,000$ fort. Der Werth $-0,00312119...$ aber findet zwischen $E = 150^\circ$ und $E = 165^\circ$, also zwischen $x = 2,722$ und $x = 3,139$ statt; wir setzen aber die Intervalle $\Delta x = 0,1$ nur bis $x = 2,6$ fort, und zwar aus einem Grunde, den wir im folgenden § entwickeln wollen.

§ 32.

Wir können nämlich die nöthige Anzahl der Intervalle der Argumente merklich abkürzen, wenn wir der Tafel für

die näher bei 180° liegenden M eine andere Einrichtung geben, auf welche wir durch die aus der Gleichung (78) § 27 sich ergebende Gleichung

$$\frac{\pi - M}{2} = \pi - E - \frac{(\pi - E)^3}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{(\pi - E)^5}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{(\pi - E)^7}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots \quad (86)$$

auflösen, deren Umkehrung die Reihe

$$\pi - E = \frac{\pi - M}{2} + \frac{1}{12} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^3 + \frac{1}{60} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^5 + \frac{43}{10080} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^7 + \dots$$

gibt, deren Umkehrung (zur Controlle) wiederum die Gleichung (86) hervorbringt. Nun aber ist

$$\begin{aligned} \frac{s}{2} &= \frac{1 + \cos(\pi - E)}{2} = 1 - \frac{(\pi - E)^2}{2 \cdot 1 \cdot 2} + \frac{(\pi - E)^4}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{(\pi - E)^6}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots \\ &= 1 - \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^4 - \frac{11}{45} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^6 + \frac{73}{315} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^8 - \dots \quad (87) \end{aligned}$$

Zur Controlle der Coefficienten schreiben wir die Gleichung (87) so:

$$\frac{s}{2} = \left(\cos \frac{\pi - E}{2} \right)^2$$

= dem Quadrat der Summe der Reihen

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^2 + \frac{1}{48} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^4 - \frac{29}{5760} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^6 + \frac{19}{13440} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^8 - \dots \\ + \frac{1}{384} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^4 + \frac{1}{1152} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^6 + \frac{13}{46080} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^8 + \dots \\ - \frac{1}{46080} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^6 - \frac{1}{92160} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^8 - \dots \\ + \frac{1}{10321920} \left(\frac{\pi - M}{2} \right)^8 + \dots \end{aligned}$$

u. s. w., (welche Reihen man erhält, wenn man die einzelnen Glieder der Reihe

$$\cos \frac{\pi - E}{2} = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2} \left(\frac{\pi - E}{2} \right)^2 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\frac{\pi - E}{2} \right)^4 - \dots$$

nach den Potenzen von $\frac{\pi - M}{2}$ entwickelt), d. i. = dem Quadrat der Reihe

$$1 - \frac{(\pi - M)^2}{32} + \frac{7}{6} \left(\frac{(\pi - M)^2}{32} \right)^2 - \frac{193}{90} \left(\frac{(\pi - M)^2}{32} \right)^3 + \frac{11791}{2520} \left(\frac{(\pi - M)^2}{32} \right)^4 - \dots,$$

d. i. =

$$1 - \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^4 - \frac{11}{45} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^6 + \frac{73}{315} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^8 - \dots \quad (88)$$

Und hieraus folgt wieder:

$$\log \frac{2}{s} = \alpha \left(\left(\frac{\pi - M}{4} \right)^2 + \frac{5}{6} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^4 + \frac{41}{45} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^6 + \frac{281}{252} \left(\frac{\pi - M}{4} \right)^8 + \dots \right), \quad (89)$$

woraus (zur Controlle der Coefficienten) die Reihe (88) wieder abgeleitet werden kann. Aus der Gleichung (89) sehen wir, dass, wenn M wenig von 180° verschieden ist, die einfachste Einrichtung der Tafel die ist, dass darin $(\pi - M)^2$ als Argument, und $\log s$ als die zugehörige Function erscheint; denn auf diese Art wird, während das Argument nach und nach bis 0 abnimmt, die Function positiv sein und ohne Schwanken bis auf den Werth $\log 2$ wachsen, und die Differenzen der Functionen werden zuletzt sehr nahe den Differenzen der Argumente proportional sein, und man hat den

$\pi - M = \pi - E + \sin(\pi - E)$ geleitet werden. Diese Gleichung lässt sich nämlich für kleine Werthe von $\pi - M$ und $\pi - E$ in die Reihe

Vortheil, die gesuchte Grösse $\log s$ unmittelbar durch Interpolation der Tafel zu erhalten.

Da $\frac{d^2 y}{dx^2}$ absolut genommen desto grösser ist, je grösser

M , $\frac{d^2 \log s}{(d((\pi - M)^2))^2}$ aber zufolge der Gleichung (89) absolut genommen desto grösser, je grösser $(\pi - M)^2$, so wird der Uebergang von dem Theil der Tafel, welcher das Argument x enthält, zu dem Theil, worin das Argument $(\pi - M)^2$ ist, um die Anzahl der Intervalle im Ganzen möglichst gering

zu machen in der Nähe derjenigen mittleren Anomalie stattfinden müssen, für welche

$$\frac{d^2 y}{dx^3} \cdot \frac{(d((\pi-M)^2))^3}{d^2 \log s} \left(\frac{dx}{d((\pi-M)^2)} \right)^3 = -1$$

ist. Diese die Grenze bildende mittlere Anomalie finden wir (wegen der verwickelten Gestalt des analytischen Ausdrucks für $\frac{d^2 y}{dx^3} \cdot \frac{(d((\pi-M)^2))^3}{d^2 \log s} \left(\frac{dx}{d((\pi-M)^2)} \right)^3$ am leichtesten durch Berechnung der numerischen Werthe von 15 zu 15° der excentrischen Anomalie. Dabei haben wir aber statt der Reihe (89) (welche für grössere Werthe von $(\pi-M)^2$ schlecht convergirt) die geschlossenen Formeln

$s = t + \cos(\pi-E)$, $\pi-M = \pi-E + \sin(\pi-E)$ zu differenzieren. Wir finden

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \log s}{\alpha(d((\pi-M)^2))^2} &= - \left(\frac{1}{2s(\pi-M)} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} \right)^2 + \frac{1}{4s(\pi-M)^3} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} - \frac{1}{4s^3(\pi-M)^2} = \frac{1}{4s(\pi-M)^3} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} - \frac{3-s}{4s^3(\pi-M)^3}; \\ \frac{d^2 \log s}{\alpha(d((\pi-M)^2))^3} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2s(\pi-M)^2} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} \right)^2 - \frac{3}{8s(\pi-M)^6} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} + \frac{1}{8s^3(\pi-M)^5} \\ &\quad - \frac{1}{8s^3(\pi-M)^3} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} - \frac{9-3s}{8s^3(\pi-M)^2} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} + \frac{3-s}{4s^3(\pi-M)^4} \\ &= \frac{9-3s}{8s^3(\pi-M)^4} - \frac{3}{8s(\pi-M)^3} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} - \frac{9-2s}{8s^3(\pi-M)^2} \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} = \frac{1}{8s(\pi-M)^3} \left(\frac{9-3s}{s^2(\pi-M)} - \left(\frac{3}{(\pi-M)^2} + \frac{9-2s}{s^2} \right) \operatorname{tg} \frac{\pi-E}{2} \right). \quad (91) \end{aligned}$$

Hierzu kommt noch die Formel

$$\frac{dx}{d((\pi-M)^2)} = \frac{dx}{dM} \cdot \frac{dM}{d((\pi-M)^2)} = - \frac{1}{(\pi-M)\sqrt{6M}},$$

woraus $\left(\frac{dx}{d((\pi-M)^2)} \right)^3 = - \frac{1}{6M(\pi-M)^3}$ und daher

$$\frac{d^2 \log s}{24s(d((\pi-M)^2))^3} \cdot \left(\frac{d((\pi-M)^2)}{dx} \right)^3 = M \left(\frac{\cot \frac{1}{2} E}{288s} \left(\frac{27}{(\pi-M)^2} + 9 \cdot \frac{9-2s}{s^3} \right) - \frac{2+\cos E}{32s^3} \cdot \frac{3}{\pi-M} \right) \dots \dots (92)$$

folgt. Vermittelt dieser Formel und der Formel (80) § 27 finden wir mit fünfstufig-logarithmischer Rechnung

E	$\log \left(\frac{-d^2 y}{dx^3} \cdot \frac{(d((\pi-M)^2))^3}{d^2 \log s} \left(\frac{dx}{d((\pi-M)^2)} \right)^3 \right)$	Δ^I	Δ^{II}	Δ^{III}	Δ^{IV}	Δ^V
0°	— ∞					
15	2,78771.					
30	4,61443.					
45	5,70988.					
60	6,52076.					
75	7,19063.					
90	7,78766.					
105	8,35459.					
120	8,92723.					
135	9,54924. =	log 0,3542				
138	9,68478. =	log 0,4839	+1297			
141	9,82685. =	log 0,6712	+1873	+576		
144	9,97485. =	log 0,9437	+2725	+852	+276	
147	0,13178 =	log 1,3345	+4108	+1383	+531	+255
150	0,29773 =	log 1,9849	+6304	+2196	+813	+282
165	1,40601					
180	+∞					

Dieses Schema lehrt, dass $\frac{d^3 y}{dx^3} \cdot \frac{(d((\pi - M)^2))^2}{d^2 \log x} \left(\frac{dx}{d((\pi - M)^2)} \right)^3$, während E von 0 bis 180° wächst, stets negativ ist und absolut genommen wächst; insbesondere wird durch die Kleinheit der 5ten Differenz die Richtigkeit der den excentrischen Anomalien

135°	138°	141°	144°	147°	150°
------	------	------	------	------	------

entsprechenden Werthe verbürgt, und wir sehen, dass der Werth -1 zwischen $E = 144^\circ$ und $E = 147^\circ$ stattfindet. Nun aber zeigt die Gleichung (89), dass, wenn man die Function $\log x$ in 6 Bruchziffern ansetzt, das Intervall $-\Delta((\pi - M)^2)$ für abnehmende Werthe der Argumente $(\pi - M)^2$ nach und nach grösser angenommen werden kann, und dass für $(\pi - M)^2 = 0$ das grösste zulässige $-\Delta((\pi - M)^2)$ durch die Bedingungsgleichung

$$-\frac{z'}{2\alpha} \Delta((\pi - M)^2) - \frac{4,1}{73728} (\Delta((\pi - M)^2))^3 = 0,000003696844... \quad (93)$$

bestimmt wird und also $< \sqrt[3]{\frac{73728}{4,1} \cdot 0,000003696844...}$, d. i. $< 0,4051$ sein muss. Demnach wäre zwar $\Delta((\pi - M)^2)$

$= -0,4$ zulässig, aber nur auf Kosten von z' , da der Gleichung

$$\frac{z'}{2\alpha} \cdot 0,4 + \frac{4,1}{73728} \cdot 0,4^3 = 0,000003696844...$$

nur durch die Annahme $z' = 0,0000002...$ Genüge geschieht. Wollen wir dagegen in der Columnne $\frac{d \log x}{d((\pi - M)^2)}$ unserer Tafel (wie bei kleinen Werthen von M in der Columnne $\frac{dy}{dx}$) uns mit Hunderttausendeln begnügen, so müssen wir (für $(\pi - M)^2 = 0$) $-\Delta((\pi - M)^2) < 0,4$ annehmen, nämlich höchstens $=$ dem der Gleichung

$$\frac{-\Delta((\pi - M)^2)}{400000\alpha} \dots \frac{4,1}{73728} (\Delta((\pi - M)^2))^3 = 0,000003696844...$$

genügenden Werthe, welcher etwas grösser als 0,3 ist. Für die excentrischen Anomalien 144° und 147° verwandelt sich die Bedingungsgleichung (93) resp. in die fünfziglog-logarithmischer Berechnung der Gleichung (91) hervorgegangenen Gleichungen

$$\frac{-\Delta((\pi - M)^2)}{400000\alpha} - 0,000090818 (\Delta((\pi - M)^2))^2 = 0,000003696844...,$$

$$\frac{-\Delta((\pi - M)^2)}{400000\alpha} - 0,000083774 (\Delta((\pi - M)^2))^3 = 0,000003696844...;$$

jeder dieser beiden Gleichungen that ein zwischen $-0,25$ und $-0,3$ liegender Werth von $\Delta((\pi - M)^2)$ Genüge. Beim Uebergang der Tafel mit dem Argument x in die Tafel mit dem Argument $(\pi - M)^2$ kann man also $\Delta((\pi - M)^2) = -0,25$ setzen; man wird also (da den excentrischen Anomalien 141° , 144° , 147° die Werthe

$$(\pi - M)^2 = \begin{matrix} 1,7161 & 1,4789 & 1,2557 \end{matrix}$$

$$\frac{0,25}{400000\alpha} - \frac{d^3 \log x}{24\alpha(d((\pi - M)^2))^3} \cdot 0,25^3 = 0,0000029... \quad 0,0000028... \quad 0,0000027...$$

entsprechen) die zweite Tafel am bequemsten mit den Argumenten $(\pi - M)^2 = 1,50$ und $(\pi - M)^2 = 1,25$ anfangen, und, da weiterhin kein bequemer Anschluss an das Intervall 0,3 stattfindet, das Intervall 0,25 bis zum Schluss der Tafel fortführen. Und da zu $E = 144^\circ$

$$x = 2,5552$$

gehört, so findet, wenn man die erste Tafel nur bis $x = 2,6$ fortsetzt, ein lückenloser Anschluss beider Tafeln an einander statt, die nun sehr compendios werden, indem sie zusammen nicht mehr als 26 Intervalle enthalten, während (wie in § 25 bemerkt worden) die (in ihrem Anfang sehr schwer zu interpolirende) Lambert'sche Tafel deren 50 hat.

Da dem Argumente $x = 2,6$ die mittlere Anomalie

$M = 1,976304...$, dem Argument $(\pi - M)^2 = 1,50$ aber $M = 1,916847...$ entspricht, so liegt zwischen dem Anfang der zweiten und dem Schluss der ersten Tafel die mittlere Anomalie $M = \frac{1}{2}\pi$; die erste Tafel kann also bis $M = \frac{1}{2}\pi$, und die zweite von $M = \frac{1}{2}\pi$ an gebraucht werden.

§ 33.

Zur Berechnung der Gleichungen (78), (79), (80) § 27 hat man E aus x zu bestimmen, was, so lange unsere Tafel noch nicht vorhanden ist, nur indirect geschehen kann. Man hilft sich hier, indem man für $x = 0,15$ bis $x = 0,60$ vorläufig die Gleichung

$$y = -x \left(\frac{1}{10}x + \frac{0.13}{14}x^3 + \frac{0.071}{63}x^5 + \frac{2.9609}{19404}x^7 \right) \quad (94)$$

angewendet, wodurch man wenigstens einen genäherten Werth von $\log x$ und daraus mit Hilfe der Gleichung $\sin \frac{1}{2} E = \sqrt{\frac{s}{2}}$ einen genäherten Werth von E erhält.

Zu dem hierdurch gefundenen ersten Näherungswerth von E berechnet man $\log x$ vermittelt der aus (78) § 27 fließenden Gleichung

$$x = (E - \sin E)^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (95)$$

und zwar mit siebenziffrigen Logarithmen (weil E und $\sin E$ für kleine E sich wenig von einander unterscheiden). Bezeichnen wir, was dem auf diese Art herausgebrachten $\log x$ an dem Logarithmus des in unsere Tafel wirklich aufzunehmenden x fehlt, mit $\Delta \log x$, so wird (mit Benutzung des vorher bereits angewandten Werthes von y) die erforderliche Verbesserung von E , von s und von y sehr nahe durch folgende Gleichungen gefunden (dieser erste ΔE in Secunden giebt und mit vierziffrigen Logarithmen berechnet werden kann, während die beiden andern wieder mit siebenziffrigen Logarithmen berechnet werden müssen):

$$\log \frac{\Delta E}{\Delta \log x} = \frac{1}{2} \log \frac{x}{2} + 5,6766 - y,$$

$$s + \Delta s = 2 \left(\frac{\sin \frac{E + \Delta E}{2}}{\frac{E + \Delta E}{2}} \right)^2, \quad y + \Delta y = \log \frac{s + \Delta s}{x}.$$

(In der dritten unter diesen Gleichungen ist für x der wirklich in die Tafel aufzunehmende Werth zu setzen).

Die logarithmische Berechnung von E für $x = 0,75$ bis $x = 1,50$ unterscheidet sich von der für $x = 0,15$ bis $x = 0,60$ bloß dadurch, dass man, anstatt die Gleichung (94) anzuwenden, die successiven Differenzen der schon gefundenen Werthe von y bildet und die dadurch sich ergebende arithmetische Reihe höherer Ordnung (unter der Annahme, dass die nächstfolgende vierte Differenz = 0 sei) versuchsweise jedesmal um ein Glied fortsetzt; dadurch erhält man den ersten Näherungswerth von y .

Der erste Näherungswerth von y für $x = 1,625$ findet sich, wenn wir y als eine ganze rationale Function von x vom 3^{ten} Grade betrachten und demgemäss das Schema

x	y	Δ^1	Δ^2	Δ^3
1,05	9,9492915.	-82261		
1,20	9,9410654.	-85228	-2967	
1,35	9,9325426.	-88407	-3179	-212
1,50	9,9237019.			

unter der Annahme constanter 3^{ter} Differenzen versuchsweise bis $x = 1,65$ fortsetzen und für $x = 1,625$ interpoliren. (Bekanntlich ist die dazu dienende Formel folgende: Wenn wir unter y , Δ^1 , Δ^2 und Δ^3 die am unteren schrägen

Rande des obigen Schemas stehenden Zahlen verstehen, und $\frac{1,625 - 1,50}{1,50 - 1,35} = t$ setzen, so entspricht dem Argument 1,625 die Function

$$y + t \Delta^1 + \frac{t(t+1)}{1.2} \Delta^2 + \frac{t(t+1)(t+2)}{1.2.3} \Delta^3.$$

Verwickelter ist die Bestimmung des folgenden y aus den 4 zuletzt gefundenen Werthen, wenn diese Argumente entsprechen, welche nicht sämmtlich in arithmetischer Reihe auf einander folgen. Aber auch hier hilft man sich, indem man y als eine ganze rationale Function von x vom 3^{ten} Grade betrachtet. Man bildet zu dem Ende das Schema der ersten, zweiten und dritten Differenzen, als wenn die Argumente in arithmetischer Reihe auf einander folgten. Bilden von den 4 Argumenten die 3 ersten eine arithmetische Reihe, das 3^{te} und 4^{te} aber und dasjenige 5^{te}, für welches man die Function versuchsweise bestimmen will, ebenfalls eine arithmetische Reihe, und verhält sich die Differenz der ersten arithmetischen Reihe zur Differenz der letzteren wie $1:t$, und bezeichnet man mit y , Δ^1 , Δ^2 , Δ^3 wiederum die am unteren Rande des Schemas befindlichen Zahlen, so ist die gesuchte Function =

$$y + \frac{(2+7t-6t^2)\Delta^1 + t^2((5-2t)\Delta^2 + (1+2t)\Delta^3)}{2+t},$$

also (beim Uebergang von den Intervallen $\Delta x = 0,15$ zu den Intervallen $\Delta x = 0,125$) = $y + \frac{22}{17} \Delta^1 + \frac{125}{153} \Delta^2 + \frac{100}{153} \Delta^3$,

beim Uebergang von den Intervallen $0,125$ zu $0,1$ aber = $y + \frac{47}{35} \Delta^1 + \frac{136}{175} \Delta^2 + \frac{104}{175} \Delta^3$. Bilden von den 4 Argumenten die 3 letzten nebst demjenigen 5^{ten}, für welches man die Function versuchsweise bestimmen will, eine arithmetische Reihe, deren Differenz sich zur Differenz zwischen dem 1^{ten} und 2^{ten} Argumente wie $1:t$ verhält, und bezeichnet man mit y , Δ^1 , Δ^2 und Δ^3 wiederum die am unteren Rande des Schemas befindlichen Zahlen, so ist die gesuchte Function =

$$y + \frac{(t+3t-4t^2+6t^3)\Delta^1 + (1+6t+11t^2-12t^3)\Delta^2 + 6t^3\Delta^3}{(1+t)(1+2t)},$$

also (beim Uebergang von den Intervallen $0,15$ zu $0,125$) = $y + \frac{151}{176} \Delta^1 + \frac{241}{176} \Delta^2 + \frac{125}{176} \Delta^3$, beim Uebergang von

den Intervallen $0,125$ zu $0,1$ aber

$$= y + \frac{163}{195} \Delta^1 + \frac{93}{65} \Delta^2 + \frac{128}{195} \Delta^3.$$

Doch ist dabei zu bemerken, dass es schon bei der Ermittlung des ersten Näherungswerthes von E für $x = 2$ (wegen der Nähe des vom Centralpunct entferntesten Punctes

der Bahn, wo kleine Veränderungen von s grossen Veränderungen von E entsprechen) zweckmässig ist, den ersten Näherungswert von E nicht aus dem versuchsweise gefundenen ersten Näherungswert von y abzuleiten, sondern unmittelbar aus den 4 zuletzt gefundenen zweiten Näherungs-

werten von E auf die angegebene Art zu bestimmen (welches letztere in der Nähe des Centralpuncts, wegen der zu bedeutenden Grösse der 4^{ten} Differenzen von E , nicht möglich ist).

(Fortsetzung folgt.)

Beobachtungen auf der Sternwarte zu Olmütz, von Herrn Observator J. F. Julius Schmidt.

Mondsterne.

Vom Anfange des Jahres 1856 bis zum 1. Sept. habe ich an dem kleinen Meridiankreise die folgenden Culminationen beobachtet:

Jan. 13	30 Piscium	=	23 ^h 54 ^m 33 ^s 87	(6 Fäden)	März 14	γ Geminorum	=	6 ^h 6 ^m 11 ^s 51	(7 Fäden)
	33 Piscium	=	23 57 57,26	(7 ")		μ Geminorum	=	6 14 15,50	(7 ")
	ζ I	=	0 38 5,71	(7 ")		ζ I	=	6 34 15,11	(7 ")
	ϵ Piscium	=	0 55 27,99	(7 ")		δ Geminorum	=	7 11 31,99	(7 ")
	e Piscium	=	0 59 56,92	(7 ")		ι Geminorum	=	7 16 47,82	(7 ")
Jan. 14	ϵ Piscium	=	0 55 27,94	(5 ")	März 15	δ Geminorum	=	7 11 32,07	(7 ")
	e Piscium	=	0 59 56,91	(6 ")		ι Geminorum	=	7 16 47,70	(7 ")
	ζ I	=	1 29 50,20	(7 ")		ζ I	=	7 32 30,22	(5 ")
	ξ Ceti	=	2 5 22,26	(7 ")		ϕ Geminorum	=	7 44 41,86	(7 ")
	ξ Arietis	=	2 17 6,28	(7 ")		ψ^2 Cancri	=	8 1 47,48	(7 ")
Jan. 17	17 Tauri	=	3 36 20,19	(7 ")	März 17	δ Cancri	=	8 36 31,39	(7 ")
	η Tauri	=	3 38 56,13	(7 ")		ξ Cancri	=	9 1 5,97	(7 ")
	ζ I	=	4 13 35,12	(7 ")		ζ I	=	9 18 45,88	(7 ")
	ι Tauri	=	4 54 30,13	(7 ")		ϵ Leonis	=	9 37 42,00	(7 ")
	l Tauri	=	4 59 17,82	(7 ")		η Leonis	=	9 59 30,43	(7 ")
Febr. 11	ζ I	=	2 4 13,76	(7 ")	März 18	ϵ Leonis	=	9 37 41,77	(5 ")
Febr. 14	Anon. 6 ^m	=	4 14 38,33	(7 ")		η Leonis	=	9 59 30,16	(7 ")
	δ^2 Tauri	=	4 15 48,26	(7 ")		ζ I	=	10 6 56,71	(7 ")
	ϵ Tauri	=	4 20 12,89	(7 ")		44 Leonis	=	10 17 41,21	(7 ")
	ζ I	=	4 54 23,29	(7 ")		ρ Leonis	=	10 25 15,09	(7 ")
	β Tauri	=	5 17 12,05	(7 ")	März 19	44 Leonis	=	10 17 41,30	(7 ")
	ζ^2 Tauri	=	5 29 3,03	(7 ")		Anon.	=	10 18 1,62	(7 ")
Febr. 18	ψ^2 Cancri	=	8 1 47,30	(7 ")		ρ Leonis	=	10 25 14,90	(7 ")
	γ Cancri	=	8 34 57,68	(7 ")		ζ I	=	10 52 30,36	(7 ")
	ζ I	=	8 43 49,46	(7 ")		n Leonis	=	11 8 21,53	(7 ")
	ξ Cancri	=	9 1 6,14	(7 ")		ι Leonis	=	11 16 26,65	(7 ")
März 13	β Tauri	=	5 17 11,57	(7 ")	März 20	n Leonis	=	11 8 21,10	(7 ")
	ξ Tauri	=	5 29 2,42	(7 ")		ι Leonis	=	11 16 26,63	(7 ")
	ζ I	=	5 34 8,44	(7 ")		ζ I	=	11 36 18,21	(7 ")
	γ Geminorum	=	6 6 11,50	(7 ")		δ Virginis	=	11 52 36,07	(7 ")
	μ Geminorum	=	6 14 15,32	(7 ")		6 ^m	=	12 11 19,02	(7 ")
						η Virginis	=	12 12 33,86	(7 ")

März 26	♄ II	= 16 ^h 19 ^m 1 ^s .68	(7 Fäden)
	α Scorpii	= 16 20 35,84	(7 ")
	ξ Ophiuchi	= 17 12 13,14	(7 ")
April 10	♄ I	= 6 10 51,68	(7 ")
	α Geminorum	= 6 35 4,45	(7 ")
	ζ Geminorum	= 6 55 34,22	(7 ")
April 13	♄ Cancri	= 8 23 23,56	(7 ")
	γ Cancri	= 8 34 57,63	(7 ")
	♄ I	= 9 1 44,60	(7 ")
	δ Leonis	= 9 23 30,87	(7 ")
	ε Leonis	= 9 37 41,28	(7 ")
April 14	δ Leonis	= 9 23 30,76	(7 ")
	ε Leonis	= 9 37 41,09	(7 ")
	♄ I	= 9 51 9,34	(7 ")
	α Leonis	= 10 0 42,83	(7 ")
	ρ Leonis	= 10 25 14,50	(7 ")
April 17	ν Virginis	= 11 38 29,00	(7 ")
	β Virginis	= 11 43 13,05	(7 ")
	♄ I	= 12 4 47,39	(7 ")
	η Virginis	= 12 12 33,89	(7 ")
	γ Virginis	= 12 34 23,52	(7 ")
Mai 12	η Leonis	= 9 59 29,62	(7 ")
	γ Leonis	= 10 12 2,83	(7 ")
	♄ I	= 10 20 29,53	(7 ")
Juni 10	♄ Leonis	= 11 6 41,65	(7 ")
	ε Leonis	= 11 16 25,87	(7 ")
	♄ I	= 11 31 37,85	(7 ")
	β Virginis	= 11 43 12,69	(7 ")
	π Virginis	= 11 53 30,62	(7 ")
Juni 12	♄ I	= 12 57 47,95	(7 ")
	α Virginis	= 13 17 38,18	(7 ")
	π Virginis	= 13 34 5,08	(7 ")
Juni 13	π Virginis	= 13 34 5,24	(7 ")
	♄ I	= 13 42 12,11	(7 ")
	δ Virginis	= 14 5 15,10	(7 ")
	λ Virginis	= 14 11 21,23	(7 ")
Juni 14	δ Virginis	= 14 5 14,98	(7 ")
	λ Virginis	= 14 11 21,37	(7 ")
	♄ I	= 14 29 4,58	(7 ")
	α ² Librae	= 14 42 57,21	(7 ")
	γ ² Librae	= 14 58 38,19	(7 ")

Juni 15	α ² Librae	= 14 42 57,02	(7 Fäden)
	γ ² Librae	= 14 58 37,95	(7 ")
	♄ I	= 15 19 29,65	(7 ")
	π Scorpii	= 15 50 11,07	(7 ")
	ρ ² Scorpii	= 15 57 6,45	(7 ")
Juni 16	♄ I	= 16 14 12,57	(7 ")
	B. A. C. 5579	= 16 33 17,25	(7 ")
	δ Ophiuchi	= 17 6 32,35	(7 ")
Juli 15	♄ Ophiuchi	= 17 13 12,70	(7 ")
	δ Ophiuchi	= 17 18 12,38	(7 ")
	♄ I	= 17 47 51,37	(7 ")
Aug. 10	♄ I	= 16 20 23,75	(7 ")
	α Scorpii	= 16 20 37,36	(1 ")
	δ Ophiuchi	= 17 6 32,21	(4 ")
	♄ Ophiuchi	= 17 13 12,58	(6 ")
Aug. 13	φ Sagittarii	= 18 36 42,37	(7 ")
	σ Sagittarii	= 18 46 23,02	(7 ")
	♄ I	= 19 25 20,11	(7 ")
	ω Sagittarii	= 19 47 4,00	(7 ")
	ε Sagittarii	= 19 53 51,02	(7 ")

Bemerkungen.

Febr. 14. Während des Durchganges von δ² Tauri habe ich vorangehenden nördlichen Stern mit beobachtet.

März 15. Verglichen mit der Reduction aus dem Berl. Jahrbuche fand ich die AR ♄ in der Beob. um 10' zu gross. Vielleicht habe ich mich verzählt.

März 19 beobachtete ich nach 44 Leonis einen kleinen Stern, etwa 0'7 südlicher; ebenso März 20 einen Nachbarn von η Virginis.

April 14. Im Berliner Jahrbuch steht daselbst durch einen Druckfehler: α Leonis 9^h 34^m 41^s statt 9^h 37^m 41^s.

März 26 und Aug. 10 beobachtete ich noch die Culm. von α² Scorpii, der in diesen Nächten vom Monde bedeckt ward.

Febr. 18. Die Beobachtung ist etwas unsicher.

Olmütz 1856, Sept. 12.

J. F. Julius Schmidt.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 1049.

Observations of Psyche, Laetitia, Isis and Astraea
taken with the 10 feet equatoreal, at the Radcliffe Observatory, Oxford, by *Norman Pogson*. —
Communicated by *M. J. Johnson*.

Psyche.								
	M. T. Greenw.	Abserr.	Magn.	app. AR	Par.	app. N. P. D.	Par.	Star
1856 Jan. 10	11 ^h 46 ^m 42 ^s	—16 ^m 32 ^s	10.2	3 ^h 40 ^m 37 ^s 83	+0 ^h 14	74 ^h 32 ^m 58 ^s 0	—2 ^h 8	a
12	11 35 45	—16 44	10.3	3 40 41,61	+0,14	74 29 32,3	—2,7	a
Laetitia.								
1856 Febr. 16	12 ^h 19 ^m 48 ^s	—13 ^m 12 ^s	—	11 ^h 17 ^m 13 ^s 72	—0 ^h 07	84 ^h 12 ^m 44 ^s 4	—3 ^h 9	b c
Isis.								
1856 May 28	12 ^h 33 ^m 44 ^s	—9 ^m 28 ^s	9.9	16 ^h 7 ^m 36 ^s 07	+0 ^h 07	—	—	o
	13 3 0	—9 28	—	16 7 34,73	+0,11	105 ^h 30 ^m 50 ^s 7	—6 ^h 9	o
	13 37 19	—9 28	—	16 7 33,14	+0,15	105 30 54,7	—6,8	o
June 1	11 26 47	—9 28	—	16 3 16,39	0,00	105 39 19,1	—6,9	l
	11 26 47	—9 28	—	16 3 16,07	0,00	105 39 19,0	—6,9	n
2	13 1 36	—9 29	10.0	16 2 7,68	+0,14	106 41 48,2	—6,8	l
3	13 16 0	—9 30	—	Isis — * = 0,00	+0,16	Isis — * = 0,0	—6,7	m
	13 44 25	—9 30	—	16 1 1,93	+0,20	105 44 14,8	—6,6	l
6	12 23 59	—9 32	—	15 57 57,87	+0,10	105 51 41,5	—6,8	l
9	13 29 57	—9 36	—	15 54 54,96	+0,21	106 0 10,7	—6,5	k
	13 46 3	—9 36	—	15 54 54,46	+0,23	106 0 13,8	—6,5	k
10	12 8 7	—9 37	9.9	15 54 0,38	+0,12	106 2 59,0	—6,7	k
14	13 0 52	—9 44	—	15 50 18,45	+0,20	106 15 46,8	—6,6	A
16	12 47 55	—9 48	10.3	15 48 37,58	+0,20	106 22 32,8	—6,4	i
25	12 1 3	—10 11	10.2	15 42 24,58	+0,18	106 57 22,6	—6,2	g
28	11 54 31	—10 20	10.5	15 40 53,41	+0,19	107 10 36,0	—6,1	g
July 1	11 59 22	—10 30	—	15 39 41,43	+0,20	107 24 45,3	—6,0	e
9	11 35 47	—11 0	10.8	15 38 3,47	+0,20	108 5 39,3	—5,7	f
Astraea.								
1855 April 4	13 ^h 12 ^m 47 ^s	—10 ^m 44 ^s	—	13 ^h 25 ^m 46 ^s 87	+0 ^h 04	90 ^h 33 ^m 49 ^s 6	—5 ^h 2	d
1856 July 26	12 50 12	—16 49	11.2	20 1 20,78	+0,05	107 37 8,6	—3,9	s
31	11 50 33	—16 55	11.2	19 56 55,70	+0,02	107 57 29,3	—8,9	g
	11 50 33	—16 55	—	19 56 55,47	+0,02	107 57 27,4	—8,9	r
Aug. 2	11 48 37	—16 59	11.3	19 55 12,11	+0,03	108 5 31,7	—3,9	q
4	12 19 44	—17 3	—	19 53 29,87	+0,06	108 13 37,3	—3,9	q
5	13 29 29	—17 5	11.3	19 52 37,90	+0,11	108 17 41,4	—3,7	p
6	13 14 15	—17 8	11.7	19 51 50,10	+0,10	108 21 29,0	—3,8	p

The observation of Laetitia, and that of Astraea on Aug. 4, were taken with a Difference Micrometer, as suggested by the late Prof. *H. von Boguslawski*. In all other cases the Ring-Micrometer has been employed. — Corrections for proper motion have been duly applied, also for refraction to those made with the Ring-Micrometer. The log. distances

for the calculation of aberration and parallax were taken, from the Nautical Almanac for Psyche and Astraea; from the ephemeris of Mr. *Runkler* for Laetitia, and from the ephemeris and elements of Mr. *Quibling* (A. N. N^o 1032) for Isis.

On June 3, Isis passed exactly over a star of about the tenth magnitude. The time recorded for this observation

is the mean between the last moment before and first after occultation, at which the planet and star were separable with the power employed. Unfortunately the star (m) is not contained in any catalogue I know of, otherwise its

apparent place on that night would furnish a very accurate position of Isis at the time of occultation. —

The following are the adopted mean places of the comparison stars for the epoch 1856.0:

		Mag.	AR.	N. P. D.
a	7071 Lalande	9	3 ^h 42 ^m 5 ^s .23	74° 26' 22".3
b	Weisse XI. 200	9	11 12 16.58	84 5 50.1
c	Weisse XI. 219 = 21629 Lalande	8	11 13 33.62	84 19 45.9
d	4302 B. A. C.	7	13 21 51.28	90 36 52.4
e	A. Z. 207.105 = A. Z. 303.82	8	15 39 6.33	107 38 20.0
f	A. Z. 303.83	8	15 40 50.81	108 15 26.3
g	A. Z. 297.49	8	15 42 16.29	106 54 24.5
h	A. Z. 205.60	9-10	15 48 26.33	106 14 31.7
i	A. Z. 205.61 = A. Z. 297.59	9	15 49 29.79	106 23 22.6
k	A. Z. 205.66 = A. Z. 297.65 = 29175 Lalande	8.9	15 55 22.60	105 59 55.4
l	A. Z. 205.70 = A. Z. 297.70	9	16 0 31.22	105 42 19.8
m	Anonymous (Approximate place)	10	16 1 1 —	105 44 —
n	A. Z. 205.73	9	16 4 39.43	105 38 28.8
o	A. Z. 297.78 = 29610 Lalande	8	16 7 42.92	105 31 11.7
p	A. Z. 244.34 = A. Z. 252.76	8.9	19 50 44.74	108 20 38.4
q	A. Z. 244.37 = A. Z. 252.79	8	19 53 35.38	107 56 37.7
r	A. Z. 244.38	8	19 54 50.32	107 44 39.8
s	A. Z. 244.46 = A. Z. 252.98	8	20 2 55.91	107 23 22.8

The right ascension of star k is one minute too small in Argelander's Zone 297.

Norman Pogson.

Ueber Variabils χ Cygni, von Herrn J. F. Julius Schmidt.

Obgleich ich bereits in Nr. 1031 der Astr. Nachr. eine Mittheilung über das vorjährige Maximum von χ Cygni gemacht habe, komme ich nochmals auf denselben Gegenstand zurück, veranlasst durch frühere Beobachtungen, die ich genauer untersucht habe, und durch die inzwischen erfolgten Berichte der Herrn Prof. Argelander und Prof. Heis über denselben Stern. Vor dem Jahre 1847 habe ich χ Cygni nicht sonderlich beachtet; in diesem Jahre aber zur Winterszeit, als er sehr hell wurde, beobachtete ich ihn in Bonn, so oft es die Umstände nur gestatteten. Meine Vergleichungen zu jener Zeit haben aber, was bei späterer Berücksichtigung derselben nicht zu übersehen ist, ohne Zweifel eines erheblich geringeren Werth als die von Argelander damals angestellten; sie sind, übersetzt in diejenige Art der Bezeichnung, die ich anwende, die Folgenden:

	1847.	Bonn.
Nov. 26	$\chi + 3.5 a$	$\chi + 5.0 b$
27	-3.0	-5.0
29	-2.0	-3.5
Dec. 1	-1.0	-1.0
1	$+1.0$	$+1.0$

	Dec. 5	$\chi + 3.0 a$	$\chi + 1.0 b$	$\chi - 4.0 c$	$\chi - 2.5 d$
6	$+3.5$	$+3.0$	2.5	0.0	
8	$+4.0$	$+4.0$	2.5	$+1.5$	
10	$+6.0$				
11	$+6.0$	$+5.0$	1.0	$+3.0$	
12	$+6.0$	$+5.0$	0.0	$+3.0$	
13	$+7.0$	$+6.0$	0.0	$+3.5$	
14	$+7.5$	$+6.0$	0.0	$+3.5$	
15	$+7.0$	$+6.0$	$+0.5$	$+3.7$	
17			$+0.5$	$+4.0$	
18		$+7.6$	$+0.5$	$+4.0$	
25			0.0	$+4.0$	
Jan. 2	$+4.5$	$+3.5$	2.5	$+0.5$	
3	$+4.0$	$+3.0$	2.7	-0.5	
4		$+2.5$	3.0	-0.5	
7	$+3.5$	$+3.0$	3.0	-0.5	
10	$+2.0$	$+2.5$	3.5	-1.0	
17	$+1.0$				

Obgleich diese Beob., wie man sieht, theils wegen der Witterung, theils aus andern Ursachen nicht kündenlich genau sind, so lässt sich doch für jede Vergleichungsreihe ohne Zwang eine Curve bestimmen, die keine Spur einer Einbiegung verrieth, und für die Zeit des grössten Lichtes Folgendes ergibt:

Aus χ und n Maximum = 1847 Dec. 20 Gew. = 1.

" χ " b " " = Dec. 21 " = 2.

" χ " c " " = Dec. 20 " = 4.

" χ " d " " = Dec. 21 " = 3.

Nur die Vergleichen mit c ($= \pi$ Cygni) und d sind sicher, weil χ sich im Maximum, als er etwa die 4te Grösse erreichte, nicht stark von den andern Beiden unterschied. Er war damals sehr-roth, und diese Farbe konnte auch mit unbewaffnetem Auge erkannt werden.

Bonn 1852. Bonn.

Das Maximum von χ Cygni habe ich diesmal wegen längerer Krankheit nur unvollständig und heiläufig beobachtet können. χ blieb schwach, und aus den Vergleichen mit nur einem der benachbarten Sterne folgt aus der Curve das Maximum = Mai 29 oder 30; während die unmittelbaren Angaben für das hellste Licht den 31^{ten} Mai angeben.

1855. Olmütz.

Nachdem die Beob. in Bonn und Münster jene Einbiegung der Lichtcurve nicht gezeigt hatten, die ich für den October 1855 aus meinen hiesigen Vergleichen nachzuweisen versuchte, ward ich in diesen Tagen durch Herrn Prof. Heis, der uns hier mit seinem Besuche beehrt, veranlaßt, meine vorjährigen Beob. über χ Cygni nochmals wieder näher zu untersuchen. Ich zeigte Herrn Prof. Heis diese Curven, worauf er denn zugab, dass es nicht wohl möglich sei, in allen drei Figuren die übereinstimmende Einbiegung zur Zeit des Maximums mit Stillschweigen zu übergehen. Es hängt ganz ab von der Ansicht, die man von der Genauigkeit seiner eigenen Beobachtungen sich bildet, ob man gewisse Anomalien der Lichtcurve als solche hervorheben, oder nur den unvermeidlichen Fehlern der Beob. zuschreiben will. Auch die noch viel geringeren Anomalien in der

Lichtcurve Algols glaube ich durch eine frühere Arbeit, freilich unter Zuziehung sehr vieler Beobachtungen, sicher erwiesen zu haben. Hätte ich mich nur an die jedesmalige Vergleichung eines Abends halten wollen, so würde ich keinen Anstand genommen haben, in den meisten Fällen den Verlauf der Lichtwandelung durch eine ganz regelmässige Curve darzustellen. Wenn ich meine Beobachtungen über β Lyrae durchgehe, so lässt manche Curvenzeichnung das secundäre Minimum kaum erkennen, und doch darf Niemand an der Realität der von Argelande erlangten Resultate zweifeln. Das vorliegende Beispiel von χ Cygni zeigt nur, dass bei so feinen Unterschieden des Lichtes ein Beobachter nicht genügt; auch 2 genügen nicht, und die Zukunft mag entscheiden, wie es sich mit der Sache verhalte, wobei ich aber nicht unterlasse hinzuzufügen, dass man sich bis auf Weiteres ganz an die von Argelande erhaltenen, durch Heis bestätigten Resultate in dieser Erscheinung halten möge. Um aber doch zu sehen, was eine regelmässig durch meine vorjährigen Beobachtungen geführte Curve ergeben möchte, zog ich diese im Beisein von Prof. Heis, und fand das Maximum sodann folgendermassen, indem ich die fragliche Anomalie nicht weiter berücksichtigte, sondern als den Beobachtungsfehlern angehörig betrachtete:

Aus χ und A (A) 1855 Oct. 9 (A. N. 1031)

" χ " B (B) " " 6 oder 7

" χ " C (C) " " 8

So kommt das Ergebniss mit den andern Beobachtungen überein, obgleich ich es nicht als Resultat meiner Vergleichen ausgeben darf, da ich diesen einen Zwang anthon muss, den ich für jetzt wenigstens durch hinreichende Gründe nicht zu rechtfertigen vermag.

Olmütz 1856, Sept. 15.

J. F. Julius Schmidt.

Construction einer neuen Tafel für den *lapsus ellipticus* innerhalb der letzten fünf Achtel des Zeitraums, in welchem der bewegte Punct aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunct gelangt.

Von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung von Nr 1048 der A. N.)

§ 34.

Hat man auf die im vorigen § beschriebene Art, für $\varphi = 0,15$ bis $\varphi = 2,6$ den 2^{ten} Näherungswerth von E gefunden, so berechnet man die Gleichung

$$x^2 = (E - \sin E) \cdot 4,5 (E - \sin E) \quad (96)$$

$$\frac{\sin E}{1} (E + \Delta E) + \frac{\sin E + \cos E}{1 \cdot 2} \Delta E - \frac{\sin E}{1 \cdot 2} \Delta E^2 + \frac{\sin E}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Delta E^3 + \frac{\cos E}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \Delta E^5 - \frac{\sin E}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \Delta E^6 - \dots \quad (97)$$

ohne Hilfe von Logarithmen. Bekanntlich wird die natürliche Sinus eines gegebenen Winkels $E + \Delta E$, welcher sich von dem gegebenen Winkel E mit bekanntem Sinus und Cosinus nur wenig unterscheidet, durch die Reihe

gefunden. Diese Reihe convergirt schnell, wenn $\sqrt{\Delta E^3}$ nicht > 1 ist als 1° , und lässt sich also schnell berechnen, wenn

$$\sin 1^\circ, \quad \sin 2^\circ, \quad \sin 3^\circ, \quad . . . \quad \sin 89^\circ$$

bekannt sind. Ich konnte es daher bei dieser Gelegenheit nicht umgehen, diese 88 Sinus (denn der rationale $\sin 30^\circ$ bedurfte keiner Untersuchung) in *extenso* in 10 Bruchstellen neu zu berechnen (vorüber das Nähere in meiner Abhandlung in *Nr* 1023 der Astron. Nachr. nachzusehen ist), weil in dem in der Gleichung (96) vorkommenden $\sin E$ überall 8 Bruchstellen sicher ermittelt werden mussten, um nachher x und $\log x$ genau genug und zuletzt y überall in 6 Bruchstellen sicher zu erhalten.

Von der Reihe (97) sind das 4te und 5te Glied resp. aus dem 2ten und 3ten Gliede so zu berechnen:

$$-\frac{\sin E}{1.2.3.4.5.6} \Delta E^6 + \frac{\sin E}{1.2.3.4.5.6.7.8} \Delta E^8 \dots < 0,0000000000000007.$$

Bei der strengen Berechnung des in die Gleichung (97) einflussenden $\text{Arc} \Delta E$ und des in die Gleichung (96) einflussenden $\text{Arc} E$ leistet die völlig correcte, auf 11 Bruchstellen sich erstreckende *Köhler'sche* Tafel der Kreisbogen für die einzelnen Grade, Minuten und Sekunden (in dessen logarithmisch-trigonometrischem Handbuch) herrliche Dienste.

Jeder vermittelt der Gleichung (97) berechnete natürliche Sinus wurde dadurch kontrollirt, dass er vermittelt der in der angeführten Abhandlung *Nr* 1023 der Astr. Nachr. erwähnten Tafel der zehnziffrigen Sinus der durch 1° theilbaren Winkel durch Interpolation mit Berücksichtigung der 5 ersten Differenzreihen nochmals berechnet wurde.

§ 35.

Bezeichnen wir, was dem durch die Gleichung (96) ohne Hülfe von Logarithmen herausgebrachten x^3 an dem Cubus des in unsere Tafel wirklich aufzunehmenden x fehlt, mit $\Delta(x^3)$, so wird (mit Benutzung des bei der Berechnung der Gleichung (96) § 33 bereits angewandten $\lg(E - \sin E)$ und $\lg(\sin \frac{1}{2} E^2)$) die erforderliche Verbesserung von E drei-

$$\Delta M = (1 - \cos E) \Delta E + \frac{\sin E}{1.2} \Delta E^2 + \frac{\cos E}{1.2.3} \Delta E^3 - \frac{\sin E}{1.2.3.4} \Delta E^4 - \frac{\cos E}{1.2.3.4.5} \Delta E^5 + \dots, \dots (99)$$

$$\Delta(x^3) = 8 \Delta M + \frac{1}{2} \Delta M^2 \dots \dots \dots (100)$$

Die Reihe (99) convergirt ausserordentlich schnell; denn da ΔE sich nirgends $> 0,085$ fand, so ist $\Delta M - (1 - \cos E) \Delta E$ innerhalb der Grenzen

$$\pm \frac{(\text{Arc } 0,085)^2}{1.2} \pm \frac{(\text{Arc } 0,085)^3}{1.2.3} \dots$$

$$\frac{\cos E}{1.2.8} \Delta E^3 = \cos E \cdot \Delta E \cdot \frac{\Delta E \cdot \frac{\Delta E}{2}}{3};$$

$$\frac{\sin E}{1.2.3.4} \Delta E^4 = \frac{\sin E}{1.2} \Delta E^2 \cdot \frac{\Delta E \cdot \frac{\Delta E}{2}}{3};$$

die folgenden Glieder brauchen nicht wirklich berechnet zu werden, indem es zu unserm Zweck hinreicht, zu wissen,

$$\text{dass } \frac{\cos E}{1.2.3.4.5} \Delta E^5 - \frac{\cos E}{1.2.3.4.5.6.7} \Delta E^7 + \dots \text{ und}$$

$$-\frac{\sin E}{1.2.3.4.5.6} \Delta E^6 + \frac{\sin E}{1.2.3.4.5.6.7.8} \Delta E^8 \dots \text{ mit}$$

$$-\frac{\cos E}{1.2.3} \Delta E^3 \left(\text{resp. mit } \frac{\sin E}{1.2.3.4} \Delta E^4 \right) \text{ entgegengesetztes}$$

Zeichen hat und absolut genommen < 1 ist als $\frac{(\text{Arc } \frac{1}{2})^6}{1.2.3.4.5}$, also um so mehr $< 0,0000000000005$, ja

ziffrig-logarithmisch durch die aus (96) fließende Gleichung

$$\log \text{ des in Secunden ausgedrückten } \Delta E =$$

$$\lg(\Delta(x^3)) + 4,059 - \lg(E - \sin E) - \lg(\sin \frac{1}{2} E^2) \quad (98)$$

berechnet werden können. Um sich aber zu überzeugen, dass nun die Hundertel-Secunden von E völlig zuverlässig seien, vermindere und vermehre man den gefundenen (in Hundertel-Secunden ausgedrückten) dritten Näherungswert von E um $0,005$, und wende die Gleichung (96) von neuem an; dadurch muss man zwei Werte von x^3 erhalten, von denen der erste etwas zu klein und der zweite etwas zu gross ist. Bei dieser Rechnung lassen sich wieder erhebliche Vortheile anwenden. Man bezeichne nämlich den 2ten Näherungswert von E schlechtweg mit E , und das durch die Gleichung (98) ermittelte ΔE , um $0,005$ vermindert oder vermehrt, mit ΔE , so kann man, die bei der Berechnung der Gleichung (96) bereits angewandten Werte von $\sin E$ und von $E - \sin E$ (wofür wir M schreiben wollen) benutzend, den Einfluss von ΔE auf das durch die Gleichung (96) zu berechnende x^3 durch folgende (nur in wenigen Decimalstellen zu berechnende) Gleichungen bestimmen:

d. i. innerhalb der Grenzen $\pm 0,000000000000849 \dots$ eingeschlossen; $(1 - \cos E) \Delta E$ aber wird (z. B. für $x = 0,15$, wo der 2te Näherungswert von E sich $= 31^\circ 32' 28''$ (15 fand) hinreichend genau bestimmt, indem man sagt, $(1 - \cos E) \Delta E$ sei zwischen $(1 - \cos 31^\circ) \Delta E$ u. $(1 - \cos 32^\circ) \Delta E$ eingeschlossen.

Die herausgebrachten definitiven Werthe von E wurden der Differenzen-Controlle unterworfen; erstlich wurden von danjenigen E , welche $x = 0,15$ bis $x = 1,50$ entsprechen, die 9 ersten Differenzreihen gebildet, und es fand sich die maante Differenz $= 877^{\circ}35$; sie hat auf die Interpolation einen Einfluss $= \frac{35}{65536} \cdot 877^{\circ}35 = 0^{\circ}46...$; das verbürgt awar nicht die Richtigkeit der Hundertel-Seconds von E ; doch haben wir zu bedenken, dass der Einfluss eines bedeutenden Fehlers von E auf y bei so geringen Entfernungen vom Centralpunct sehr gering ist; die erste Differenz von E nimmt nämlich von $x = 0$ bis $x = 1,50$ stetig ab, und ist zuletzt (nämlich von $x = 1,35$ bis $x = 1,50$) $= 21636^{\circ}36$; dagegen nimmt unterdessen die 1ste Differenz von y absoalt genommen stetig zu, und ist zuletzt (wie sich aus den 2ten Näherungawerthen von y ergibt) $= 0,0088412$, und so sehen wir, dass jene $0^{\circ}46...$ auf y keinen grösseren Einfluss haben, als $\frac{35}{65536} \cdot \frac{877^{\circ}35}{21636^{\circ}36} \cdot 0,0088412$, d. i.

$$1 - \cos E + \sin E \cdot \Delta E + \frac{\cos E}{1.2} \Delta E^2 - \frac{\sin E}{1.2.3} \Delta E^3 - \frac{\cos E}{1.2.3.4} \Delta E^4 + \frac{\sin E}{1.2.3.4.5} \Delta E^5 + \frac{\cos E}{1.2.3.4.5.6} \Delta E^6 - \dots$$

ehen so schnell berechnen als $\sin E$ durch die Reihe (97) § 34. Zur Berechnung von $\frac{y}{x}$ aber (welchen der natürliche Logarithmus von $\frac{y}{x}$ ist) leistet die völlig correcte August'sche Tafel der 12stelligen natürlichen Logarithmen aller Primzahlen von 2 bis 277 (in der Ausgabe von 1853 der August'schen Logarithmen-Tafeln) eine vortreffliche Hilfe: denn nun hat man bei Anwendung unserer Gleichung (19) § 8 eine grössere Auswahl hinsichtlich der Factoren, voraus Zähler und Nenner des Bruches $\frac{y}{x}$ zusammenzusetzen sind, man braucht sich nicht an die Factoren 2, 3, 5, 6, 10 zu binden, sondern kann jede Primzahl dazu nehmen, welche nicht > 277 ist. Man bricht zu diesem Zwecke $\frac{y}{x}$ bei der letzten unzweifelhaften Ziffer ab, streicht das Komma weg und probirt die Division der dadurch entstehenden ganzen Zahl durch die successiven Primzahlen 2, 3, 5, 7, ... Lässt sich nun die genannte ganze Zahl durch Aenderung der letzten Ziffern (doch so, dass der ganze Werth der Zahl sich um nicht mehr als ihren 22362ten Theil ändert) zur Theilbarkeit mittelst irgend einer der Primzahlen 2 bis

keinen grösseren Einfluss als $0,0000001915...$; wir können daher ruhig die Differenzen-Controlle bis nach der Bestimmung der definitiven Werthe von y ersparen. Von $x = 1,5$ bis $x = 2,0$ wurden die vier ersten Differenzreihen von E gebildet, und es fand sich die 4te Differenz $= -8^{\circ}54$; ihr Einfluss auf die Interpolation ist $= \frac{3}{128} \cdot 8^{\circ}54 = 0^{\circ}20...$, und diese Grösse hat wiederum auf y keinen grösseren Einfluss, als $\frac{3}{128} \cdot \frac{8^{\circ}54}{16649^{\circ}33} \cdot 0,0084414$, d. i. keinen grösseren Einfluss als $0,00000010...$ Von $x = 2,0$ bis $x = 2,6$ fand sich die sechste Differenz von E absolut genommen nicht grösser als $0^{\circ}07$, wodurch die Hundertel-Seconds in E achon verbürgt sind.

§ 36.

Theilt man das zu dem jedesmaligen x gehörige E in 2 gleiche Theile $E + \Delta E$, wovon E durch 1° theilbar, $\sqrt{\Delta E^2}$ aber $< 1^{\circ}$ ist, so kann man $\frac{y}{x}$ durch die Reihe

277 bringen, so vollzieht man die betreffende Theilung, und probirt die Division des dadurch entstandenen ganzen Quotienten durch die successiven Primzahlen 2, 3, 5, 7, ... von neuem, und fährt so fort, bis alle Divisoren, mittelst welcher man die Division wirklich vollziehen hat, und der letzte Quotient zu den Primzahlen 2, 3, 5, ... 277 gehören; doch hat man bei diesem Geschäft die Vermehrungen und die Verminderungen gehörig zu vertheilen, dass sie sich gegenseitig möglichst aufheben, dass, wenn z. B. eine Vermehrung eines Quotienten um $\frac{1}{a}$ seines Werthes, eine Vermehrung eines Quotienten um $\frac{1}{b}$ seines Werthes, eine Vermehrung eines Quotienten um $\frac{1}{c}$ seines Werthes, eine Verminderung eines Quotienten um $\frac{1}{d}$ seines Werthes und eine Verminderung eines Quotienten um $\frac{1}{e}$ seines Werthes vorgekommen sind, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ sich von $\frac{1}{d} + \frac{1}{e}$ um wenigstens als $\frac{1}{22362}$ unterscheidet. Mit dem Product aller auf diese Art wirklich angewandten Divisoren und des letzten

Quotienten dividirt man dann in die anfängliche ganze Zahl, so muss der Quotient innerhalb der Grenzen $1 \pm \frac{1}{22362}$, d. i. innerhalb der Grenzen $1 \pm 0,00004472$ eingeschlossen sein. Dividirt man zum Behuf der Wiederherstellung des Kommas noch das Product aller gefundenen Primzahlen durch eine ganze Potenz von 10, so hat man $\frac{x}{x}$ auf die Form $\frac{x}{z} (1 + f)$ gebracht, wo y und z ganze Zahlen sind, deren jede sich in einfache Factoren bis 277 zerfallen lässt, A aber innerhalb der Grenzen $\pm 0,00004472$ und folglich $\pm \log n(1 + f)$ innerhalb der Grenzen $-A \pm 0,00000001$ eingeschlossen ist. Die auf diese Art sich ergebenden Grenzen von $\log n \frac{x}{z}$ sind so eng, dass man die Berechnung der Glieder $\frac{2}{3} \left(\frac{xz-y}{xz+y} \right)^3 + \frac{2}{5} \left(\frac{xz-y}{xz+y} \right)^5 + \dots$ der Gleichung (19) § 8 ganz sparen kann.

Die für $x = 0$ bis $x = 1,50$ herausgebrachten Werthe von x wurden der Differenzen-Controlle unterworfen, ebenso die zu $x = 1,5$ bis $x = 2$ gefundenen Werthe von x , und dann die zu $x = 2$ bis $x = 2,6$ gehörigen x ; vorher aber wurden die Zehnmilliontel abgeworfen, und auf diese Art fanden sich alle ersten Differenzen positiv, alle 2ten, 3ten und 4ten negativ (und zwar die zu $x = 1,5$ bis $x = 2$ gehörige 4te Differenz $= -0,000007$); die 5ten Differenzen hatten (wenn die zweite derselben, welche sich $= 0$ fand, nicht mitgezählt wird) ununterbrochen abwechselnde Zeichen und das absolute Maximum $= 0,000013$. Die herausgebrachten x sind also in 6 Bruchstellen richtig; die 7ten Bruchstellen u. s. w. wurden zur Bestimmung von $\log n \frac{x}{z}$ mit benutzt, diese natürlichen Logarithmen in Briggs'sche verwandelt, von diesen wiederum die Zehnmilliontel unterdrückt, und dann die definitive Differenzen-Controlle von y angestellt. Wir bemerken hierbei, dass die Bestimmung von E in Hundert-Seconden zur sicheren Bestimmung der 6ten Bruchstelle von y nicht überall ausreichte, dass z. B. das zu $x = 0,75$ gehörige E bis auf Zehntausendtel-Seconden ermittelt werden musste, dass nämlich durch eine sehr detaillirte Berechnung

der Gleichungen (99) und (100) § 35 bewiesen werden musste, dieses E (dessen dritter Näherungswert sich $= 72^\circ 3' 0'' 69$ fand) gebe $= 72^\circ 3' 0'' 69 + 0'' 00005$ gesetzt, $x^3 < 0,75^3$, dagegen $= 72^\circ 3' 0'' 69 + 0'' 00005$ gesetzt, $x^3 > 0,75^3$. Und nun, die Differenzen-Controlle auf alle 21 zu $x = 0$ bis $x = 2,6$ gehörigen y angewandt, gab alle ersten, 2ten und 3ten Differenzen negativ, die Zeichen der zu $x = 0$ bis $x = 1,5$ gehörigen 4ten Differenzen von y aber fast ununterbrochen abwechselnd und ihr absolutes Maximum $= 0,000005$, die zu $x = 1,5$ bis $x = 2$ gehörige 4te Differenz von y aber $= -0,000004$, und alle drei zu $x = 2$ bis $x = 2,6$ gehörigen 4ten Differenzen $= -0,000001$. Und so ist die Richtigkeit aller gefundenen Werthe von y bestätigt, um so mehr, da keiner derselben sich von dem jedesmaligen zweiten Näherungswerte von y um mehr als $0,0000006$ unterscheidet.

§ 37.

Die Gleichung (79) § 27 bringt für die numerische Berechnung von $\frac{d^2y}{dx^2}$ keinen Vortheil, da die Bestimmung von $\cot \frac{1}{2} E$ vermittelst der Formel $\frac{\sin \frac{1}{2} E}{\cos \frac{1}{2} E}$ umständlich, bei der Anwendung der Gleichung (76) desselben § aber die Wurzel-Ausziehung $\sqrt{\frac{x}{s} - \frac{x}{2}}$ (wofür man nur vorher die Division $\frac{1}{s}$ vollzogen hat) nicht umständlicher ist als die Wurzel-Ausziehung $\sqrt{\frac{x}{2}}$ bei der Anwendung der Gleichung (79). Die durch die Gleichung (76) in 5 Bruchstellen berechneten $\frac{d^2y}{dx^2}$ wurden der Differenzen-Controlle unterworfen, und diese gab folgende Resultate:

Die 1ten und 2ten Differenzen sind sämtlich negativ; die 3ten haben von $x = 0$ bis $x = 1,5$ ununterbrochen abwechselnde Zeichen und das absolute Maximum $= 0,00006$; von $x = 1,5$ bis $x = 2$ und von $x = 2$ bis $x = 2,6$ sind auch die 3ten Differenzen sämtlich negativ, die 4ten aber $=$

+ 0,00002 + 0,00002 - 0,00002 0,00000.

(Fortsetzung folgt.)

Aus einem Schreiben des Herrn Hind, Superintendent des Nautical Almanac, an den Herausgeber,

In a very short time I hope to send you the results of a discussion of the observations of the Comet of 1856 brought to light by Professor Littrow; the calculations for which are for advanced. Can we not organise a systematic search for this body during the winter months? It will be unnecessary

to use much vigilance in the summer, but in winter the case is very different; π coming near to 270° and the motion being direct with a moderate inclination. I should be very glad to hear from anyone willing to join in a search for the comet.

J. R. Hind;

Vertheilung der Beobachtungen der Planeten.

Herr Professor *Calmadrelli*, Director des Observat. pontif. der Universität zu Rom, übernimmt Uranus, Neptun, Ceres, Pallas, Juno und Vesta.

Berichtigungen zu Nr. 1034, 1037, 1039, 1043 und 1044 der Astron. Nachrichten.

- Nr 1034 Seite 19 In der Ueberschrift der 1. Column des Schemas (45) statt $s \log$ lies $\log s$.
 „ 29 Zeile 14 v. o. statt nachem lies nachdem.
- Nr 1037 „ 69 für $\lg r = 0,30$ ist $\frac{Z}{x}$ nicht $= 0,4484$, sondern $0,4483$, wie auch die hinzugefügten Differenzen bestätigen.
 „ 70 in der letzten Column des Schemas (60) ist $\log \frac{Z}{x} = 9,9472$. statt $9,4972$. zu setzen.
 „ 72 in der Gleichung (63) setze $25,5$ statt 27 ;
 in der Gleichung (65) setze 50 statt 53 , ebenso in der 4^{ten} Zeile von unten;
 in der 3^{ten} Zeile v. u. steht zweimal 63 statt 60 , ebenso einmal in der folgenden Zeile;
 in der letzten Zeile ist $26,0576689 \dots$ statt $27,3605523 \dots$, und 22562 statt 22490 zu setzen.
 „ 73 Zeile 3 v. o. ist 22562 statt 22490 , und 64410 statt 64242 zu setzen.
 Zeile 6 v. o. steht wieder 63 statt 60 .
 „ 74 Zeile 1 v. o. ist wieder $26,0576689 \dots$ statt $27,3605523 \dots$, und 64410 statt 64242 zu setzen.
 „ 75 Zeile 5 v. u. statt $\frac{dg^3}{dx^3}$ lies $\frac{d^2y}{dx^3}$.
- Nr 1039 „ 102 Zeile 18 v. u. statt — lies =
 „ 4 v. u. statt sämtlich lies sämmdiche.
 „ 104 „ 10 v. o. statt $4,4508552$. lies $3,4508552$.
 „ 2 v. u. statt $0,018547$ lies $0,018537$.
 „ 105 „ 3 v. u. statt $3,5972094$ lies $3,3972094$.
 „ 106 „ 12 v. o. statt $1,530027$ lies $1,3530027$.
 „ 107 „ 4 v. o. statt $\log \tau$ lies $\log r$.
 „ 20 v. o. statt des Gleichheitszeichens im Zähler des Bruches ist — zu setzen.
- Nr 1043 „ 162 in der Gleichung (72) setze $\sqrt{y}$ statt $\sqrt{x}$.
 „ 168 Zeile 7 v. o. statt rationalen lies rationalen.
 „ 170 zu $E = 75^\circ$ ist $2 + \cos E = 2 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$ statt $1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$ zu setzen.
 Zeile 7 v. o. statt vermittelt lies und vermittelt.
- Nr 1044 „ 177 in der 15^{ten} Zeile des § 29 nach den Worten: Differenz unter sich, setze man ein Komma, und füge dann hinzu: desgleichen die in einerlei Horizontalinie befindliche 3te, 5te, 7te... Differenz unter sich.
 „ 180 Zeile 14 v. u. statt $\sin E(1 - \cos \Delta E)$ lies $2 \sin E(1 - \cos \Delta E)$.
 „ 181 „ 8 v. o. statt $-x-y$ lies $-x-z$.
 „ 182 Im Schema (83) ist die erste der 6^{ten} Differenzen $= 8191477014$ statt 8191471014 zu setzen.
 Gegen Ende der 183^{ten} Seite ist die 2te der 2^{ten} Differenzen $= 3407417371093$ statt 3407417331093 zu setzen.
 Seite 184 Zeile 8 v. u. statt ± 1 lies ± 2 .

I n n a l t.

- (Zu Nr. 1048.) Construction einer neuen Tafel für den *latus ellipticus* etc., von Herrn Dr. Lehmann (Fortsetzung von Nr. 1044) 241. —
 Beobachtungen auf der Sternwarte zu Olmütz, von Herrn Observator J. F. Julius Schmidt 253. —
 (Zu Nr. 1049.) Observation: of Psyche, Luetitia, Ials und Astraea, taken by Norman Pogson 257. —
 Ueber Variablen χ Cygni, von Herrn J. F. Julius Schmidt 259. —
 Construction einer neuen Tafel für den *latus ellipticus* etc., von Herrn Dr. Lehmann (Fortsetzung von Nr. 1048) 261. —
 Aus einem Schreiben des Herrn Hind, Superintendent des Nautical Almanac, an den Herausgeber 267. —
 Schreiben des Herrn Ministerial-Secretairs Paschen in Schwerin an den Herausgeber 269. —
 Wiederaufindung der Fortuna 269. —
 Vertheilung der Beobachtungen der Planeten 271. —
 Berichtigungen zu Nr. 1034, 1037, 1039, 1043 und 1044 der Astron. Nachrichten 271. —

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N^o 1050.

Construction einer neuen Tafel für den lapsus ellipticus innerhalb der letzten fünf Achtel des Zeitraums, in welchem der bewegte Punkt aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunct gelangt,

von Herrn Dr. Lehmann,

(Fortsetzung von N^o 1049 der A. N.)

§ 38.

Aus der Gleichung (80) § 27 findet sich $\frac{Z}{\alpha}$ für $z = 0,0000005$, $z = 0,0000005$ und $\Delta x = 0,15$ durch folgende Formel:

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}081}{\pi} \left(\frac{7}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{2250}{\alpha^3} + 843,75 \cdot \frac{3-s}{\alpha^3} + \frac{93,75 \cot \frac{1}{2} E}{s M} + \frac{1687,5 \cot \frac{1}{2} E}{s} \cdot \frac{3-s}{\alpha^2 M} \right)} \right) \quad (101)$$

für $z = 0,0000005$, $z = 0,0000005$ und $\Delta x = 0,125$ aber wird

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}405}{\pi} \left(\frac{13}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{15625}{6\alpha^3} + 976,5625 \cdot \frac{3-s}{\alpha^3} + \frac{15625 \cot \frac{1}{2} E}{144s M} + \frac{1933,125 \cot \frac{1}{2} E}{s} \cdot \frac{3-s}{\alpha^2 M} \right)} \right) \quad (102)$$

für $z = 0,0000005$, $z = 0,0000005$ und $\Delta x = 0,1$ aber

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{0^{\circ}162}{\pi} \left(\frac{3}{\alpha} + \sqrt{\left(\frac{1000}{3\alpha^3} + 125 \cdot \frac{3-s}{\alpha^3} + \frac{125 \cot \frac{1}{2} E}{9s M} + \frac{250 \cot \frac{1}{2} E}{s} \cdot \frac{3-s}{\alpha^2 M} \right)} \right) \quad (103)$$

Für $x = 0$ ist, wie wir in § 27 gesehen,

$$\frac{Z}{\alpha} = \frac{z}{\alpha} + \frac{0,071}{2\alpha} \Delta x + \frac{0,071}{252} \Delta x^3 = \frac{0,0000005}{\alpha} + \frac{0,0000005}{2\alpha} + \frac{0,071}{252} \cdot 0,15^3 = \frac{0,000001}{\alpha} + \frac{0,071}{28} \cdot 0,000375 = 0^{\circ}61.$$

Auch für $x = 0,15$ wurde die Gleichung (101) nicht angewandt, weil dieselbe auch bei siebenziffrig-logarithmischer

Rechnung nicht ausreicht; $\frac{Z}{\alpha}$ auch nur in Hundertel-Seconden zuverlässig zu bestimmen; hier ist die Benutzung der linken

Seite der Gleichung (75) § 21 besser (dadurch findet sich $\frac{Z}{\alpha} = \frac{1 + 5\alpha x}{2000000\alpha} + \left(\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} \alpha + \dots \right) \Delta x^3 = \frac{7}{8000000\alpha} +$

$\left(\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} \alpha + \dots \right) \cdot 0,093375$); denn die Summe der in der Reihe $\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} \alpha + \dots$ weggelassenen

Glieder ist von der Ordnung

$$\frac{0,252}{0,071} \left(\frac{2,9609}{19404} \alpha \right) = \frac{0,252}{0,071} \cdot \frac{2,9609}{19404} \alpha = \frac{1}{0,071} \cdot \frac{2,9609}{19404} \alpha = 0,003375 \cdot \alpha$$

und giebt in $\frac{Z}{\alpha}$ ein Glied von der Ordnung

$106081,668 - 57453,3036 \alpha = 0,003375 \cdot \alpha$

d. i. (wenn $\alpha = 0,15$) von der Ordnung $0^{\circ}042$, welches

für unsern Zweck (nämlich strenger zu prüfen, ob das

Intervall $\Delta x = 0,15$ nicht zu gross sei) unbeachtet bleiben

kann. Desgleichen kann die rechte Seite der Gleichung (68)

§ 22 für die von $x = 0$ bis $x = 0,3$ gehenden Intervalle

am einfachsten dadurch berechnet werden, dass man die

Reihe $\frac{1 + 5\alpha x}{2000000\alpha} + \left(\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} \alpha + \dots \right) \Delta x^3 = \frac{7}{8000000\alpha} +$

der in der Reihe $\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} \alpha + \dots$ weggelassenen

Glieder ist von der Ordnung

$$\frac{24\alpha^2}{252} = \frac{0,071}{252} \alpha = \frac{2,9609}{19404} \alpha$$

anwendet; denn die Summe der weggelassenen Glieder dieser

Reihe bringt in die rechte Seite der Gleichung (68) ein

Glied von der Ordnung

$$2\alpha \cdot \frac{2,9609\alpha^2}{106081,668 - 57453,3036\alpha} = 0,003375 \cdot \alpha$$

d. i. (wenn man $\alpha = \frac{0,15 + 0,30}{2}$ setzt) von der Ordnung

$0,00000001$, welches da wir zum Behuf der in § 22 be-

schriebenen Controlle die rechte Seite der Gleichung (68)

nur in 6 Bruchtheilen brauchen, unbeachtet bleiben kann.

Dagegen reicht man mit den beiden ersten Gliedern

der Reihe $\frac{1 + 5\alpha x}{2000000\alpha} + \left(\frac{0,071}{252} + \frac{2,9609}{19404} \alpha + \dots \right) \Delta x^3$ bei $\alpha = 0,30$ nicht

Tabula lapsuum ellipticorum für mittlere Anomalien, welche nicht grösser als $\frac{1}{2}\pi$ sind.

$x = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}k^2\mu^2}}{a}$	$y = \lg \frac{r}{\sqrt{\frac{1}{2}k^2\mu^2}}$	$\frac{dy}{dx}$	Diff.	$\frac{r}{a}$	Diff.	$\lg \frac{r}{a}$
0.00	0.000000	-0.04343	-124	0.000000	+147735	8.871781
0.15	0.993393	-0.04467	-132	0.147735	+143146	9.342201
0.30	0.986594	-0.04599	-140	0.290881	+138463	9.571511
0.45	0.979593	-0.04739	-148	0.429344	+133680	9.696172
0.60	0.972376	-0.04887	-156	0.563024	+128792	9.797966
0.75	0.964930	-0.05043	-168	0.691816	+123794	9.877570
0.90	0.957240	-0.05211	-178	0.815610	+118677	9.942303
1.05	0.949291	-0.05389	-192	0.934287	+113437	9.996367
1.20	0.941066	-0.05581	-204	1.047724	+108059	10.042353
1.35	0.932543	-0.05785	-221	1.155783	+102541	10.081978
1.50	0.923701	-0.06005	-196	1.258324	+97092	10.113738
1.625	0.916073	-0.06202	-209	1.359449	+91641	10.139408
1.750	0.908191	-0.06411	-224	1.416541	+86216	10.162428
1.875	0.900039	-0.06635	-239	1.489499	+80816	10.183097
2.0	0.891597	-0.06874	-204	1.558215	+75483	10.199889
2.1	0.884622	-0.07078	-216	1.610038	+70292	10.213495
2.2	0.877437	-0.07294	-230	1.659050	+65077	10.225944
2.3	0.870029	-0.07524	-244	1.705127	+60000	10.237305
2.4	0.862384	-0.07768	-260	1.748217	+55029	10.247684
2.5	0.854487	-0.08028	-278	1.788246	+50259	10.257179
2.6	0.846322	-0.08306		1.825136		

§. 39.

In dieser Tafel ist wiederum die Columne für $\frac{r}{a}$ nur deswegen hinzugefügt, um die leichteste Auflösung der Aufgabe zu gewähren, aus dem gegebenen r das zugehörige t zu finden; aus demselben Grunde wie in der Tafel am Schluss des 11ten § ist auch hier $\lg \frac{r}{a}$ für $x = 0$

0.075	0.225	0.375	1.425
1.5625	1.6875	1.8125	1.9375
2.05	2.15	2.25	2.55

hinzugefügt, und zwar vermittelst der auf Vernachlässigung von $\frac{d^2y}{dx^2}$ gegründeten Formel

$$\lg \frac{r}{a} = \lg x + \frac{y+y'}{2} - \frac{1}{8} \Delta x \frac{dy}{dx}$$

Berechnet, worin y , y' und $\Delta \frac{dy}{dx}$ dieselbe Bedeutung wie in

§. 12 haben. Die gefundenen Werthe von $\lg \frac{r}{a}$ wurden der Summen-Controlle unterworfen; ihre Summe muss (wenn man von den 21 Tafelwerthen von $-\frac{dy}{dx}$ den ersten und den letzten und die beiden beim Uebergang von $\Delta x = 0.15$ zu $\Delta x = 0.125$ und von $\Delta x = 0.125$ zu $\Delta x = 0.1$ statt findenden heranzieht) gleich sein der Summe $\lg 7^{\frac{9}{10}} 11.13.17^{\frac{1}{2}} 19.29.31.41.43.47$ (der Summe

der Tafelwerthe von y (wenn der letzte nur Hälfte angesetzt wird), + $\frac{0.06006 + 0.06874 + 4 \times 0.08306 - 6 \times 0.04343}{320}$;

wir erhalten auf diesem Wege (indem wir

$$7^{\frac{9}{10}} 11.13.17^{\frac{1}{2}} 19.29.31.41.43.47$$

$$\text{in } 343.3486784401.143.289.17081.82861$$

= 3486784401.14175161.1415348741 zusammenziehen, und die Rechnung

$$\lg 3486784401 = 9.5424251$$

$$\lg 14175161 = 7.1515280$$

$$\lg 1415348741 = 9.1608635$$

$$\lg 8 = 0.9030900$$

$$11 \lg 160 = 24.2453200$$

$$= 0.6964066$$

vollziehen) die identische Gleichung

$$9.185779 = 0.6964066 + 8.488747 + \frac{0.20046}{320} = 9.185780.$$

Wir unterlassen es Kürze halber, den Gebrauch dieser Tafel an Beispielen zu erläutern, indem die ganze Einrichtung derselben, sowohl für den Fall, wenn t gegeben ist und r gesucht wird, als wenn r gegeben ist und t gesucht wird, sehr ähnlich ist der Einrichtung der Tafel zu Ende des 11ten §, der Unterschied aber nur darin besteht, dass an die Stelle der Controlle

$$r = \sqrt{s(2+s)} - \lg \tan(1+s + \sqrt{s(2+s)})$$

die Controlle

$$M = E - \frac{s}{2B}$$

$$\left(\text{bei sehr kleinem } E \text{ aber } M = \frac{E^3}{1.2 \cdot 3} - \frac{E^5}{1.2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots \right)$$

tritt.

Spandsu, den 27. Juni 1856.

W. Lehmann.

sub. mine ... Elemente und Ephemeride der Harmonia ☿, von Herrn *Powalky*.

Nach den 2^{ten} Elementen von Herrn *Pope* (s. Astron. Nachr. Bd. 48, pag. 223) habe ich zuerst eine genaue Ephemeride berechnet, mit dieser sämtliche Beobachtungen, die in den Austr. Nachr. mitgetheilt sind, so wie die späteren Berliner

Beobachtungen verglichen und darnach Normalörter gebildet, indem ich von den Differenzen (Beob. — Rechn.) einfach das Mittel nahm, und, mit geringen Correctionen für die Bewegung an der Ephemeride anbrachte.

Aus den 4 Normalörtern:

	α	Z. d. B.	δ	Z. d. B.
April 7,5	196° 41' 26",8	11	(+ 0° 40' 24",5)	10
29,5	191 52 59,8	14	+ 2 6 29,7	15
Mai 25,5	189 38 53,7	9	+ 1 49 47,4	8
Juni 28,5	193 19 54,7	4	(- 1 18 15,3)	4

Beobachtungen von

April 1 — April 11
April 25 — Mai 6
Mai 20 — Juni 2
Juni 26 — Juli 1

habe ich dann bei der geringen Neigung der Bahn, nach der Methode, aus 4 Längen und 2 Breiten eine Bahn zu berechnen, folgende Elemente gefunden:

Epuche Juli 1,0 m. Zt. Berlin	
$M = 220^{\circ} 10' 18",2$	
$\pi = 2 1 25,8$	mittl. Aeq. 1856 Jan. 1
$\Omega = 93 31,37,8$	
$i = 4 15,48,4$	
$\phi = 2 38 29,0$	
$\mu = 1039^{\circ} 41,0$	
$lg a = 0,355480$	

Die zu Grunde gelegten Oerter werden danach in folgender Weise dargestellt:

	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$
April 7,5	+ 1",1	(0",0)
29,5	+ 1,0	- 0,5
Mai 25,5	- 0,2	0,8
Juni 28,5	+ 2,9	(+ 2,2)

Die grössere Differenz der AR für Juni 28,5 rührt von einem Rechnungsfehler her, der sich im Anfang bei der Veränderung der AR und Decl. in Länge und Breite eingeschlichen hatte; eine Aenderung hielt ich deshalb für unnöthig, weil die Vergleichung einer Beobachtung von Juli 13 eine Abweichung nach entgegengesetzter Seite zeigt.

Bei der Vergleichung der einzelnen Beobachtungen mit einer Ephemeride aus den vorstehenden Elementen zeigte sich auch, dass die Voraussetzung von der Zeit proportionaler Aenderung der Differenzen ($R - B$) nach der früheren Ephemeride nicht vollkommen richtig war; doch sind die hieraus entstandenen Fehler nicht bedeutend, wie sich aus dem folgenden Tableau der Vergleichen sämtlicher Beobachtungen mit meiner Rechnung ergibt:

	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$	
April 1	+ 2,2	—	Paris (M.)
6	+ 5,6	+ 4,3	Hamburg
—	5,4	+ 3,1	Altona (M.)
—	+ 2,9	+ 1,1	Berlin
—	+ 2,4	— 1,1	Göttingen
7	3,4	+ 0,2	Altona (M.)
8	+ 3,0	+ 4,0	Berlin
9	(- 10,8)	- 3,1	Göttingen (M.)
10	- 2,9	- 3,7	Wien
11	+ 0,2	- 3,8	Wien
—	+ 3,1	- 1,6	Berlin
12	+ 3,6	+ 1,6	Hamburg
—	3,2	- 5,4	Altona
—	- 0,7	- 3,0	Biik
—	- 4,2	+ 1,6	Hamburg
—	+ 0,5	- 0,8	Altona (M.)
14	- 3,5	0,4	Wien
15	+ 3,8	- 3,8	Hamburg
—	- 2,3	- 2,6	Königsberg
—	+ 1,0	+ 5,2	Königsberg (M.)
—	0,5	—	Altona (M.)
16	+ 3,0	- 5,7	Königsberg
—	- 6,7	- 0,7	Altona (M.)
—	- 0,5	- 0,1	Bonn (M.)
—	+ 1,3	0,0	Berlin
17	0,0	- 1,2	Königsberg
—	+ 3,3	- 1,7	Kremsmünster
—	+ 3,2	- 0,8	Bonn (M.)
19	+ 5,2	+ 3,2	Berlin
—	+ 1,2	+ 2,6	Bonn (M.)
20	3,9	1,9	Kremsmünster
—	+ 0,8	0,6	Bonn (M.)
21	- 5,8	- 0,9	Kremsmünster
22	- 6,1	+ 0,7	Kremsmünster

	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$	
April 22	- 0,4	+ 1,6	Bonn (M.)
—	+ 4,3	+ 6,0	Berlin
23	- 6,8	- 1,6	Kremsmünster
—	+ 1,8	- 2,3	Hamburg (M.)
—	+ 7,9	- 0,4	Bonn (M.)
—	+ 1,2	- 1,9	Hamburg
24	- 8,7	- 3,1	Kremsmünster
—	+ 3,3	+ 0,2	Berlin
25	(+ 24,7)	- 4,0	Kremsmünster
—	- 6,1	+ 3,6	Königsberg
—	+ 6,0	+ 1,8	Berlin
26	- 3,0	- 2,1	Kremsmünster
—	+ 4,8	- 5,6	Hamburg (M.)
27	- 0,6	- 3,7	Kremsmünster
—	+ 9,3	+ 0,8	Hamburg (M.)
—	- 3,8	+ 7,6	Königsberg
28	- 0,7	- 2,8	Königsberg
29	+ 5,5	- 5,1	Kremsmünster
—	- 3,7	- 3,6	Königsberg
30	(+ 13,8)	+ 1,1	Königsberg
Mai 1	- 4,4	- 5,7	Hamburg
2	+ 5,2	+ 2,3	Hamburg
3	+ 2,3	- 0,6	Berlin
6	+ 8,0	- 1,5	Berlin
20	- 1,8	- 7,0	Hamburg
20	+ 1,9	- 3,6	Berlin
25	- 1,3	- 2,6	Hamburg
—	+ 0,1	—	Hamburg
—	+ 1,5	- 4,0	
—	0,0	- 3,4	
25	+ 3,1	- 5,1	
27	+ 3,0	+ 3,2	
Juni 1	+ 4,3	- 3,3	
2	+ 5,8	- 4,0	Berlin
9	- 0,3	+ 4,9	
12	- 0,7	- 1,8	
26	+ 3,4	+ 3,4	
27	+ 8,1	+ 8,2	
29	+ 0,9	- 5,6	
Juli 1	- 1,5	+ 0,9	
13	- 3,4	+ 7,5	

Nach meinen Elementen habe ich nun sowohl eine Jahresephemeride als auch eine genauere Ephemeride für die Zeit der Opposition berechnet. Der Planet wird in seiner nächstjährigen Opposition, den 8^{ten} Sept. 1832*, um etwa 1 Grasse heller sich zeigen, als in der diesjährigen,

und nach Argolander's Beobachtungen daher 8^{te} sein, seine mittlere Helligkeit in der Opposition ist 9^m 1. Schon Anfang Juli wird derselbe heller sein als Mitte Mai dieses Jahres und daher wohl aufgefunden werden können. Zu diesem Zwecke theile ich hier einen Theil der Jahresephemeride; so wie dann die genauere Ephemeride für die Opposition mit:

Ephemeride der Harmonia 1837.

0 ^h m. Z. B.	α	δ	$\log \Delta$	$\log r$
Juni 29	23 ^h 30' 52"	- 7 ^h 48' 4"	0,2181	0,3391
Juli 9	23 37,52	- 7 36,1	0,1887	0,3385
19	23 42 26	- 7 45,2	0,1595	0,3379
29	23 44 12	- 8 9,9	0,1314	0,3374
Aug. 8	23 42 56	- 8 58,5	0,1061	0,3369
18	23 38 37	- 9 53,3	0,0855	0,3364

Ephemeride für die Opposition der Harmonia 1837.

m. Z. B.	α	δ	$\log \Delta$	$\log r$
Aug. 23	23 ^h 35' 5' 0"	- 10 ^h 30' 59' 0"	0,076909	0,336238
24	34 21,65	- 38 4,4	0,075592	0,336202
25	33 36,99	- 45 12,6	0,074355	0,336166
26	32 51,09	- 52 22,8	0,073200	0,336130
27	32 4,01	- 10 59 34,5	0,072127	0,336095
28	31 15,79	- 11 6 47,1	0,071138	0,336060
29	30 26,53	- 14 0,0	0,070234	0,336026
30	29 36,27	- 21 12,7	0,069417	0,335993
31	28 45,10	- 28 24,5	0,068647	0,335959
Sept. 1	27 53,09	- 35 34,7	0,068045	0,335926
2	27 0,29	- 42 42,8	0,067494	0,335894
3	26 6,81	- 49 48,1	0,067031	0,335862
4	25 12,70	- 11 56 50,2	0,066659	0,335831
5	24 18,05	- 12 3 48,3	0,066379	0,335800
6	23 22,93	- 10 41,9	0,066190	0,335770
7	22 27,43	- 17 30,3	0,066093	0,335740
8	21 31,63	- 24 13,1	0,066089	0,335711
9	20 35,60	- 30 49,6	0,066177	0,335683
10	19 39,43	- 37 19,2	0,066357	0,335655
11	18 43,22	- 43 41,4	0,066830	0,335627
12	17 47,05	- 49 55,6	0,066996	0,335600
13	16 51,00	- 10 56' 1,3	0,067466	0,335574
14	15 55,17	- 13 1 57,8	0,068005	0,335548
15	14 59,64	- 7 44,8	0,068647	0,335523
16	14 4,51	- 13 21,7	0,069380	0,335499
17	13 9,85	- 18 48,0	0,070202	0,335475
18	12 15,76	- 24 3,3	0,071112	0,335451
19	11 22,31	- 29 7,1	0,072110	0,335428
20	10 29,60	- 33 59,0	0,073194	0,335406
21	9 37,71	- 38 38,7	0,074363	0,335384
22	8 46,73	- 43 5,7	0,075615	0,335362
23	7 56,71	- 47 19,5	0,076948	0,335341
24	7 7,75	- 51 20,7	0,078361	0,335321
25	6 19,90	- 56 18,3	0,079852	0,335304
26	5 33,24	- 13 58 42,2	0,081419	0,335282
27	4 47,83	- 14 2 2,2	0,083061	0,335264

Berlin den 19. Sept. 1836. *(S. Pownall)*

Observations of Asteroids

made with the Filar Micrometer of the Equatoreal of the Observatory Washington, by J. Ferguson.

(Corrected for refraction.)

(Communicated by Lieut. Maury.)

Latitude

59 — *

Apparent

	M. T. Wash.	Comp.	Comp.-Star	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	α	δ
1856 March 24	9 ^h 31' 10".6	10	Weisse X. 914	-0 ^m 21".46	-6 ^m 35".79	10 ^h 50' 20".23	+10 ^o 21' 32".48
25	9 47 18.6	8	914	-0.58,89	-0 28.51	49 42.80	11 29 39.79
April 6	11 3 11.1	7	743	+1 56.67	+11 22.55	48 39.41	11 29 40.68
8	9 19 44.6	10	743	+1 13.89	+19 11.01	42 56.61	11 37 29.94
13	8 39 16.1	7	803	-2 58.25	-12 17.97	41 27.93	11 54 56.35
22	9 10 56.8	2	781	-3 28.44	-3 57.72	40 7.24	12 16 33.11
25	9 39 13.4	5	781	-3 32.19	+0 19.21	40 3.46	12 20 50.23
26	8 32 33.6	10	716	-0 32.50	-17 6.57	40 4.80	12 21 51.08
28	9 2 23.1	6	716	-0 26.20	-15 15.44	40 11.09	12 23 42.34
May 13	8 36 4.6	4	781	-0 3.30	-1 3.50	43 32.16	12 19 28.72
14	9 29 11.6	10	781	+0 20.15	-2 28.36	43 55.60	12 18 3.93
18	10 14 56.5	7	781	-2 2.00	-9 11.00	45 37.41	12 11 21.55
19	10 51 23.2	5	781	-2 30.76	-11 14.14	46 5.16	12 9 18.47
20	8 45 28.0	11	822	+1 14.63	+4 17.04	46 32.33	12 7 23.63
21	8 37 54.7	8	837	+0 53.85	+0 38.38	47 2.14	12 5 10.87
22	9 15 52.1	5	837	+1 25.20	-1 42.92	47 33.47	12 2 49.62
28	9 11 28.4	5	837	+4 49.45	-17 47.77	50 57.67	11 46 45.12
30	8 46 46.7	10	(3)	-0 57.47	-12 14.40	10 52 12.41	11 40 38.70
June 13	9 4 49.4	5	Weisse X. 1075	-2 47.07	-12 55.99	11 2 29.74	10 46 28.94
15	9 12 44.1	8	XI. 61	-1 4.04	-30.23	4 9.43	10 37 22.06
20	9 5 58.9	5	235	-5 53.26	+15 45.66	8 39.41	10 13 10.20
24	8 46 38.2	5	235	-2 14.49	-4 49.10	12 9.15	9 52 36.12
27	9 54 45.1	5	3892 B. A. C.	-3 48.80	+9 8.11	15 2.98	9 36 6.47
28	9 4 42.0	7	"	-2 53.04	+3 48.20	15 58.75	9 30 46.61
July 1	9 5 40.2	12	"	-0 4.18	-18 7.82	18 55.88	9 13 50.72
5	8 52 38.8	6	Weisse XI. 446	-3 8.96	+4 2.86	22 57.56	8 50 29.06
8	8 54 36.4	4	"	-412	+11 2.35	22 58.08	8 50 27.40
10	8 44 18.4	6	499	-0 28.58	+11 10.30	11 28 12.08	8 19 53.11

Adopted mean places 1860.0 of Comparison Stars.

Star	Magn.	Right Asc.	Decl.	Authority
Weisse X. 914	8	10 ^h 50' 52".73	+10 ^o 26' 57".32	Runkler's Cat.
803	8	10 41 53.91	11 17 7.01	Weisse's Cat.
743	8	10 44 37.44	12 6 2.44	"
781	8	10 43 47.00	12 19 18.37	"
716	9	10 40 48.69	12 37 45.04	"
822	8.9	10 43 29.28	12 1 52.27	"
837	9	10 46 19.87	12 3 18.03	"
(3)	9	10 51 26.26	11 51 37.87	Wash. Equat. from preceding Star
Weisse X. 1075	8	10 59 54.32	10 58 8.66	Weisse's Cat. & Santini's Cat.
XI. 61	8	11 5 25.09	10 37 35.85	Weisse's Cat.
235	7	11 14 35.24	9 56 8.24	Santini's Cat.
3892 B. A. C.	7.8	11 19 3.35	9 25 41.28	B. A. Cat.
Weisse XI. 412	8	11 24 26.49	8 38 7.80	Runkler's Cat.
XI. 446	8	11 26 18.08	8 45 8.87	Santini's Cat.
XI. 495	9	11 28 52.24	8 42 28.83	Weisse's Cat.

Harmonia.

		M. T. Wash.	Comp.	Comp. Star	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$	α	δ	Apparent
1856 June	18	11 ^h 9 ^m 28 ^s .9	2	Weisse XII. 736	+3 ^m 4 ^s .38	-11 ^m 25 ^s .63	12 ^h 46 ^m 26 ^s .94	-0 ^m 9 ^s 27 ^s .75	
	19	11 21 12.9	6	885	-10 0.63	-5 51.83	12 47 4.14	-0 16 14.07	
	20	10 19 59.0	12	835	1 24.06	12 16.68	12 47 40.70	-0 22 38.87	
	21	9 24 40.8	4	835	-0 46.19	-18 45.73	12 48 18.57	-0 29 7.69	
	24	10 7 42.1	3	819	+2 16.24	+6 8.67	12 50 24.61	-0 50 17.04	
	28	9 47 36.9	5	878	+1 49.11	+1 2.92	12 53 26.34	-1 17 6.71	

Adopted mean places 1860.0 of Comparison Stars.

Star	Mag.	α	δ	Authority
Weisse XII. 736	9	12 ^h 43 ^m 33 ^s .49	+0 ^m 0 ^s 47 ^s .51	Weisse's Cat.
835	7	12 49 15.68	-0 11 32.03	
819	8	12 48 29.31	-0 57 35.96	Runkler's Cat.
878	8	12 51 48.36	-1 19 20.06	Weisse's Cat.

I. s. s.

		M. T. Wash.	Comp.	Comp. Star	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$	α	δ	Apparent
1856 July	20	9 ^h 25 ^m 47 ^s .8	7	A. Z. 208 84	+1 ^m 43 ^s .47	-15 ^m 55 ^s .21	15 ^h 39 ^m 38 ^s .28	-19 ^m 10 ^s 47 ^s .56	
	21	9 52 45.7	8	88	+0 26.64	-1 44.94	40 0.11	19 17 3.26	
	—	9 49 51.4	6	90	0 43.99	+5 25.05	40 0.22	19 17 6.12	
	22	10 11 43.0	3	88	+0 50.82	-8 9.95	40 24.18	19 23 28.36	
	—	10 23 27.1	10	90	-0 19.81	-1 5.41	40 24.40	19 23 36.56	
	23	10 1 16.6	12	90	+0 5.33	-7 20.45	40 49.54	19 29 51.61	
	25	9 3 53.8	7	5251 B. A. C.	-3 15.16	+1 38.84	41 45.97	19 42 31.79	
Aug.	5	9 21 48.3	2	5281 B. A. C.	+0 4.42	-22 23.44	49 22.47	20 56 16.62	
	6	8 55 36.4	6	5278 B. A. C.	+1 25.52	+0 55.93	50 14.69	21 3 2.86	
	7	9 3 45.2	4	5278 B. A. C.	+2 20.42	-5 55.09	51 9.58	21 9 53.86	
	13	8 47 21.8	6	A. Z. 213 5	-1 36.80	-11 23.63	15 57 13.33	-21 51 47.40	

Adopted mean places 1860.0 of Comparison Stars.

Star	Mag.	α	δ	Authority
A. Z. 208 84	8.9	15 ^h 38 ^m 6 ^s .46	-18 ^m 55 ^s 26 ^s .76	A. Z.
88	8.9	15 39 44.96	19 15 15.42	"
90	8	15 40 55.82	19 23 3.02	"
5251 B. A. C.	4	15 45 12.81	19 44 41.11	B. A. Cat. & A. Z.
* 5281 B. A. C.	4.5	15 49 29.96	20 34 22.31	A. Z.
5278 B. A. C.	7	15 49 1.14	21 4 27.89	B. A. Cat.
A. Z. 213 5	7	15 59 2.23	-21 40 50.27	A. Z.

* This star in the British Association Catalogue depend on the Hist. Céleste or observations of Lutande. There has probably been an error of 20 seconds in the reading of *Lutande*, or in the reduction of the Star to 1850. — Prof. Argelander has observed the Star twice Zones. 208, 102 and 385, 116. — The mean of them has been used in the present comparison. —

M. F. Maury.

No observations have been made here other of *Leucothea* or *Circe* through they have been both sought for since July 10, on every clear night.

J. F.

Inhalt.

(Ze Nr. 1059.) Construction einer neuen Tafel für den *lappus ellipticus* etc., von Herrn Dr. Lehmann (Fortsetzung von Nr. 1049) 273. — Elemente und Ephemeride der Harmonia, von Herrn Powally 281. — Observations of Asteroids made with the Filar Micrometer of the Equatorial of the Observatory Washington by J. Ferguson 285. —

Altona 1856. — September 30.

Ueber die Berechnung von Sonnenfinsternissen, mit Anwendung auf die Sonnenfinsterniss vom 28. Juli 1851, von Herrn Director C. Runkler.

Wenn man das Complement ihrer scheinbaren Winkel-Distanz an die Endpunkte einer der Sonne oder eines Sterns mit dem Monde verbindende graden Linie anträgt, so schneiden sich die Schenkel im Mittelpuncte eines Kreises, welcher durch beide Himmels-Körper beschrieben werden kann, und von welchem obige Linie, oder die wirkliche Entfernung beider Himmels-Körper von einander eine Chorde wird. Gedenkt man sich nun den Kreis um diese Chorde drehbar, so wird die Intersection seiner Peripherie mit der Erd-Oberfläche eine Curve bilden, deren Bewohner in demselben absoluten Zeitmomente den Mond, abgesehen von Refraction in gleicher Distanz von der Sonne oder dem Sterne sehen. Eine Nutz-Anwendung lässt sich von dieser Curve aber nur in den Fällen machen, wo der Einfluss der veränderlichen Refraction verschwindet, wie bei Sonnenfinsternissen oder Sternbedeckungen, weil dann die beobachtete Distanz der Körper ≈ 0 ist, und die beiden Gestirne gemeinschaftliche Refraction des Berührungspunctes keine Veränderung in ihrer relativen Stellung verursacht.

Bei einer Sonnenfinsterniss kann der Mittelpunkt S der Sonne als die Spitze einer dreieckigen Pyramide betrachtet werden, welche zur Grundfläche das Dreieck EmB hat, dessen Ecken E , m und B die Mittelpuncte der Erde und des Mondes und der Beobachter sind. Die Aufgabe ist aus dem vom Beobachter gesehenen scheinbaren Abstand ihrer Mittelpuncte, welcher beim Anfange oder Ende einer Finsterniss der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes gleich ist; ihren im Mittelpuncte E der Erde stattfindenden Winkelabstand $SEM \triangleq \Delta$ vorerst mittelst Berechnung der die Pyramide einschliessenden Dreiecke zu finden.

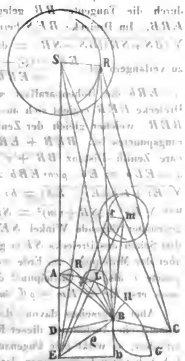
Es sei nun π die Equatorial-Horizontal-Parallaxe der Sonne, P die des Mondes, $ES = \frac{1}{\sin \pi}$ die Entfernung der Sonne, $Em = \frac{1}{P}$ die des Mondes und $EB = \rho$ die des Beobachters vom Mittelpuncte der Erde. $RS \triangleq 11,9872$ der wirkliche Halbmesser der Sonne in Theilen des Erdhalbmessers als Einheit; $rm \triangleq 0,2725035$ eben so der wirkliche Halbmesser des Mondes; $\odot$ der Winkel-Halbmesser der Sonne, $\odot$ den des Mondes, demnach $\sin \odot = RS \sin \pi$, $\sin \odot = rm \sin P$. Der $\log ES$ kann auch gefunden werden,

indem man den Logarithmen 4,3810262 zum aus der Ephe- meride entlehnten $\log$ Radius Vector der Erde addirt. Der $\log RS$ ist $\triangleq 2,0491685$, $\log rm \triangleq 9,435372$.

Die Aufgabe könnte dadurch gelöst werden, dass man im gradlinigten Dreieck SEB , worin ES und EB mit dem dazwischen enthaltenen der Zenith-Distanz der Sonne gleichen Winkel SEB gegeben sind, die Entfernung RS der Sonne vom Beobachter berechnet. Eben so fände man im Dreiecke BEm aus den beiden Seiten EB und Em mit dem dazwischen enthaltenen der Zenith-Distanz des Mondes gleichen Winkel BEm die Entfernung Bm des Mond-Centrums vom Beobachter.

Dann ist $\sin Bm$ der Sinus des Winkels Bm vom Beobachter gesehenen scheinbaren (vergrösserten) Halbmessers des Mondes $\triangleq \sin Bm$. Im Dreiecke SBm sind die beiden Seiten BS und Bm mit dem dazwischen enthaltenen der Summe der scheinbaren Halbmesser gleichen Winkel SBm gegeben und die Entfernung mS des Mondes von der Sonne zu suchen. Endlich ist im Dreiecke SEM aus den 3 Seiten der Winkel $SEM \triangleq \Delta$ zu finden. Um allerhand altem Schein eines Circle-Schlusses zu vermeiden, sollte die Rechnung möglichst unabhängig von den Oportern der Gestirne geführt, und ihre zur Berechnung der Zenith-Distanz, Bm erforderlichen Rectascensionen und Declinationen nur benutzt werden, wo sie höchstens als Grössen zweiter Ordnung auf die Genauigkeit des Resultates einwirken können.

Eine gemeinschaftliche Tangente RzL an die Sonne und an den Mond trifft den Beobachter auf der Erd-Oberfläche



In B , und wenn man sich diese Tangente um Sm als Axp. drehen lässt, so beschreibt ihr Fusspunkt B darauf eine Curve HBG , in welcher ein Beobachter zur identischen Zeit des ersten Meridianes den Anfang, das Ende oder einen Appuls siehet, je nachdem der Winkel DBC spitz, stumpf oder ein rechter ist.

Die wahre Zenith-Distanz der Sonne liegt in der Ebene BES , die des Mondes in der BEM , und die von B aus zur Zeit der Beobachtung in grader Linie erscheinenden Halbmesser SR und rm in der Ebene SBC , mit welcher AR und Lr parallel laufen. Die Parallaxe wirkt in der durch die Tangente RB gelegten grössten Kreis-Ebene ERB . Im Dreiecke BES berechne man BS , dann giebt $\sqrt{(BS+SR)(BS-SR)} =$ die Linie BR , welche bis b zu verlängert ist, $\frac{ES \cos(\odot - ERB)}{\cos ERB}$ nahe genug $= ER$,

wo ERb die Höhenparallaxe π' der Sonne bedeutet. Im Dreiecke BER ergibt sich aus den drei Seiten der Winkel BER , welcher gleich der Zenith-Distanz BR des Berührungspunctes ist. $BER + ERb = Ebb$ ist die scheinbare Zenith-Distanz $BR + \pi'$ des Berührungspunctes R , $p \sin Ebb = Eb$, $p \cos Ebb = Bb$, $RB + Bb = Rb$, $\sqrt{(Er+Eb)(Er-Eb)} = br$, dann ist $bB - br = Rr$ und $\sqrt{Rr^2 + (SR+rm)^2} = Sm$, wonach der dieser Seite gegenüber liegende Winkel $SEm = AL = \Delta$ aus den drei Seiten des Dreiecks SEM gefunden werden kann. Weil aber der Mittelpunkt der Erde weniger weit vom Berührungspuncte r als vom Mittelpuncte des Mondes entfernt ist, so muss erst $Er = Em - p \cos ALr$ gefunden werden.

Aber abgesehen davon, dass eine logarithmisch-trigonometrische Ausführung dieser Rechnung mehrstellige Tafeln erfordert, so wirkt eine Ungenauigkeit in den nicht hinlänglich bekannten Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde zu stark auf das Resultat ein, daher sich diese Methode besser zur Berechnung des Parallaxen als zuverlässigen Beobachtungen als zur Längen-Bestimmung eignet. Die Parallaxen stehen aber in umgekehrten Verhältnissen mit den Entfernungen, so dass der auf erstere übergehende Fehler um so unmerklicher wird je grösser die letzteren sind, und es sicheres ist die Rechnung vermittelt der Parallaxen zu führen.

Nun würden einem im Mittelpuncte der Erde befindlichen Beobachter alle von dort aus gezogenen geraden Linien ES, ER, Em, Er, EB als Punkte H, R, E, b, B und alle andern graden Linien als grösste Kreise am Himmels-Gewölbe oder auf der Erdoberfläche projicirt erscheinen. So zum Beispiel werden die wirklichen Entfernungen BS, BR, Sm, Bv der Mittel- und Berührungspunkte der Sonne und

des Mondes durch ihre sphärischen Zenith-Distanzen BA, BR, BL, Bv und ihre wirklichen Halbmesser SR, mr durch ihre Winkel-Halbmesser AR, Lr und der zwischen beiden Berührungspuncten R, r enthaltene Theil der gradlinigten Tangente durch das sphärische dem Unterschiede der Parallaxen $Erb - ERb$ gleiche Bogenstück Rr , das beim Anfang und Ende die Ränder verbindenden Verticals BR dargestellt, woraus die sphärische Projection AL des wirklichen Abstandes ms des Mondes von der Sonne zu finden ist, so dass sich vermittelst der Projection auf der Sphäre die obige von den Rectascensionen der Gestirne unabhängige Längen-Bestimmung aus dem Ende einer Sonnenfinsterniss folgendermassen gestaltet:

Es ist ersichtlich, dass $\frac{Eb}{ER} = \sin ERb$ und $\frac{Eb}{Er} = \sin Erb$ und $Erb - ERb = rER = Kr$.

Für die wahre Zeit der Beobachtung berechne man den parallactischen Winkel PAB und die Zenith-Distanz des Mittelpunctes der Sonne.

Wenn man dann vermittelst einer ersten Annäherung den Unterschied der Höhenparallaxen $= Aa = p \sin(P - \pi) \sin AB$ setzt, wo $P = P$ sect $\odot$, so sind im sphärischen Dreiecke PAa die beiden Seiten Aa, AP mit dem dazwischen enthaltenen Winkel PAA gegeben und die Seite aP und der Answinkel BaP zu finden.

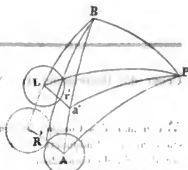
$$\frac{AH \sin aB}{\sin AB} = ar' \text{ und } ar + Lr' = La.$$

Ferner finde man aus den 3 Seiten des Dreiecks PaL den Winkel PaL und subtrahire davon des vorhergehenden Winkel PaB , der Rest ist der Winkel BaL , welcher $= BAR$ genant und damit $BR = AB - AR \cos BAR$ gefunden und die Berechnung des Unterschiedes der Höhen-Parallaxen durch die Formel:

$$\sin \frac{1}{2} Kr' = p \sin \frac{1}{2} (P - \pi) \sin (BR + \pi')$$

wiederholt werden kann.

Dann substituirt man Kr' für Aa und berechne im Dreieck PAa noch einmal die Seite Pa und jetzt den Winkel APa und aus den 3 Seiten des Dreiecks aPL den Winkel aPL . Die Summe $APa \mp aPL$, Vormittags oder Nachmittags, giebt den wahren beobachteten Rectascensions-Unterschied $APL = \alpha$. Für einen andern Beobachtungs-Ort und eine andere Beobachtungs-Zeit T' erhält man ein anderes α .



Wenn dann $\frac{6600}{\cos \alpha} = \alpha$ das Verhältniss der Aenderung des tabellarischen Rectascensions-Unterschiedes zur Zeit bedeutet, so giebt $T - T - (\alpha - \alpha')\alpha$ den Längen-Unterschied, wo + West und - Ost bedeutet, und wobei die Zeichen von α und α' zu berücksichtigen sind, so dass wenn PL an beiden Orten auf dieselbe Seite von PA fällt α' von α zu subtrahiren, aber dazu zu addiren ist, wenn es auf entgegengesetzte Seiten fällt.

Wir können dies auf die Beobachtung des Endes der Finsterniss vom 28. Juli 1851 mit Erfolg anwenden, da die Rechnungen der Herren Professor *Santini* und Dr. *Wickmann* beweisen, dass die tabellarische Declination des Mondes nahe richtig war.

Der Herr Geheimrath *Hofrath Gauss* beobachtete das Ende dieser Finsterniss um $5^h 0^m 0^s$ Göttinger mittl. Zeit. Nach dem Axen-Verhältniss $302,78''$ ist die geocentrische Breite von Göttingen $\phi = 51^{\circ} 20' 46''$. $\log p = 9,9991278$, und dem

Nautical-Almanac zufolge war die Rectascension der Sonne $8^h 29^m 6^s$; Declination $+ 19^{\circ} 2' 53''$, $\odot 15^{\circ} 46' 53''$, $\pi 8^{\circ} 45'$ Zeitgleichung $+ 6^m 10^s 88$. Die Declination des Mondes $+ 19^{\circ} 39' 15''$, $\odot 16^{\circ} 29' 619$, $P = 60^{\circ} 31' 757$. Wir nehmen zur Abkürzung $P' = P \sec \zeta$ und die Reduction der Zenith-Distanz auf den Berührungspunct als nach erster Approximation gefunden an:

Anmerk. Es bleibt Jedem überlassen, den trigonometrischen Calcul nach beliebigen Formeln und Abkürzungen auszuführen.

Berechnung des parallactischen Winkels und der Zenith-Distanz der Sonne.

Gött. M.Z. $5^h 0^m 0^s$

Zeitgleiche 6 10,88

Wahre Zeit $4^h 53^m 49^s 72$

Stand.-Wink. $73^{\circ} 27' 25'' 7$ $\cos 9,4344392$ $\sin 9,9846494$

Comp. $\phi' 38 39 14$ $\text{tang } 9,9029880$ $\sin 9,7956120$

$PA = 170 52 46,5$ $\text{tang } 9,3574272$ $\sin 9,7772524$

$58 27 18,9$ $\sin 9,9289989$ $\cos 9,7227286$

$+ 26 46 52,0$ $\text{cotg } 0,1263414$ $\cos 9,9035939$

$PA = 170 52 46,5$ $\text{cotg } 0,0533964$ $\cos 0,6268179$

$AB = 64^{\circ} 58' 38''$

Berechnung des Unterschieden $\Delta\alpha$ der Höhen-Parallaxen.

$AB = 64^{\circ} 58' 38''$ $\sin 9,9566943$

Beduct. auf den Berühr.-Punct $+ 48 36$ $\sin 7,9446496$

$BR = 64 50 3$ $\sin 9,9566943$

$BR + \pi' 64 50 10$ $\sin 9,9566943$

$1(P' - \pi) 30 11 675$ $\sin 7,9446496$

$\log p 9,9991278$

$\Delta\alpha = 0 37 16,44$ $\sin 7,8994717$

$\Delta\alpha = 0 37 16,44$

$Aa = 0 54 32,88$

Berechnung des Winkels APa und der Seite Pa .

$PAB 41^{\circ} 21' 34''$ $\cos 9,8753964$ $\sin 9,8200574$

$Aa = 0 54 32,88$ $\text{tang } 8,2005414$ $\sin 8,2004868$

$0 40 56,7$ $\text{tang } 8,0759378$ $\sin 8,0205442$

$PA 70 57 6,4$ $\sin 9,9737235$ $\cos 9,5284007$

$0 36 2,5$ $\text{cotg } 1,9794819$ $\cos 9,9999761$

$APA 10 38 17,48$ $\text{cotg } 1,9531554$ $\cos 9,9283768$

$Pa = 70^{\circ} 16' 14''$

Berechnung von a'' und Winkel aPL .

$AB 64^{\circ} 58' 38''$ $\cos 0,0428048$

$Aa = 54 33$ $\sin 9,9539114$

$AR' 15 46 53$ $\log 2,9761344$

$a'' 0 15 39,40$ $\log 2,9728506$

$LR' 0 16 29,62$

$PL 0 32 9,02$

$PA 70 16 14,0$ $\cos 0,0262732$

$PL 70 20 44,6$ $\cos 0,0260694$

$AS 70 34 33,8$

$AS - Pa 0 18 19,8$ $\sin 7,7268885$

$AS - PL 0 13 49,2$ $\sin 7,6042350$

$15,8634657$

$0,16,54,29$ $\sin 7,6917328$

2

$aPL 0 33 48,58$

$APa 0 38 47,48$

$APL 0 34 42,16$

Der Grund, warum die Interpolation von P und ζ auf

mehr Stellen, als verbürgt werden kann, ausgedehnt ist,

liegt darin, dass es bei den Längen-Declinationen mehr auf

ihre relative als absolute Grösse ankommt.

In Hamburg ist das Ende dieser Finsternis um $4^h 56^m 46^s$ Hamburger mittl. Zeit beobachtet. $\varphi = 53^\circ 22' 18''$, $\log p = 9,9990657$. $\odot$ AR $8^h 29^m 6^s 358$, Decl. $+19^\circ 2' 55^s 6$, $\odot = 15^\circ 46' 53$, $\pi 8^s 45$, Zeitgleichung $+6^m 10^s 886$. ($\odot$ Dec. $+19^\circ 39' 35^s 46$, $\odot = 16^\circ 29' 606$, $P = 60^\circ 31' 706$.)

Berechnung des parallactischen Winkels und der Zenith-Distanz der Sonne und des Unterschiedes der Höhen-Parallaxen.

H. M. Z. $4^h 56^m 46^s$

$- 6^m 10,886$

Wahre Zeit $4^h 50^m 35^s 71$

Stund.-Wink. $72^\circ 38' 56''$ $\log 9,4745462$ $\sin 9,9797737$

PB $36^\circ 37' 42''$ $\log 9,8712419$ $\sin 9,7756991$

$12^\circ 30' 3,2$ $\log 9,3457881$ $\sin 9,7554728$

$PA = 70^\circ 57' 4,4$

$58^\circ 27' 1,2$ $\sin 9,9305349$

$34^\circ 42' 42,2$ $\log 0,1594044$

PAB $39^\circ 16' 32''$ $\log 0,0899393$ $\cos 0,2001083$

AB $64^\circ 31' 33''$ $\sin 9,9555811$

Reduction auf den Berühr.-Punct $- 7^s 43$

$64^\circ 23' 50$

Höhen-Parallaxe $\pi +$

8

$64^\circ 23' 58$ $\sin 9,9551239$

$\frac{1}{2}(P-\pi)$ $0^\circ 30' 11,7$ $\sin 7,9436536$

$\log 9,9990657$

$27^\circ 10' 32$ $\sin 7,8978452$

$Aa = 54^\circ 20' 64$

Berechnung des Längen-Unterschiedes:

a $1^h 12^m 6^s 06$

a' $1^h 10^m 4,55$

$a-a' = 2^m 1,51$

$\log 2,0846120$

π $\log 0,2158435$

$\log 2,3004555$

T $5^h 0^m 0^s 6$

T' $4^h 56^m 46,6 \dots (a-a') \times 199^s 74$

$T-T' = +3^m 14,0 - [(a-a') \times 3^m 19^s 74] = -5^s 74$ Hamburg, Ost von Göttingen.

Im Falle, dass correspondierende Beobachtungen fehlen sollten, so substituirt man statt des $2^m a'$ den der auf den ersten Meridian reducirten Zeit T' entsprechenden, aus der Ephemeride entlehnten Rectascensions-Unterschied AR ($=AR$) in Bogen, dann giebt die Rechnung die mit dem Fehler der Mond-Tafeln behaftete Länge vom ersten Meridian.

Die folgende Tabelle enthält die vorerwähnten Theile einer nach derselben Methode ausgeführten Berechnung der in den benannten Orten beobachteten Eclipsen dieser Finsternis:

Berechnung des Winkels APA und der Seite Pa ,

$PAB = 39^\circ 16' 32''$ $\cos 9,8898319$ $\sin 9,7998917$

$Aa = 54^\circ 20' 64$ $\log 9,888979$ $\sin 8,1988437$

$0^\circ 42' 10,1$ $\log 8,0887298$ $\sin 7,9987354$

PA $70^\circ 57' 4,4$

$70^\circ 14' 54,3$ $\sin 9,9786665$ $\cos 9,5288481$

$+ \log 2,0012462$ $\cos 9,9999784$

APA $0,36^\circ 25' 23$ $\log 1,9749127$ $\cos 9,5288215$

$Pa = 70^\circ 14' 38''$

Berechnung des Winkels aPL ,

AB $64^\circ 31' 14''$ $\cos 0,0444360$

$54^\circ 20' 5$

$63^\circ 36' 53,5$ $\sin 9,9522247$

$\odot$ $15^\circ 46' 53$ $\log 2,9761344$

ar' $0^\circ 15' 39,28$ $\log 2,9727954$

Lr' $0^\circ 16' 29,608$

aL $0^\circ 32' 8,9$

Pa $70^\circ 14' 58,0$ $\cos 0,0263307$

PL $70^\circ 20' 24,5$ $\cos 0,0260844$

S $141^\circ 7' 31,4$

$\frac{1}{2}S$ $70^\circ 33' 45,7$

$\frac{1}{2}S-Pa$ $0^\circ 18' 47,7$ $\sin 7,7377662$

$\frac{1}{2}S-PL$ $0^\circ 13' 21,2$ $\sin 7,5893147$

$15,3794960$

aPL $0^\circ 33' 39,82$ $\sin 7,6897480$

APA $0^\circ 36' 25,23$

$a' = APL' = 1^\circ 10' 4,55$

Columbia College, New-York 4°56'10'9; Mount Pleasant, Coast Survey Station, 4°43'22'8; Philadelphia 5°0'48'9; Washington, National Observatory 5°5'17'0.

Es genügt aber auch, die amerikanischen Beobachtungen mit einer der europäischen, z. B. mit der in Hamburg angestellten, zu vergleichen, wenn die Länge des letzteren Ortes auf dieselbe Art aus den übrigen abgeleitet ist.

Längenbestimmung durch Fixsternbedeckungen.

Die Längenbestimmung durch Fixsternbedeckungen wird dadurch viel einfacher, dass der Halbmesser, die Parallaxe

Ort	Eintritt mittlere Zeit	☉' mittl. AR	☉' Decl. N.	☉' Halb.	☉' E.H.P.	AB	PAB	APa	a PL	APL
Hamburg	16 ^h 26 ^m 53 ^s	16 ^h 35 ^m 36 ^s	16 ^h 48 ^m 37 ^s	16 ^h 36 ^m 95 ^s	60 ^h 58 ^m 574 ^s	64 ^h 27 ^m 29 ^s	38 ^h 3 ^m 30 ^s	+38 ^h 22 ^m 50 ^s	-15 ^h 55 ^m 14 ^s	+19 ^h 27 ^m 36 ^s
Cambridge	9 21 50,9	16 35 20,9	16 37 37,1	16 36 62,1	60 57 345,1	16 24 43	10 47	-28 40,95	-16 44 12	-45 35,07
	T	T'	$(a-a')\alpha$	— Länge von Hamburg.						
	16 ^h 26 ^m 53 ^s	9 ^h 21 ^m 50 ^s	1 ^h 10 ^m 34 ^s	39 ^h 54 ^m 0	gibt die Länge von Cambridge + 4 ^h 44 ^m 37 ^s					

Wenn der scheinbare Unterschied der Declinationen des Mondes und des Sternes gross ist, so dass der Stern nur eine kleine Chorde hinter der Mondacheibe beschreibt, so verursacht ein kleiner Fehler in der Mond-Declination einen grossen Irrthum in der Längenbestimmung, so dass sich Sternbedeckungen unter solchen Umständen besser dazu eignen, um aus zuverlässigen Beobachtungen, welche an Orten angestellt sind, deren geographische Lage genau bestimmt ist, den Fehler der Mond-Tafeln in Declination zu ermitteln. Soll aber die Länge gefunden werden, so muss der Declina-

tionale Bewegung der Sonne, mithin auch die Verminderung des Halbmessers wegfällt, und dass die Zenith-Distanz des Sternes zugleich auch die des Berührungspunctes ist. Uebrigens bleibt die Rechnung dieselbe.

Am 29. November 1849 wurde auf der Hamburger Sternwarte der Eintritt von Aldebaran um 16^h26^m53^s M. H. Zt. und auf der Sternwarte von Cambridge in Nord-Amerika um 9^h21^m50^s 9 C. M. Zt. beobachtet.

Aldebaran scheinb. AR = 4^h27^m19^s 515, Decl. +16^h12^m4^s 5, $\log \alpha$ 0,1890537. Für Cambridge ist ϕ = 42° 11' 32" und $\log \rho$ = 9,9993640.

nationale Fehler aus an dem Tage angestellten Meridian-Beobachtungen bekannt sein:

Am 12. Februar 1848 ward in Hamburg der Antritt von Aldebaran um 12^h48^m11^s und in Cambridge (Vereinigten Staaten) um 5^h34^m28^s M. Z. beobachtet. Aldebaran scheinb. AR 4^h27^m13^s 166, Decl. +16^h11^m47^s 1. Aus an dem Tage in Hamburg angestellten Meridian-Beobachtungen ergab sich, dass die im Nautical Almanac angegebene Declination des Mondes einer Correction von +2^s bedurfte, welche hier daran angebracht ist. $\log \alpha$ = 0,2254402. Demnach

Ort	Austritt mittlere Zeit	☉' mittl. AR	☉' Decl. N.	☉' Halb.	☉' E.H.P.	AB	PAB	APa	a PL	APL
Hamburg	12 ^h 48 ^m 11 ^s	21 ^h 28 ^m 41 ^s	17 ^h 1 ^m 17 ^s	38 ^h 15 ^m 54 ^s	58 ^h 20 ^m 790 ^s	75 ^h 32 ^m 20 ^s	37 ^h 59 ^m 20 ^s	36 ^h 16 ^m 30 ^s	15 ^h 44 ^m 78 ^s	52 ^h 1 ^m 08 ^s
Cambridge	5 34 28,1	21 28 23,12	16 53 46,00	15 55,005	58 24 580,31	39 42	30 31 38	-16 13,71	3. 12,74	-13 0,97
	T	T'	$(a-a')\alpha$	— Länge von Hamburg.						
	12 ^h 48 ^m 11 ^s	5 ^h 34 ^m 28 ^s	1 ^h 49 ^m 17 ^s	39 ^h 54 ^m 0	gibt die Länge von Cambridge + 4 ^h 44 ^m 31 ^s 58					

Voraus-Berechnung des Anfanges einer Finsterniss.

Für die geschätzte Zeit des Anfanges berechne man den parallactischen Winkel PAB der Sonne, ihre Zenith-Distanz AB und den der Letzteren entsprechenden Unterschied Aa der Höhen-Parallaxen summt dem verminderten Halbmesser a der Sonne.

Dann sind im Dreiecke APa die beiden Seiten AP , Aa und der dazwischen enthaltene Winkel PAA gegeben und die Seite Pa mit dem Winkel APa zu finden.

$APa \pm$ den aus der Ephemeride genommenen Rectascensions-Unterschied, je nachdem die Rectascension der Sonne grösser oder kleiner als die des Mondes ist, gibt den Winkel LPA für die angenommene Zeit.

Ans den drei Seiten des Dreiecks LPA , wo $aL = L + a$ zu setzen ist, findet man denselben Winkel $L'PA$ für die Zeit des Anfanges.

Der Unterschied dieser beiden Winkel $\times 3600$ ist die Vergrösserung der angenommenen Zeit.

Eine auf diese verbesserte Zeit begründete Wiederholung reicht allemal aus. Der Winkel $PA\bar{L}$ giebt den Ort Q , des ersten Contactes vom Nordpuncte, und $PA\bar{L}$ + parallactischen Winkel der Sonne giebt den Ort vom Zenith ab.

Ich nehme die Hamburger mittlere Zeit des Anfanges der Fluternias vom 28. Juli 1851, absichtlich 40 Minuten unrichtig, zu $2^h 9^m 54^s$ an, demnach:

AR der Sonne $8^h 28^m 39^s 07$, Decl. der Sonne $+ 19^{\circ} 4' 32'' 4$,
Halbm. $15' 46'' 5$, Parall. $8' 45''$, Zeitgleiche $+ 6^m 11^s 0$.
AR des Mondes $8^h 26^m 34^s 68$, Decl. des Mondes $+ 19^{\circ} 55' 24'' 7$,
Halbm. $46' 28'' 89$, E. H. Par. $60' 29'' 04$.

Berechnung des Par.-Winkels und der Zenith-Distanz der Sonne, des Unterschiedes der Höhen-Parallaxe Aa und des verminderten Sonnen-Halbmessers ar .

H. M. Z.	$2^h 9^m 54^s$		
Zeitgleiche	$- 6^m 11^s$		
W. Z.	$2^h 3^m 43^s$		
Stund.-Wink.	$30^{\circ} 55' 43''$	$\cos 9,9333878$	$\sin 9,7109445$
Comp. ϕ	$56^{\circ} 37' 42''$	$\text{Itang } 9,8712419$	$\sin 9,7756991$
	$32^{\circ} 31' 35,3''$	$\text{Itang } 9,8046297$	$\sin 9,4866436$
PA	$70^{\circ} 56' 27,6''$		
	$38^{\circ} 23' 52,3''$	$\sin 9,7931737$	
	$+ 17^{\circ} 51' 27,0''$	$\text{Ictg } 0,4919119$	
PAB	$27^{\circ} 24' 56,5''$	$\text{Ictg } 0,2850856$	$\cos 0,3368261$
Zenith-Distanz AB	$41^{\circ} 45' 30''$	$\sin 9,8234697$	
$(P-\pi)$	$1^{\circ} 0' 20,54''$	$\sin 8,2443271$	
		$\lg p 9,9990657$	
Unterschied der Höhenparall. Aa	$40' 6''$	$\sin 8,0668625$	
Zenith-Distanz $41^{\circ} 45' 30''$		$\cos 0,1765328$	
	$41^{\circ} 5' 24''$	$\sin 9,8177264$	
	$946,5 = \text{Sonn.-Halbm. AR}$	$\log 2,9761206$	
	$ar' 15' 34'' 07$	$\log 2,9703798$	
	$m \bar{L}r' 16' 28'' 89$		
	$aL = 32' 2,96''$		

Berechnung des Winkels APa und der Seite Pa .

PAa	$27^{\circ} 24' 56'' 5$	$\cos 9,9482600$	$\sin 9,6631758$
Aa	$0^{\circ} 40' 6,0''$	$\text{Itang } 8,0668606$	$\sin 8,0668625$
	$0^{\circ} 35' 35,7''$	$\text{Itang } 8,0151206$	$\sin + 7,7300384$
	$70^{\circ} 55' 27,5''$		
	$70^{\circ} 19' 51,8''$	$\sin 9,9738908$	$\cos 9,5270950$
	$0^{\circ} 18' 27,5''$	$\text{Ictg } 2,2699616$	$\cos 9,9999937$
$APa =$	$0^{\circ} 19' 36,5''$	$\text{Ictg } 2,2438524$	$9,5270887$
$AR(-AR\odot)$	$0^{\circ} 31' 5,85''$		
$LPa =$	$0^{\circ} 50' 41,35''$		
Pa	$70^{\circ} 19' 53''$		

Den Winkel $L'Pa'$ zur Zeit des Anfanges zu finden.

aL	$32' 3'' 0$		
Pa	$70^{\circ} 19' 53''$	$\cos 0,0261089$	
PL	$70^{\circ} 4' 35''$	$\cos 0,0268039$	
S	$140^{\circ} 56' 31''$		
$\frac{1}{2}S$	$70^{\circ} 28' 15,5''$		
$\frac{1}{2}S - Pa$	$8^{\circ} 22,5''$	$\sin 7,3867103$	
$\frac{1}{2}S - PL$	$23^{\circ} 40,5''$	$\sin 7,8380126$	
		$5,2776357$	
$\frac{1}{2}L'Pa'$	$14^{\circ} 58'$	$\sin 7,6388178$	
	2		
$L'Pa'$	$29^{\circ} 56'$		
stehe oben $L'Pa'$	$50^{\circ} 41,35''$		
Unterschied	$20^{\circ} 45,35''$	$\log 3,0952915$	
		$\log 2,2148036$	
Correction	$34'' 2'$	$\log 3,3100951$	
angenommene Zeit	$2^h 9^m 54^s$		
Anfang erste Appr.	$2^h 48^m 56,2^s$		

Eine zweite Approximation giebt für den Anfang $2^h 50^m 38^s 4$ M. Z. und für den Ort Q 291° von Nord durch Ost gerechnet.

Die Beobachtung gab dem Anfang um $2^h 50^m 18^s 4$.

C. Rümker.

Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Challis, Directors der Sternwarte zu Cambridge, an Herrn George Rümker in Hamburg.

As you gave reason to expect (in the Astr. Nachr. N 1011) that the planet Leucophaea would be extremely faint in this year's opposition, I have taken especial pains in searching for it, but have not been successful. At the end of July and beginning of August we had a succession of clear nights, during which I tested all the objects visible in the dark field of our large refractor, included within 7° of R. A. and 14° of Decl. on each side of the place of the Ephemeris. I was able to do this by means of the apparatus which

moves the Equatorial in R. A. while it is carried by the clock-movement. The faintest objects I estimated to be of the 14^{th} magnitude, and I should judge that when the low altitude is taken into account, the same objects would appear of the 12^{th} magnitude at an elevation of 45° . On rare occasions, when the state of the air has been particularly favorable, I have seen fainter objects at the same altitude. After Aug. 8 the weather became cloudy and I was unable to continue the search. My assistant, Mr. Breen, has recently

made another attempt with no better success. As this method of search has not failed on former occasions, I can come to no other conclusion than that the planet was too faint to be seen in this latitude.

In case it has not been observed at Berlin or elsewhere,

will you have the kindness to communicate the substance of this note to the Astronomische Nachrichten, in order to account for my not sending any observations of Leucothea.

Cambridge 1856, Sept. 8. J. Challis.

Opposition der Juno 1856, beobachtet von Herrn Prof. d'Arrest.

	M. ZL. Leipzig	Sch. AR. (3)	Sch. Decl. (3)	Vgl. St.	Berliner Jahrb.	
					R	B.
1856 Aug. 1	10 ^h 9 ^m 36 ^s .5	311° 54' 9" 7	-3° 58' 25" 6	a	-205° 8	+19° 4
2	10 8 10.1	311 41 23.8	4 5 14.4	a	209.4	24.2
3	10 27 40.2	311 28 22.2	4 12 18.4	b	211.6	23.8
5	10 16 37.1	311 2 37.8	4 26 24.9	b	209.2	24.4
7	10 20 8.4	310 36 47.1	4 41 16.3	b	207.6	26.8

Die verglichenen Sterne sind nach *Bessel* angenommen worden, nämlich die mittleren Oerter für den Jahresanfang:

a = *W. XX.* 1240 312° 11' 40" 9 -4° 6' 41" 1

b = *W. XX.* 1255 312 18 6.1 4 13 26.8

Der Planet, von dem in dieser Opposition des Wetters und einer kurzen Abwesenheit von der Sternwarte wegen, nicht mehr Beobachtungen gelangen, war diesmal nicht heller als 9,7 Grösse, also auffallend schwach im Vergleich zu den Angaben in *Ni 1047* der *Astron. Nachr.*, da die Lichtstärke

in diesem Jahre kaum von der Einheit verschieden war. Dass überhaupt die Grössenklassen, in denen die kleinen Planeten erscheinen, in der That zwischen merklich weiten Grenzen schwanken, als die in *Ni 1047* mitgetheilte letzte Tafel lehrt, zeigt unter Andern die *Pallas*-Opposition im Sommer 1836. Damals war dieser Planet, nach Herrn Prof. *Encke's* Schätzung 11.12. Gr., während er nach der Tafel zur Oppositionszeit niemals unter die Grösse 8,6 herabsinken soll (vergl. *Berliner Beob.* Bd. I, S. 150).

Leipzig, Sept. 1856.

H. d'Arrest.

Schreiben des Herrn Dr. Robinson, Directors der Sternwarte zu Armagh, an den Herausgeber.

Your interesting notice of the effect of tremor in altering the readings of the meridian-circle at Altona, *Astr. Nachr.* *Ni 1043*, remind me of a similar case in the disturbance of the mural-circle of this observatory by the passage of railway trains. I take the liberty of sending to you a small memoir in which I described this some years since.

The circle is described in the memoirs of the Royal Astronomical Society of London, Vol. IX, and is remarkably solid and steady.

Armagh 1856, Sept. 19.

T. R. Robinson.

Ich erlaube mir, die Note des Herrn Dr. Robinson, worauf sich der vorerwähnte Brief bezieht, aus den Proceedings of the Royal Irish Academy, 1852, Vol. V, Part. II, hier auszuziehen.

„In bisecting a star, or making a coincidence of the wire's images, the circle is moved by a fine screw. However perfect its centre work may be, or however complete the adaptation of counterpoises and friction wheels, an amount

of friction must remain equal to many pounds at its place of action; all the parts, therefore, which intervene between the pivots of the instrument and the point of resistance of the tangent screw must be under strain equal to the moment of this friction. But, as is well known, any slight tremor will relieve a part of the friction, and the circle must take a new position. Accordingly, I find that if (for example) I make the two images coincide by moving the reflected from right to left before a train, when that has passed it will be found to have started from two to four seconds towards the left, and *vice versa*. This I think the most dangerous of all these disturbances; for if a train passes after the star is bisected, and while the observer is reading the microscope, the whole or a part of this jump will be changed to the star's place, and the direction of the error will depend on that in which the screw was last turned. I have, therefore, been obliged to establish it as a standing rule, that all such cases are to be noticed in the Journal, and the observations rejected.

Construction einer neuen Tafel für den *latus ellipticus* innerhalb der ersten drei Achtel des Zeitraums, in welchem der bewegte Punct aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunct gelangt.

Von Herrn Dr. Lehmann.

(Fortsetzung der Abhandlung desselben Verfassers über die letzten fünf Achtel dieses Zeitraums.)

Zur Bestimmung von $\log s$ aus $(\pi - M)^2$, wenn $(\pi - M)^2 =$
 1,50 1,25 1,00 0,75 0,50 0,25
 gesetzt wird, kann man wieder nur den Weg der allmählichen
 Annäherung einschlagen. Man hilft sich hier, indem man
 für $(\pi - M)^2 =$

0,75 0,50 0,25

die Gleichung (89) § 32 anwendet und darin die mit
 $\left(\frac{\pi - M}{4}\right)^{10}$, $\left(\frac{\pi - M}{4}\right)^{12}$, ... multiplicirten Glieder (deren
 Coefficienten wir nicht bestimmt haben) vernachlässigt; da-
 durch erhält man den ersten Näherungswert von $\log s$ und
 daraus mit Hilfe der Gleichung $\sin \frac{1}{2} E = \sqrt{\frac{s}{2}}$ den ersten

Näherungswert von E . Zu diesem berechnet man $(\pi - M)^2$
 mit siebenziffrigen Logarithmen vermittelst der Gleichung

$$(\pi - M)^2 = (\pi - E + \sin(\pi - E))^2. \dots (105)$$

Bezeichnen wir, was dem auf diese Art herausgebrachten
 $(\pi - M)^2$ an dem in der Tafel wirklich aufzunehmenden
 $(\pi - M)^2$ fehlt, mit $\Delta((\pi - M)^2)$, so wird (mit Benutzung des
 bei der Berechnung der Gleichungen (89) und (105) bereits
 gefundenen $\log \frac{2}{s}$ und $\log(\pi - M)$) die erforderliche Ver-

besserung von E und von $\log s$ sehr nahe durch folgende
 Gleichungen gefunden (deren erste ΔE in Secunden giebt
 und, mit dreißigfigen Logarithmen berechnet werden kann,
 während die andere wieder mit siebenziffrigen Logarithmen
 berechnet werden muß):

$$\log \frac{\Delta E}{(\pi - M)^2} = 4,712 + \log \frac{2}{s} - \log(\pi - M), \quad (106)$$

$$\log \frac{\Delta s}{(\pi - M)^2} = 2 \left(\frac{E + \Delta E}{2} \right) - 1. \dots$$

Die logarithmische Berechnung von E für $(\pi - M)^2 =$
 1,50 1,25 1,00
 unterscheidet sich von der für $(\pi - M)^2 =$
 0,75 0,50 0,25
 nur dadurch, dass man, anstatt die Gleichung (89) anzu-
 wenden, die successiven Differenzen der schon gefundenen

Werthe von $\log s$ bildet und die dadurch sich ergebende
 arithmetische Reihe höherer Ordnung (unter der Annahme,
 dass die 3te Differenz weiter rückwärts constant bleibe)
 verschauweise jedesmal um ein Glied rückwärts fortsetzt (was
 durch Hinzufügung der am oberen schrägen Rande des
 Differenzen-Schemas befindlichen Differenzen geschieht, wobei
 aber die 1ste und die 3te Differenz das entgegengesetzte
 Zeichen bekommen müssen); dadurch erhält man den
 ersten Näherungswert von $\log s$.

§ 41.

Hat man auf die im vorigen § beschriebene Art für
 $(\pi - M)^2 = 1,50$ bis 0,25 den zweiten Näherungswert von
 E gefunden, so berechnet man die Gleichung (105) von neuem
 ohne Hälfte von Logarithmen. Bezeichnen wir, was
 dem dadurch herausgebrachten $(\pi - M)^2$ an dem in die Tafel
 wirklich aufzunehmenden $(\pi - M)^2$ fehlt, mit $\Delta((\pi - M)^2)$,
 so hat man (mit Benutzung des bereits gefundenen nume-
 rischen Werthes von $4,712 + \log \frac{2}{s} - \log(\pi - M)$) die
 Gleichung (106) nochmals anzuwenden. Um sich aber zu
 überzeugen, dass nur die Hundertel-Secunden von E völlig
 zuverlässig seien, vermindere und vermehre man den gefun-
 denen (in Hundertel-Secunden ausgedrückten) dritten Nähe-
 rungswert von E um 0,005, und wende die Gleichung (105)
 von neuem an; dadurch muss man zwei Werthe von $(\pi - M)^2$
 erhalten, von denen der erste etwas zu groß und der zweite
 etwas zu klein ist. Bei dieser Rechnung lassen sich wieder
 erhebliche Vortheile anwenden. Man bezeichne nämlich den
 zweiten Näherungswert von E schlechtweg mit E , und das
 durch den zweiten Gebrauch der Gleichung (106) ermittelte
 ΔE um 0,005 vermindert oder vermehrt, mit ΔE , so kann
 man, die bei der zweiten Berechnung der Gleichung (105)
 bereits angewandten Werthe, von $\sin(\pi - E)$ und von $\pi - E$
 $+ \sin(\pi - E)$ (wofür wir $\pi - M$ schreiben wollen) benutzend,
 den Einfluss von ΔE auf das durch die Gleichung (105) zu
 berechnende $(\pi - M)^2$ durch folgende (nur in wenigen De-
 cimalstellen zu berechnende) Gleichungen bestimmen:

$$\Delta M = (1 + \cos(\pi - E)) \Delta E + \frac{\sin(\pi - E)}{1.2} \Delta E^2 - \frac{\cos(\pi - E)}{(1.2.3)} \Delta E^3 - \frac{\sin(\pi - E)}{1.2.3.4} \Delta E^4 + \frac{\cos(\pi - E)}{1.2.3.4.5} \Delta E^5 + \dots, \quad (107)$$

$$\Delta((\pi - M)^2) = -2(\pi - M) - \Delta M) \Delta M.$$

Die Reihe (107) convergirt ausserordentlich schnell: denn da ΔE sich nirgends > 0.025 fand, so ist $\Delta M - (1 + \cos(\pi - E)) \Delta E$ innerhalb der Grenzen

$$\pm \frac{(\text{Arc } 0.025)^2}{1.2} \pm \frac{(\text{Arc } 0.025)^3}{1.2.3},$$

d. i. innerhalb der Grenzen $\pm 0.0000000000000734\dots$ eingeschlossen; ($1 + \cos(\pi - E)) \Delta E$ aber wird (mit wenigen Ausnahmen, wo $\cos(\pi - E)$ durch die Formel

$\sqrt{(1 + \sin(\pi - E))(1 - \sin(\pi - E))}$ bestimmt werden muss) hinreichend genau bestimmt, indem man, wie in § 35, für

$$\lg \frac{\pi - E}{4} = \frac{\frac{\pi - E}{4} - \frac{(\pi - E)^2}{4.8.12} + \frac{(\pi - E)^3}{4.8.12.16.20} - \dots}{1 - \frac{(\pi - E)^2}{4.8} + \frac{(\pi - E)^4}{4.8.12.16} - \frac{(\pi - E)^6}{4.8.12.16.20.24} + \dots} \quad (108)$$

$$\log s = \log 2 - 4x \left(\left(\lg \frac{\pi - E}{4} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\lg \frac{\pi - E}{4} \right)^6 + \frac{1}{2} \left(\lg \frac{\pi - E}{4} \right)^{10} + \dots \right).$$

(In der Gleichung (108) ist für $\pi - E$ der schon zur 2ten Berechnung der Gleichung (105) gebrauchte $\text{Arc}(\pi - E)$ zu setzen, vermindert um den zur Berechnung der Gleichung (107) gebrauchten $\text{Arc} \Delta E$; zur Controlle von $\lg \frac{\pi - E}{4}$ dient der aus siebenziffrigen trigonometrischen Tafeln aufgeschlagene $\log \lg \frac{\pi - E}{4}$).

Die für $(\pi - M)^2 = 1.50$ bis 0.00 in 6 Bruchstellen herausgebrachten definitiven Werthe von $\log s$ wurden der Differenzen-Controlle unterworfen; alle dritten Differenzen fanden sich positiv, die Zeichen der vierten aber ununterbrochen abwechselnd, und das absolute Maximum derselben = 0.000003. Und so ist die Richtigkeit aller gefundenen Werthe von $\log s$ bestätigt, um so mehr, da keiner derselben sich von dem jedesmaligen zweiten Näherungswerte von $\log s$ um mehr als 0.0000003 unterscheidet.

§ 42.

Zur bequemeren Berechnung von $\frac{d \log s}{d((\pi - M)^2)}$ verwandelt wir die Gleichung (90) § 32 in

$$\frac{d \log s}{d((\pi - M)^2)} = - \frac{x \lg \frac{\pi - E}{4} \left(1 + \left(\lg \frac{\pi - E}{4} \right)^2 \right)}{2(\pi - M)^2 \left(1 - \left(\lg \frac{\pi - E}{4} \right)^2 \right)}$$

Für $(\pi - M)^2 = 0$ ist $\frac{d \log s}{d((\pi - M)^2)}$ in Folge der Gleichung (89) § 32 = $-\frac{1}{16} = -0.0625$

$\pi - E$ zwei durch 1° theilbare Grenzwerthe setzt, welche um 1° von einander unterschieden sind.

Die für $(\pi - M)^2 = 1.50$ bis 0.25 herausgebrachten definitiven Werthe von E sind der Differenzen-Controlle nicht zugänglich, weil, wenn man die arithmetische Reihe

$$1.50 \quad 1.25 \quad 1.00 \quad \dots \quad 0.00$$

fortsetzt, die zugehörigen E ins Unmögliche übergehen. Die Differenzen-Controlle muss daher bis auf $\log s$ verspart werden. Glücklicherweise kann aber $\log s$, so nahe bei der grössten Entfernung vom Centralpunct, durch schnell convergirende Reihen berechnet werden, nämlich durch

Die auf diese Art in 5 Bruchstellen berechneten $\frac{d \log s}{d((\pi - M)^2)}$

wurden der Differenzen-Controlle unterworfen; alle zweiten Differenzen zeigten sich negativ, die dritten aber hatten ununterbrochen abwechselnde Zeichen und das absolute Maximum = 0.00002.

§ 43.

Zum strengeren Beweise, dass die Intervalle $\Delta((\pi - M)^2) = -0.25$ nicht zu gross sind, ist noch die Gleichung (91)

$$\frac{d \log s}{d((\pi - M)^2)} = \frac{1.50 \quad 1.25 \quad 1.00 \quad \dots \quad 0.25}{2}$$

zu berechnen; (denn für $(\pi - M)^2 = 0$ findet sich $\frac{Z}{d((\pi - M)^2)}$ ganz einfach vermittelt der linken Seite der Gleichung (93) denselben § = $\frac{0.0000005}{2} + \frac{0.000005}{2\pi} \cdot 0.25 + \frac{4.1}{78728} \cdot 0.25^3 = 0.714$). Um nun hier gleichfalls die Quellen der Ungenauigkeit möglichst zu vermindern, sind die Ausdrücke $9-3s$ und $9-2s$ (zur Vermeidung des Gebrauchs der Subtractions-Logarithmen) umzuformen. Es ist nämlich $9-3s = 3 + 6 \cos^2 E$, und $9-2s = 3 + 4 \cos^2 E$, s selbst aber = $2 \sin^2 E$, und es wird

$$\frac{9-3s}{9-2s} = \frac{3 + 6 \cos^2 E}{3 + 4 \cos^2 E} \quad (109)$$

$$= \frac{9-3s}{9-2s} = \frac{3 + 6 \cos^2 E}{3 + 4 \cos^2 E} = \frac{3 + 6 \cos^2 E}{3 + 4 \cos^2 E} \quad (110)$$

Substituiert man die Werthe (109), (140), (111) in die Gleichung (91), und setzt man $z = 0,000005$, $z' = 0,000005$, und $\Delta((\pi - M)^2) = -0,25$, so findet man, dass, so lange $\left(\frac{3}{(\pi - M)^2} + \frac{9 - 2z}{z^2}\right) \lg \frac{\pi - E}{2} > \frac{9 - 3z}{z^2(\pi - M)}$ ist (oder, was dasselbe sagt, so lange

$$\frac{15625}{8(\pi - M)^2} \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} + \frac{78125}{192(\pi - M)^3} \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} + \frac{46875}{64(\pi - M)^4} \left(\frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} \right)^3 > \frac{15625}{32(\pi - M)^4} \cdot \frac{1 + 3 \cot \frac{1}{2} E^2}{\sin \frac{1}{2} E^4} \dots (112)$$

ist), aus der Gleichung (91) die Gleichung

$$\frac{Z}{\pi} = \frac{0,0405}{\pi} \left(\frac{18}{\pi} + \frac{15625}{8(\pi - M)^2} \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} + \frac{78125}{192(\pi - M)^3} \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} + \frac{46875}{64(\pi - M)^4} \left(\frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} \right)^3 - \frac{15625}{32(\pi - M)^4} \cdot \frac{1 + 3 \cot \frac{1}{2} E^2}{\sin \frac{1}{2} E^4} \right) \quad (113)$$

folgt. Bei der Berechnung dieser Gleichung ist $\log \sin \frac{1}{2} E$ aus den Vega'schen oder Köhler'schen siebenziffrigen Tafeln durch die in § 38 beschriebene einfache Interpolation zu entnehmen; was aber die Bestimmung von $\log \cot \frac{1}{2} E$ betrifft, so ist hierfür eine solche einfache Interpolation nur für $(\pi - M)^2 = 1,50$ (wo $\frac{1}{2} E$ innerhalb der in § 38 angegebenen Grenzen $16^\circ 48'$ und $73^\circ 12'$ liegt) und für $(\pi - M)^2 = 0,25$ (wo $\frac{1}{2} E = 82^\circ 48' 0,905$ ist, in welcher Gegend die Köhler'schen Tafeln von 10 zu 10 Secunden fortzuschreiten) zulässig; für $(\pi - M)^2 =$

$$1,25 \quad 1,00 \quad 0,75 \quad 0,50$$

(wo $\frac{1}{2} E$ zwischen $73^\circ 12'$ und 81° liegt, in welcher Gegend die Vega'schen und die Köhler'schen Tafeln von Minute zu Minute fortschreiten) kann, wenn man die 7ten Bruchstellen der Logarithmen der Cotangenten sicher haben will, die Anwendung unserer Gleichung (29) § 9 und die Berücksichtigung, dass der in der Tafel angegebene Werth von

$\frac{\pi}{0,0648} \cdot \frac{d \lg \tan \phi}{d \phi}$ sich allemal auf einen durch eine Minute dividirt $25''$ zum Rest lassenden Winkel (oder, was dasselbe sagt, $\frac{\pi}{0,0648} \cdot \frac{d \lg \cot \phi}{d \phi}$ auf einen durch $31''$ dividirt $30''$ zum Rest lassenden Winkel) bezieht, nicht entbehrt werden (wobei man sich jedoch die Erleichterung erlauben darf, bei der einfachen Interpolation zwischen den Werthen von $\frac{\pi}{0,0648} \cdot \frac{d \lg \cot \phi}{d \phi}$ denjenigen Winkel ϕ , für welchen man

$\frac{\pi}{0,0648} \cdot \frac{d \lg \cot \phi}{d \phi}$ bestimmen will, nur in ganzen Secunden anzuwenden und von dem auf diese Art gefundenen $\frac{\pi}{0,0648} \cdot \frac{d \lg \cot \phi}{d \phi}$ nur 2 Ziffern nach dem Punct beizubehalten). Aus demselben Grunde sind auch die Logarithmen der in der Gleichung (113) vorkommenden Zahlen

$$\frac{15625}{8(\pi - M)^2}, \quad \frac{78125}{192(\pi - M)^3}, \quad \frac{46875}{64(\pi - M)^4}, \quad \frac{15625}{32(\pi - M)^4}$$

mit Hilfe der in § 38 angegebenen Logarithmen von 2, 3, 4, 5 so genau zu berechnen, dass auch die 7te Bruchziffer völlig

sicher ist, und die Logarithmen von $\frac{0,0405}{\pi}$ und von $\frac{18}{\pi}$ so, dass die Bruchziffern völlig sicher sind. Die ausgeführte Rechnung lehrt, dass die Bedingung (112) für $(\pi - M)^2 =$

$$1,50 \quad 1,25 \quad 1,00 \quad \dots \quad 0,25$$

zutrift; was aber den Grad der Zuverlässigkeit des durch siebenziffrige-logarithmische Berechnung der Gleichung (113) und mit Hilfe der Vega'schen Tafeln der Additions- und Subtractions-Logarithmen gefundenen jedesmaligen Werthes des von $(\pi - M)^2$ abhängigen Theils von $\frac{Z}{\pi}$ für $(\pi - M)^2 =$

$$1,50 \text{ bis } 0,25 \text{ betrifft, so zeigt sich, dass } \frac{15625}{8(\pi - M)^2} \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} + \frac{78125}{192(\pi - M)^3} \cdot \frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} + \frac{46875}{64(\pi - M)^4} \left(\frac{\cot \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E^2} \right)^3 \text{ desto}$$

größer ist, je kleiner $(\pi - M)^2$, für $(\pi - M)^2 = 0,25$ aber $= \text{Num. lg } 3,9276220$. Addirt man zu diesem Logarithmus $\lg 0,0405 = 8,1103063$, und subtrahirt man, wie in § 38,

$6,2399443$, so erhält man $5,7980840$. Hieraus sehen wir, dass, wenn wir die Gleichung (113) mit Hilfe siebenziffriger Tafeln der Additions- und Subtractions-Logarithmen (und zwar Subtractions-Logarithmen) und den Logarithmus der algebraischen Summe des jedesmaligen 2ten, 3ten, 4ten und 5ten Gliedes der Klammer zu finden) berechnen, in den daraus hervorgebrachten Werthen von $\frac{Z}{\pi}$ die Tausendel-Secunden sicher sind. Wir fanden:

$(\pi - M)^2$	Δ^1	Δ^2	Δ^3	Δ^4
1,50	0,829	-25		
1,25	0,804	-22	+3	-1
1,00	0,782	-20	+2	-2
0,75	0,762	-20	0	-6
0,50	0,749	-20	+6	+6
0,25	0,728	-14	0	0
0,00	0,714	-14	0	0

und auf ähnliche Art wie in § 32 folgende Controlen zwischen den Einheiten der 6ten Bruchstelle auf beiden Seiten der dortigen Gleichung (68):

$$(\pi - M)^2$$

1,50	- 1	- 1
1,25	- 1	- 1
1,00	0	- 1
0,75	- 1	- 1
0,50	- 0,5	- 1
0,25	0	- 1
0,00	0	- 1

So haben wir durchgehends genügende Controllen und, da alle 7 Werthe von $\frac{Z}{\pi}$ merklich unter einer Secunde bleiben, einen strengeren Beweis der Ausreichendheit folgender

Tabula lapsuum ellipticorum für mittlere Anomalien, welche nicht kleiner als $\frac{1}{2}^\circ$ sind.

$(\pi - M)^2$	$\log z$	$\frac{d \log z}{d((\pi - M)^2)}$	DIF.
1,50	0,256765	- 0,03215	+95
1,25	0,264683	- 0,03120	+91
1,00	0,272368	- 0,03029	+85
0,75	0,279834	- 0,02944	+81
0,50	0,287092	- 0,02863	+76
0,25	0,294154	- 0,02787	+73
0,00	0,301030	- 0,02714	+73

Wir unterlassen es auch hier, den Gebrauch dieser Tafel an Beispielen zu erläutern, da sie ganz ähnlich eingerichtet ist wie die *Köhler'sche* Tafel der siebenziffrigen Logarithmen der Sinus und Tangenten der von Minute zu Minute fortschreitenden Winkel zwischen 9° und 81° , und die Aufgabe, $\log z$ aus $(\pi - M)^2$ zu bestimmen, der Bestimmung des Logarithmus des Sinus oder der Tangente eines gegebenen Winkels entspricht, die Aufgabe aber, $(\pi - M)^2$ aus $\log z$ zu bestimmen, der Bestimmung des Winkels aus dem gegebenen $\log \sin$ oder $\log \tan$.

Spandau, den 28. Juni 1856.

W. Lehmann.

Ueber den Cometen von 1556, von Herrn Professor von Littrow.

Die Kundmachung des Herrn Antiquar *Köhler* in Nr. 1042 der A. N. veranlaßt mich zu der Bemerkung, dass die Forschung nach Quellen über den Cometen von 1556, zu welcher mich Herr *Hind* vor Jahren aufgefodert, insofern guten Erfolg hatte, als es mir gelungen, drei Original-Nachrichten zu finden, die man bisher nicht kannte. Zwei derselben rühren von *Paul Fabricius* her; von einer dieser beiden, ursprünglich in französischer Sprache abgefaßt, besitzt Herr *Köhler* die französische Uebersetzung. Die dritte stammt von *M. Joachim Heller*, damals Prof. Math. am Gymn. Aegydt. zu Nürnberg, und ist offenbar die werthvollste von allen; da sie 53 Tage umfaßt, während *Fabricius* nur 11 Tage beobachtete, die Orte des Cometen durch wirkliche Messung giebt, während *Fabricius* dafür nur eine sehr rohe Karte bietet, endlich die Zeiten der Beobachtung auf wenige Minuten ge-

nau enthält, während bei *Fabricius* bloss runde Stunden stehen etc. Ich habe umständliche Auszüge dieser Quellen im Aprilhefte der Sitzungsberichte mathem.-naturwiss. Classe der Kais. k. Akademie der Wissenschaften bekannt gemacht, und setze zur Vergleichung die Stelle her, welche Herr *Köhler* anführt:

... „Secundum (corpus Cometae) vidi 5. Martii hora 10. noctis et fuit adhuc exiguum. longi: $8\frac{1}{2}$ Librae, declinatio 3 fere partium. latitudo ab ecclipt. 7 gradus.“

Herr *Hind* schreibt mir item (S. v. M.), dass er eben damit beschäftigt ist, die neuen Daten in seine Rechnung einzuführen und in sehr kurzer Zeit die Resultate mittheilen zu können hofft.

Wien 1856, October 2.

v. Littrow.

Bestimmung der Bahn des Cometen III 1846 aus sämmtlichen bekannt gewordenen Beobachtungen desselben, nebst daraus abgeleiteten Elementen, mit Rücksicht auf die Störungen, für die Wiederkehr im Herbst 1851, von Herrn Dr. P. von Galen. (S. Astr. Nachr. Nr. 782.)

Zu den Himmelskörpern, welche das für die Astronomie so fruchtbare Jahr 1846 hervorrief, gehört auch der von *Brorsen* am 26. Februar entdeckte Comet. Nachstehende Tabelle enthält die Beobachtungen dieses Cometen, anwelt sie mir bekannt geworden sind.

Reihefolge	1846	Mittl. Ortszeit	scheinb. gerade Aufst.	scheinb. Abweichung	Beobacht.-Ort	Bemerkungen
1	Febr. 28	7 ^h 46 ^m 11 ^s 3	13 ^h 22 ^m 55 ^s 3	+17 ^o 25' 49" 0	Altona	
2	März 1	8 ^h 16 ^m 7 ^s 0	23 26 0	19 1 34.6	Hamburg	
3	2	7 19 1,9	21 50,3	20 33 58,3	"	
4		7 29 50,9	21 29,3	34 41,5	Altona	
5	4	7 22 3,3	11 2 8	23 48 17,8	Berlin	
6		7 52 52,6	10 48,3	51 18,9	Hamburg	
7		8 6 7,1	10 33,2	52 17,2	Altona	
8	5	7 8 50,6	2 12,6	25 27 11,2	Hamburg	
9	7	7 38 53,2	12 36 22,5	28 48 31,5	Berlin	
10		8 0 21,6	36 12,3	49 23,3	Wien	
11		8 8 46,5	35 41,6	52 59,6	Leiden	
12	8	8 24 21,8	18 45,4	30 33 16,1	Hamburg	
13	9	9 15 21,4	11 58 21,7	32 19 8,7	Bonn	
14	10	7 31 33,0	36 53,6	33 53 29,4	"	
15		8 31 10,8	36 45,7	55 43,8	Berlin	
16		8 28 32,2	36 28,3	57 28,1	Bonn	
17	12	7 35 46,0	10 43 6,5	37 16 22,7	"	
18		8 5 58,5	42 53,4	16 46,9	Berlin	
19		8 27 38,0	41 49,9	20 37,7	Leiden	
20		8 46 16,0	41 56,1	21 34,5	Bonn	
21	13	7 57 48,3	12 6,0	38 57 22,7	Kremsmünster	
22	15	9 31 33,3	8 54 58,6	42 24 58,1	Hamburg	
23	16	8 5 23,9	16 4,5	43 56 56,0	Kremsmünster	
24		8 24 41,4	14 37,5	58 3,1	"	
25	17	9 38 16,3	7 26 5,6	45 42 18,0	Hamburg	
26	19	10 42 20,5	5 39 28,8	48 59 3,1	"	
27	20	7 46 23,3	4 47 21,0	50 20 32,0	Kremsmünster	
28		9 53 34,7	42 39,5	29 12,8	Berlin	
29		10 10 18,5	39 43,5	33 50,4	Cambridge	
30	21	9 33 32,0	3 39 2,3	52 2 27,8	Bonn	
31		10 58 51,7	35 6,6	7 40,0	"	
32		11 33 52,8	33 40,5	9 57,8	"	
33	22	8 20 44,4	2 34 10,5	53 27 4,8	Kremsmünster	
34		9 27 27,3	32 24,4	30 21,1	Wien	
35		10 17 22,3	28 46,7	35 33,7	Hamburg	
36	23	8 10 51,5	1 20 10,5	54 56 14,9	Kremsmünster	
37		9 30 13,2	15 56,8	55 3 24,4	Leiden	
38		12 26 1,7	5 12,3	15 12,0	Cambridge	
39	24	7 58 53,9	0 3 17,4	56 22 53,7	Wien	Die urspr. Angabe der geraden
40		8 15 50,6	1 54,0	24 27,3	Kremsmünster	[Aufst. ist 0 ^h 5' 20" 82
41		8 50 11,0	359 59 41,3	26 34,1	Berlin	
42		11 26 25,0	50 4,2	36 46,9	Hamburg	
43	27	8 50 36,4	355 16 4,9	60 40 21,4	Greenwich	
44		8 32 37,1	16 13,6	40 45,3	Bonn	
45		9 11 21,6	14 49,9	40 57,0	Greenwich	
46		10 10 56,7	15 7,9	41 2,5	Wien	
47		11 25 37,4	7 57,4	46 41,7	Hamburg	
48	29	12 33 10,5	351 13 42,9	63 25 19,0	"	
49	30	11 14 58,3	349 13 17,3	64 33 57,5	Berlin	
50		11 30 48,7	10 50,0	35 32,7	Hamburg	
51	April 1	9 16 3,6	344 33 29,7	66 48 4,6	Bonn	
52		9 44 51,8	31 46,5	49 15,9	"	
53		10 18 8,6	27 48,9	50 28,1	Hamburg	
54	15	12 39 27,8	261 38 20,9	71 22 16,5	Bonn	
55	22	11 43 22,7	258 36 44,6	+70 42 16,3	Berlin	

Mit Ausnahme der zu Greenwich angestellten Beobachtungen sind alle seiner Zeit in den Astronomischen Nachrichten aufgenommen worden.

Zur Ermittlung der Elemente des Cometen aus diesen Beobachtungen wählten wir die Altonaer vom 28. Februar, die Wiener vom 27. März (die Greenwich von demselben Datum waren uns damals noch unbekannt) und die Berliner Beobachtung vom 22. April und erhielten:

Durchgang durch das Perihel	τ	=	116° 28' 19" 58	Mittl. Aeq. 1846.0
Länge des aufst. Knotens	Ω	=	402 33 12.69	
Neigung der Bahn	i	=	31 1 0.91	
Excentricitätswinkel	ϕ	=	52 45 57.55	
Mittl. tägl. sider. Bewegung	μ	=	623" 2280	
Log. der halben gr. Axe	$\log a$	=	0.5035731	
Bewegung rechlinig.				

Mit diesen Elementen wurden die in der Tabelle aufgeführten Beobachtungen verglichen und daraus die folgenden Resultate erhalten:

Rechnung	M. Z. zu Greenwich, reducirt wegen Aberr.	log Entf. von δ	ger. Aufst. red. wegen Refr. u. Parallaxe	Abweichung	wahre ger. Aufsteigung aus den Elementen	wahre Abweichung	Reduction auf das scheinb. Aeq. gr. Aufst. Abw.	Rechn. $\Delta \alpha$	Beob. $\Delta \delta$
1	1846 Febr.								
1	28,292420	9 81179	13° 23' 3" 4	+17° 25' 58" 8	13° 22' 42" 16	+17° 25' 52" 28	+19° 94'	+5.73	-1"2 - 0"8
2	29,306229	80501	23 34.5	19 1 44.7	23 1 29	19 1 43.56	20.38	80	-12.1 + 4.7
3	30,273585	79867	21 58.7	20 34 7.9	21 12.21	20 34 25.75	72	84	-24.2 + 23.7
4	30,281182	79863	21 37.8	34 51.2	21 10.63	35 9.67	73	84	-6.0 + 24.3
5	32,266290	78618	11 12.0	23 48 27.3	10 36.11	23 48 45.14	21.54	97	-13.2 + 23.8
6	32,297191	78399	10 57.4	51 29.0	10 21.78	51 47.84	55	97	-12.9 + 24.8
7	32,306473	78594	10 42.3	52 27.5	10 17.43	52 42.77	55	97	-3.0 + 21.2
8	33,266569	78022	2 21.7	25 27 20.7	1 38.88	25 27 45.96	91	6.02	-18.9 + 31.3
9	35,278105	76894	12 36 32.6	38 48 41.4	12 35 53.07	28 49 5.98	22.79	15	-14.6 + 30.7
10	35,284723	76891	36 23.4	49 33.0	35 46.91	49 46.02	79	19	-12.0 + 19.2
11	35,323607	76870	35 51.9	53 10.0	35 10.69	53 40.96	80	19	-16.7 + 37.1
12	36,319232	76352	18 45.5	30 33 27.0	18 18.50	35 34 10.00	23.25	28	-11.9 + 49.3
13	37,362637	73836	11 58 32.1	82 19 20.5	11 57 39.69	82 19 48.72	66	37	-24.3 + 34.6
14	38,290582	75404	37 5.1	33 53 39.0	36 39.74	33 53 54.42	24.11	47	-1.1 + 21.9
15	38,314534	75393	36 56.5	55 54.9	36 5.53	56 20.65	12	47	-22.3 + 32.2
16	38,330158	75386	36 39.6	57 39.0	35 44.78	57 56.13	12	47	-25.4 + 28.6
17	40,293578	74546	10 43 18.8	37 16 32.4	10 42 31.41	37 16 52.02	25.05	71	-17.7 + 26.3
18	40,297091	74555	43 5.0	16 57.6	42 25.17	17 13.57	05	71	-11.8 + 22.7
19	40,336879	74539	42 1.4	20 48.9	41 12.99	21 14.67	07	71	-18.5 + 32.5
20	41,342532	74537	42 7.7	21 46.0	41 2.64	21 49.07	07	71	-31.8 + 9.8
21	41,269397	74178	12 19.2	88 57 32.8	10 54.33	38 57 21.79	48	88	-46.2 + 4.1
22	43,366105	73486	8 55 8.9	42 25 11.2	8 54 15.64	42 25 11.79	26.49	7.11	-19.8 + 7.7
23	44,294762	73216	16 18.7	48 57 6.6	15 2.66	43 57 5.21	27.13	24	-35.2 + 5.8
24	44,308137	73212	14 51.3	58 14.5	14 26.30	58 23.90	14	24	+1.5 + 16.8
25	45,370808	72940	7 26 15.6	45 42 31.7	7 25 29.69	45 42 32.50	42	40	+12.9 + 8.2
26	47,415333	72603	5 39 35.9	48 59 18.0	5 38 28.34	48 59 15.74	28.43	75	-25.7 + 5.5
27	48,281598	72353	4 47 37.1	50 20 42.4	4 47 36.34	50 21 9.35	186	92	+17.9 + 34.9
28	48,371975	72336	4 42 49.4	50 29 26.9	42 5.12	29 24.95	190	98	-9.8 + 6.0
29	48,420536	72331	39 52.3	34 4.9	39 5.26	33 57.29	91	94	-11.6 + 0.3
30	49,375524	72194	3 39 13.6	62 2 41.6	3 38 14.68	62 2 81.24	29.43	8.11	-14.8 + 2.3
31	49,434780	72186	35 12.8	7 55.4	34 19.35	17 57.75	186	12	-14.7 + 10.5
32	49,459098	72183	33 44.0	10 13.5	34 19.35	10 12.07	36.11	12	-19.6 + 6.7
33	50,305473	72082	2 34 26.2	58 27 16.6	2 34 31.80	53 27 21.11	177.1	30	+21.1 + 12.8
34	50,345558	72077	32 36.6	30 34.9	31 41.31	30 58.40	178.1	81	-15.2 + 31.8
35	50,398021	72072	28 54.7	35 48.3	27 56.56	35 42.82	80	32	-16.8 + 2.8
36	51,298617	71987	20 28.8	34 58 25.5	21 28.07	34 58 17.08	30.26	81	-14.8 + 0.0
37	51,360523	71960	16 7.8	55 3 38.2	15 0.99	55 3 33.31	23	54	-21.0 + 2.6

Rechnungs- folgef.	M. Z. zu Greenw. reducirt wegen Aberrat.	log. Entf. & von $\odot$	$\odot$ ger. Aufst. red. wegen Refr. u. Parallaxe	$\odot$ Abweichung	$\odot$ wahre ger. Aufsteigend aus den Elementen	$\odot$ wahre Abweichung	Reduction auf das scheinbare Aeq. gr. Aufst.	Abw.	Rechn. — Beob. $\Delta \alpha$ und $\Delta \delta$
1846 Febr.									
38	51,514810	9,71969	1° 5' 10"7	+55° 15' 27"6	1° 4' 36"48	+55° 15' 25"61	+30,31	+8,56	- 2"2 + 6"6
39	52,284071	71915	0 3 34,4	66 23 5,1	0 2 55,82	56 22 46,24	60	72	- 4,4 + 10,1
40	52,302083	71914	2 10,3	24 39,3	1 26,91	24 19,74	60	73	- 7,1 - 10,8
41	52,327980	71913	359 59 54,4	26 47,0	359 59 18,25	26 34,48	61	73	- 3,0 - 3,8
42	52,445981	71908	50 6,4	37 2,2	49 28,93	36 47,62	64	75	- 3,7 - 5,8
43	55,365493	71835	355 16 18,0	60 40 34,7	355 15 48,14	60 40 18,28	31,53	9,43	+ 0,8 - 7,0
44	55,367620	71835	16 24,5	40 59,3	15 34,50	40 28,58	53	43	- 9,1 - 21,3
45	55,372960	71835	15 2,2	41 10,5	15 1,26	40 54,46	53	43	+ 15,0 - 6,6
46	55,375774	71833	15 15,1	41 17,6	14 43,75	41 7,91	53	43	+ 0,1 - 0,3
47	55,445436	71836	7 57,3	46 56,7	7 23,80	46 42,44	54	44	- 1,0 - 4,8
48	57,492341	71892	351 13 34,4	63 25 32,9	351 13 11,58	63 25 9,96	73	98	- 4,9 - 13,0
49	58,428525	71947	349 13 14,7	64 34 12,0	349 12 40,72	64 33 55,27	69	107	- 1,0 - 6,6
50	58,452022	71948	10 45,9	35 47,0	9 31,99	35 36,93	69	18	- 18,1 + 0,1
51	60,366398	72103	344 33 37,3	66 48 18,7	344 32 20,30	66 47 56,07	08	66	- 18,1 - 12,0
52	60,383398	72105	31 50,9	49 30,3	29 41,64	49 8,31	07	65	- 58,7 - 16,3
53	60,398556	72107	27 49,4	50 42,2	27 19,34	50 2,05	06	66	+ 0,8 - 28,5
54	80,504317	76660	261 38 0,9	71 22 13,7	261 37 34,82	71 21 46,13	- 9,44	5,55	- 11,3 - 22,0
55	81,447885	76982	258 36 23,0	70 42 15,1	258 36 32,94	70 42 10,12	8,83	4,96	+ 0,4 - 0,0

Alle verglichenen Beobachtungen wurden zunächst, mit Ausnahme derjenigen, bei welchen der Unterschied zwischen Elementen und Beobachtung mehr als 30" betrug, zur Bildung von 5 Normalörtern benutzt, indem wir für das Mittel der Beobachtungszeiten den jedesmaligen Ort des Cometen aus den Elementen berechneten, und daran die mittleren Fehler anbrachten. Diese Normalörter sind:

M. Zt. Greenw. 1846	$\odot$ ger. Aufst.	$\odot$ Abweichung	Zusammenstellung der Beobachtungen	Anzahl
Febr. 33,924600	12° 54' 36"40	+26° 33' 4"05	1 bis 16	16 und 19
44,029902	8 26 43,33	43 30 48,14	17 " 29	10 " 11
50,990194	1 44 47,14	54 28 51,06	30 " 42	12 " 12
57,495320	351 12 52,81	63 25 33,63	43 " 53	10 " 11
80,276001	260 5 27,37	71 2 29,00	54 " 55	2 " 2

Für diese fünf Normalörter wurden nacheinander mittelst der Differentialquotienten folgende Bedingungsgleichungen abgeleitet:

Gerade Aufsteigungen.

$$\begin{aligned}
 0 &= -13^{\circ}70 - 0,7561 d\alpha + 0,2713 d\Omega - 0,2212 di - 8,730 dM - 2,1229 d\varphi - 161,32 d\mu \\
 0 &= -10,84 - 1,2349 d\alpha + 0,2954 d\Omega - 0,6541 di - 12,410 dM - 1,1601 d\varphi - 87,92 d\mu \\
 0 &= -8,73 - 1,4827 d\alpha + 0,2823 d\Omega - 0,3640 di - 14,161 dM - 0,0506 d\varphi + 3,89 d\mu \\
 0 &= -2,70 - 1,5565 d\alpha + 0,2380 d\Omega - 0,2612 di - 14,885 dM - 1,5692 d\varphi + 122,73 d\mu \\
 0 &= -5,45 + 1,0725 d\alpha - 0,0217 d\Omega + 1,0359 di + 0,207 dM + 3,9982 d\varphi + 284,83 d\mu
 \end{aligned}$$

Abweichungen.

$$\begin{aligned}
 0 &= +18^{\circ}64 + 0,4705 d\alpha - 0,3906 d\Omega + 0,3514 di + 8,276 dM - 2,3966 d\varphi - 178,90 d\mu \\
 0 &= +9,55 + 0,2798 d\alpha - 0,0640 d\Omega + 0,3247 di + 8,120 dM - 3,7213 d\varphi - 282,03 d\mu \\
 0 &= +0,85 - 0,0501 d\alpha + 0,1073 d\Omega + 0,1139 di + 6,088 dM - 4,4349 d\varphi - 336,98 d\mu \\
 0 &= -10,57 - 0,5334 d\alpha + 0,2344 d\Omega - 0,1734 di + 2,590 dM - 4,4489 d\varphi + 347,96 d\mu \\
 0 &= -11,00 - 1,6164 d\alpha + 0,4501 d\Omega + 0,2504 di + 11,374 dM - 2,9739 d\varphi + 249,27 d\mu
 \end{aligned}$$

woraus mit Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate folgende Endgleichungen entstehen:

$$\begin{aligned}
 0 &= 69''863 + 11,066 d\pi - 2,458 d\Omega + 2,599 di + 89,178 dM - 0,215 d\varphi - 24,300 d\mu \\
 0 &= -9''650 + 0,184 d\Omega + 0,148 di - 1,534 dM + 0,356 d\varphi + 32,627 d\mu \\
 0 &= 6''290 + 1,052 di - 1,184 dM + 2,698 d\varphi + 237,799 d\mu \\
 0 &= 114''125 + 227,270 dM - 105,103 d\varphi - 8146,697 d\mu \\
 0 &= 8''029 + 31,543 d\varphi + 2426,219 d\mu \\
 0 &= 8''911 + 42,112 d\mu
 \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen giebt:

$$\begin{aligned}
 d\mu &= -0''2116 \\
 d\varphi &= +16,02 \\
 dT &= +0''001089 \\
 di &= +0''95 \\
 d\Omega &= +52,55 \\
 d\pi &= +10,45
 \end{aligned}$$

Fügt man diese Aenderungen den ersten Elementen hinzu, so hat man folgende

Wahrscheinlichste Elemente der Bahn:

Durchgang durch das Perihel 1846 Febr. 25,423919 (Greenwich)
 Länge des Perihels $\pi = 116^\circ 28' 37'' 71$ mittl. Aeq.
 Länge des aufst. Knotens $\Omega = 102^\circ 34' 12,92$ Febr. 26
 Neigung $i = 31^\circ 1,86$
 Excentricitätswinkel $\varphi = 52^\circ 46' 13,57$
 Mittl. tägl. sider. Bewegung $\mu = 623'' 0164$
 Log. der halben gr. Axe $\log a = 0,5036714$
 Bewegung rechtläufig.

Wir schritten hierauf zu der Berechnung der Störungen, welche der Comet bis zu seiner nächsten Erscheinung von

den verschiedenen Planeten erfahren wird. Zu diesem Zwecke haben wir die Methode der speciellen Störungen angewandt, und uns zu deren Ausführung der Formeln von *Eucke* *) bedient.

Die hierbei erforderlichen Massen der Planeten **) wurden wie folgt angenommen:

$$\begin{aligned}
 \text{☿} & \frac{1}{4865751} \\
 \text{♀} & \frac{1}{401439} \\
 \text{♂ + ♀} & \frac{1}{355499} \\
 \text{♁} & \frac{1}{2680337} \\
 \text{♂} & \frac{1}{1947,679} \\
 \text{♂} & \frac{1}{3501,6}
 \end{aligned}$$

*) Astron. Jahrb. 1837, 38, 40.

**) Abhandlungen der Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1842, S. 5.

(Fortsetzung folgt.)

Berichtigungen zu den Astron. Nachr. Nr. 1036, 1038, 1044, 1046 und 1048.

Nr. 1036	Seite 56	Zelle 15 v. u. statt 0,20 bis 0,25 lies 0,15 bis 0,20.
„ 1038	„ 82	zu $lgr = 0,20$ setze $\frac{dv}{dlgr} = -0,22795$ und die rechts daneben stehenden zunächst benachbarten Differenzen +559 und +577.
„ 1044	„ 191	Zelle 18 v. u. statt Jan. lies Jun. und Zelle 18 v. u. statt 19 ^h lies 13 ^h .
„ 1046	„ 213	Zelle 10 v. o. statt 0,63937980046642... lies 0,63937680046642...
„	„	letzte Zelle, statt 3,19117145562822... lies 3,19117145572822...
„	„ 216	Zelle 12 v. o. statt Arc 53' lies Arc 52'.
„ 1048	„ 243	Zelle 4 v. o. statt wurden lies wurde.
„	„ 244	„ 14 v. o. statt $\frac{d^2y}{digr^2}$ lies $\frac{d^2y}{digr^2}$
„	„ 248	„ 2 v. o. statt $\frac{2}{2\pi - 2M}$ lies $\frac{2}{2\pi - 2M}$
„	„ 252	„ 8 v. u. statt 7 + 3 lies 1 + 3.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

1053.

Bestimmung der Bahn des Cometen III 1846 aus sämmtlichen bekannt gewordenen Beobachtungen desselben, nebst daraus abgeleiteten Elementen, mit Rücksicht auf die Störungen, für die Wiederkehr im Herbst 1851, von Hrn. Dr. P. von Götze, (S. Astr. Nachr. V 282, 223 und 226.)

Fortsetzung von vor. Nummer.)

Die Umlaufzeit des Cometen zertheilt wir in sechs Abtheilungen, wovon die erste mit Intervallen von 4, die zweite und fünfte mit Intervallen von 16, die dritte und vierte mit Intervallen von 64, die letzte mit Intervallen von 8 Tagen berechnet wurde. Die Störungen des Merkur wurden nur in der ersten und letzten, die von Venus und Erde in der ersten, zweiten, fünften und letzten Abtheilung aufgenommen; dagegen aber die erforderlichen Reductionen gemacht auf

den gemeinschaftlichen Schwerpunkt der Sonne und genannter Planeten, und auf den Mittelpunkt der Sonne. *) Die Entfernungen des Cometen von Merkur, Venus und Erde waren bei den ersten Reductionen resp. 1,74; 2,73 u. 4,35, und bei der Reduction auf den Mittelpunkt der Sonne 1,46, 3,77 und 5,16.

Folgende Tabelle giebt die Uebersicht der Störungen und Reductionen in den verschiedenen Abtheilungen:

Erste Abtheilung. 1846 Febr. 26 — Mai 29. Interv. 4 Tage.

Stör. Pl.	$\delta\alpha$	$\delta\Omega$	$\delta\varphi$	$\delta\pi$	$\delta\mu$	δM
☿	-0°03014	0°00471	0°0060	0°0028	-0°00069	-0°0051
♀	-0°2880	-0°7410	-1,142	0,601	0,01369	1,340
♂	0°083	2,388	-0,907	1,476	0,00605	0,680
♂	0°000	0,002	-0,013	0,054	0,00001	-0,002
♂	0°518	-3,170	5,644	4,490	-0,08286	-8,101
♂	0,000	0,000	0,169	-0,261	0,00278	0,279
Summe	0,27	-1,34	3,47	6,33	-0,07104	-5,855

Zweite Abtheilung. 1846 Mai 29 — Dec. 7. Interv. 16 Tage.

Stör. Pl.	$\delta\alpha$	$\delta\Omega$	$\delta\varphi$	$\delta\pi$	$\delta\mu$	δM
☿	-0°521	-0°191	-0°630	1°706	-0°00977	-2°333
♀	-1,263	1,280	-0,046	3,194	-0,02346	6,228
♂	-0,087	0,073	-0,082	0,193	-0,00048	-0,090
♂	10,953	-13,295	17,677	8,117	-0,19276	-63,886
♂	0,210	0,195	0,923	0,167	0,00587	2,141
Summe	-6,89	-14,94	18,00	6,90	-0,17368	-67,940

Dritte Abtheilung. 1846 Dec. 7 — 1849 Jan. 13. Interv. 64 Tage.

Stör. Pl.	$\delta\alpha$	$\delta\Omega$	$\delta\varphi$	$\delta\pi$	$\delta\mu$	δM
☿	-0°076	-0°0861	-0°129	-0°209	0°00118	1°347
♀	-13°513	-17,773	-16,601	-82,325	0,95160	-609,927
♂	-7,967	-0,621	-11,049	-1,140	0,00048	28,457
Summe	-21,55	-18,48	-5,42	-80,98	-0,94994	-586,123

*) Nöben. Jahrb. 1840, S. 288; cf. Brünnow, Mémoire sur la comète elliptique de de Vico. Amst. 1849, p. 21.

Vierte Abtheilung. 1849 Jan. 13 — 1851 Febr. 20. Interv. 64 Tage.

Jan. 13 $M = 181^{\circ}55'26''.68$.

Stär. Pl.	δi	$\delta \Omega$	$\delta \varphi$	$\delta \pi$	$\delta \mu$	δM
$\odot$	0"056	— 0"074	0"084	— 0"239	— 0"00030	— 0"216
$\odot$	—119.148	—124.563	—108.915	—21.462	—0.02792	—234.592
$\odot$	7.361	7.800	—6.579	—12.428	—0.04174	20.755
Summe	—126.44	—132.44	—116.41	—34.18	—0.06994	—234.053

Reduction auf den gemeinschaftlichen Schwerpunkt 1846 Dec. 7:

" " " " Mittelpunkt der Sonne 1851 Febr. 20.

$\odot$, Schwerpunkt	0.078	0.004	0.015	—0.745	0.01280	
$dM + 1536 d\mu$						23.298
$\odot$, Mitt. $\odot$	0.130	0.143	0.348	0.250	0.00702	— 1.911
$\odot$, Schwerpunkt	—0.856	0.553	—0.756	1.239	—0.00404	
$dM + 1536 d\mu$						— 7.031
$\odot$, Mitt. $\odot$	0.438	0.823	0.766	1.503	0.00355	

Fünfte Abtheilung. 1851 Febr. 20 — Aug. 31. Interv. 16 Tage.

Febr. 20 $M = 314^{\circ}31'12''.22$.

$\odot$	—0"101	0"503	0"331	—1"254	—0"01501	1"191
$\odot$	0.670	1.839	0.075	2.959	0.07203	1.005
$\odot$	0.006	—0.014	0.266	0.244	—0.00365	0.360
$\odot$	—6.169	—23.849	—11.561	—19.133	0.00232	—5.015
$\odot$	—0.636	—2.409	—0.565	—2.766	—0.00914	0.488
Summe	—6.53	—23.93	—11.60	—26.36	—0.04561	—1.971

Reduction auf den gemeinschaftlichen Schwerpunkt 1846 Mai 29.

" " " " " " Mittelpunkt der Sonne 1851 Aug. 31.

$\odot$, Schwerpunkt	0.017	—0.049	0.071	0.073	—0.00109	
1920 $d\mu + dM$						— 2.211
$\odot$, Mitt. $\odot$	0.004	—0.061	—0.036	—0.036	0.00029	—0.044

Sechste Abtheilung. 1851 Aug. 31 — Nov. 10.34. Interv. 8 Tage.

Aug. 31 $M = 347^{\circ}40'47''.83$.

$\odot$	0"006	0"081	0"017	0"078	0"00004	0"006
$\odot$	0.183	—0.558	—2.144	0.820	—0.03049	0.075
$\odot$	—0.153	0.377	0.386	1.068	—0.00226	—0.053
$\odot$	0.014	—0.044	0.064	—0.126	—0.00111	0.008
$\odot$	0.463	—1.850	—3.359	—0.152	0.04163	—0.118
$\odot$	0.039	—0.180	—0.244	—0.008	0.00303	—0.012
Summe	0.55	—2.17	—5.28	1.68	0.00182	—0.244

Kommen hierzu noch die Variationen, welche einestheils entstehen aus der Precession von einem Perihel zum andern, anderntheils aus der veränderlichen Schiefe der Ekliptik, so erhält man folgende Gesammänderungen:

	δi	$\delta \Omega$	$\delta \varphi$	$\delta \pi$	$\delta \mu$	δM
Erste Abtheilung	0"27	— 1"34	3"47	6"33	—0"07104	— 5"85
Zweite "	8.189	—17.94	16.00	6.99	—0.17368	— 71.58
Dritte "	—21.55	18.48	3.42	80.98	—0.94994	—768.04
Vierte "	—126.65	—130.92	—115.04	—31.88	—0.05061	—131.05
Fünfte "	6.51	—24.04	—11.67	—26.82	—0.04641	—243.54
Sechste "	0.55	—2.17	—5.28	1.68	0.007182	— 92.15
Precession		286.40		286.40		

Variation der Elemente, abhängig von der veränd. Schiefe der Ekliptik

	— 1.00	— 4.33		0.72		
--	--------	--------	--	------	--	--

Totalsumme	—2' 26"00	1' 33"18	—1' 47"00	5' 24"90	—1"21986	—38' 32"21
------------	-----------	----------	-----------	----------	----------	------------

Fügt man diese Aenderungen zu den wahrscheinlichsten Elementen des Jahres 1846, so sind die Elemente für die Erscheinung des Cometes im Jahre 1851:

Durchgang durch das Perihel	1851 Nov. 10, 387700	mittl. Zeit Greenwich.
Länge des Perihels	$\pi = 116^{\circ} 34' 12'' 61$	mittl. Aeq. Nov. 10, 34
Länge des aufst. Knotens	$\Omega = 102 35 46,10$	
Neigung der Bahn	$i = 30 58 45,86$	
Excentricitätswinkel	$\phi = 52 44 26,57$	
Mittl. tägl. sider. Bewegung	$\mu = 621,7956$	
Log. der halben gr. Axe	$\log a = 0,5042349$	
Bewegung	rechthäng.	

Comet 1846 III bei seiner Revolution 1851/57.

Epochen	1851 Nov. 10	1852 Jan. 29	1852 Aug. 8	1853 Aug. 27	1854 März 7	1854 Sept. 15	1855 Oct. 4
M	669° 46' 30"	13° 45' 28"	46° 54' 27"	113° 21' 58"	147° 6' 10"	182° 6' 51"	249° 55' 25"
μ	621,7956	621,773	621,677	628,13	626,10	629,70	628,23
ϕ	52° 44' 27"	52° 44' 32"	52° 45' 9"	52° 56' 0"	53° 17' 45"	53° 46' 39"	53° 38' 14"
i	116 34 3	116 34 4	116 33 17	116 24 42	116 12 24	116 49 49	115 36 34
Ω	102 35 46,10	102 35 41	102 34 37	102 32 16	102 33 46,1	102 20 46	101 57 19
i	30 58 36,1	30 58 37	30 59 30	31 10 44	31 21 49,6	30 48 47	30 11 43
Distanz & vom 2.	5,586	4,152	2,985	0,521	0,884	0,932	2,473
Minimum dieser Dist.					1854 Juni 0,740.		

Beobachtungen an der Wiener Sternwarte, mitgetheilt von Herrn Director von Littrow.

Leda.

Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1856 Febr. 6	8h 7m 07,7	8h 16m 46' 09"	8,525a	+17° 15' 21" 0	9,760	5 Horstein
Mittlerer Ort des Vergleichsterns für 1856						
	8h 16m 33' 73"	+17° 38' 55" 5	Brit. Ass. Cat. 2810.			

Laetitia.

Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1856 Febr. 24	9h 27m 16' 8"	11h 11m 48' 56"	8,545a	+6° 46' 54"	9,840	8 Horstein
März 2	9 7 21,4	10 56 32,31	8,530a	+7 40 37,1	9,834	6
9	8 36 12,6	11 1 9,35	8,528a	+8 34 46,9	9,827	8
17	9 30 36,1	10 55 8,32	8,289a	+9 33 44,6	9,803	8
27	8 58 56,2	10 48 42,59	8,228a	+10 37 42,6	9,793	6
28	8 32 56,0	10 48 9,06	8,319a	+10 43 19,7	9,795	2
10 April	8 52 38,1	10 47 3,16	8,195a	+10 54 23,3	9,788	8
April 2	9 32 56,3	10 45 34,58	7,729a	+11 10 0,0	9,780	5
3	8 58 54,7	10 45 4,41	8,046a	+11 14 40,4	9,783	4
21	9 10 1,0	10 40 12,08	7,776	+12 14 14,2	9,770	3
22	8 48 19,0	10 40 8,03	7,389	+12 16 3,7	9,769	6
23	8 55 57,1	10 40 5,07	7,677	+12 17 43,4	9,769	6
25	9 2 5,4	10 40 3,68	8,014	+12 19 13,0	9,772	5
27	8 29 26,9	10 40 6,50	8,134	+12 22 44,8	9,772	5
29	9 0 28,3	10 40 14,47	8,009	+12 23 51,1	9,770	4

Am 28. März Nebel; nur zwei Durchgänge.

Am 21. April die Declination wegen ungünstiger Sehnen am Kreismikrometer minder abgelesen.

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1856,0:

Febr. 24	11° 13' 42.64	+ 6° 49' 5.73	(σ Leonis) Br. Ass. Cat. 3862
März 20	11° 07.14,20	+ 7° 40' 7.8	Drei Mer.-Kreis-Beob.
9	11 3 1.96	+ 8 40 20.6	B. Z. 66, 69, 236, 237; Santini V. 142.
17	10 56 13.79	+ 9 30 14.8	L. 21203; B. Z. 66; (B. dopp. Gew.)
27, 28	10 52 1.84	+ 10 42 4.8	Br. Ass. Cat. 3759.
30	10 48 18.03	+ 10 53 25.8	Drei Mer.-Kreis-Beob.
April 2, 3	10 41 29.69	+ 10 55 5.7	B. Z. 66, 71; R. 3347; (R. dopp. Gew.)
3	10 41 41.06	+ 11 18 23.3	Br. Ass. Cat. 3708; <i>Riemer</i>
21, 25	10 39 1.54	+ 11 56 53.4	L. 20755; B. Z. 71, 72; (B. 3faches Gew.)
27, 29	10 43 34.34	+ 12 20 34.1	L. 20876; B. Z. 71, 72; (B. 3faches Gew.)

Harmonia.

	Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1856 April 10	9° 43' 24.5	13° 3' 57.15	8,363a	+ 0° 55' 48.8	9,868	6	<i>Hornstein</i>
11	9 18 27.1	13 3 0.6	8,416a	+ 1 0 30.6	9,867	6	
14	8 55 22.8	13 0 9.38	8,437a	+ 1 15 16.3	9,865	6	
20	9 21 17.1	12 54 41.45	8,261a	+ 1 40 25.5	9,862	6	
21	9 46 50.8	12 53 48.68	8,103a	+ 1 44 9.1	9,861	6	
22	9 21 18.5	12 52 58.96	8,219a	+ 1 47 28.6	9,861	8	
23	9 28 24.8	12 52 9.30	8,157a	+ 1 50 47.1	9,860	5	
24	9 59 24.6	12 51 19.98	7,885a	+ 1 53 49.8	9,860	5	
25	9 42 24.3	12 50 33.07	7,999a	+ 1 56 37.4	9,859	6	
29	9 39 4.8	12 47 32.39	7,848a	+ 2 13 2.0	9,857	6	

Am 29. April ist vielleicht ein Fixstern statt des Planeten beobachtet.

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1856,0:

April 10, 11, 13, 20,	12° 59' 59.17	+ 1° 24' 41.8	B. Z. 77; dupl. med.
21, 22, 23, 26	12 63 6.62	+ 2 1 30.8	Mer.-Kreis-Beob.
23, 24, 29	12 60 6.67	+ 2 12 30.3	B. Z. 77; R. 4196; Santini II. 147.

An einigen Tagen ist der Planet ausserdem noch mit andern Sternen verglichen worden, die aber erst nachträglich am Meridiankreise bestimmt werden.

Iris.

	Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1856 Juni 10	10° 34' 23.0	15° 53' 5.29	7,550	- 16° 2' 41.1	9,924	8	<i>Hornstein</i>
12	10 15 22.3	15 52 15.10	7,361a	- 16 8 46.3	9,959	12	
27	9 55 6.3	15 41 26.00	7,887	- 17 5 33.7	9,957	8	
28	10 13 41.0	15 40 57.11	8,063	- 17 10 4.6	9,956	8	
29	10 0 4.9	15 30 30.88	8,019	- 17 14 38.9	9,957	8	

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1856,0:

Juni 10, 12	15° 52' 15.01	- 16° 5' 16.6	Arg. Z. 203, 297; (Eig.-Bew. - 0.041 n.)
27, 28, 29	15 48 38.23	- 17 27 28.0	Arg. Z. 303.
29	15 41 48.65	- 17 41 52.6	Arg. Z. 303.

Comet, entdeckt von Schreiter am 11. April 1855.

	Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1855 Mai 14	9° 36' 38.0	11° 12' 37.18	8,322	+ 7° 2' 28.20	9,825	6	<i>Hornstein</i>

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1855,0:

11° 13' 39.55	+ 6° 49' 25.0	Br. Ass. Cat. 3862 (σ Leonis)
11° 28' 40.14	+ 7° 22' 56.3	

Comet, entdeckt von *Klinkerfues* und *Dien* am 4. Juni 1855.

	Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1855 Juni 11	10 ^h 34 ^m 11 ^s 0	8 ^h 4 ^m 36 ^s 03	8,682	+34° 39' 55.9	9,894	6	<i>Hornstein</i>

Mittlerer Ort des Vergleichsterns für 1855, 0:

8^h 5^m 12^s 62 +34° 22' 40.5 Lal. 16037, 16038.

Comet, entdeckt von *Brucke* am 12. Novbr. 1855.

	Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1855 Nov. 20	14 ^h 58 ^m 1 ^s 3	9 ^h 29 ^m 25 ^s 88	8,440	+2° 16' 50"	9,859	10	<i>Hornstein</i>
Dec. 11	7 42 14.4	2 45 28.47	8,288	+3 12 24.6	9,852	1 8	
15	8 12 17.0	1 39 51.26	7,186	+2 33 21.5	9,855	1 4	

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1855, 0:

Nov. 20	9 ^h 30 ^m 12 ^s 24	+2° 20' 37.3	B. Z. 153; <i>Santini</i> II. 114; (3 Beobb. S. dopp. Gew.)
Dec. 11	2 47 35.00	+2 53 45.4	L. 5406; B. Z. 46; (B. dopp. Gew.)
12	2 46 40.14	+2 27 35.2	B. Z. 46.
Dec. 15	1 37 6.38	+2 29 37.1	B. Z. 156; <i>Santini</i> II. 16.

Der Comet wurde noch am 12. und 13. Decbr. beobachtet; es fehlen aber die Positionen der betreffenden Sterne, die erst nachträglich am Meridiankreise bestimmt werden.

Wien 1856, October 9.

Bahnbestimmung des Cometen vom Jahre 1556, von Herrn *Observer Hook*.

Von diesem Cometen sind bereits mehrere Bahnbestimmungen von *Halley* und *Hind* vorhanden, deren Genauigkeit aber immer sehr unsicher war. Grosser Werth konnte überhaupt nicht darauf gelegt werden, da die Beobachtungen des *Paul Fabricius*, woraus sie abgeleitet waren, nur einen sehr kurzen Zeitraum umfassten, und ausserdem auf grosse Genauigkeit gar keinen Anspruch machen konnten. *Hind* endlich hat seine Elemente bestimmen müssen, ohne die Beobachtungen des *Fabricius* im Original zu kennen, und mit einer sehr rohen Copie seiner Karte, als einziger Quelle. Auch *Halley* selbst nannte die Elemente dieses Cometen, welche er gefunden hatte, ziemlich unsicher.

Es ist also von grosser Wichtigkeit, dass Herr *Littrow* die Originalbeobachtungen gefunden hat, welche man nur durch die Erwähnung *Lalande's* kausen. Zugleich hat er aber auch Beobachtungen von *Heller* zu Nürnberg veröffentlicht, welche statt eines Zeitraums von 11, einen von 53 Tagen umfassen. Von seinem Aufsatze über die neu gefundenen Quellen erhielt Herr Prof. *Kaiser* einen besonderen Abdruck, den er mir übergeben hat, mit der Aufforderung, Elemente zu berechnen, welche die künftlichen *Fabricius* schen und *Heller* schen Beobachtungen so genau als möglich darstellen würden, in der Erwartung, dass eine viel genauere Bahn als die früheren daraus hervorgehen möchte.

Einige Schwierigkeiten in der Discussion der *Halley'schen* Angaben, und eine Krankheit haben aber die Bearbeitung dieses Resultats sehr verspätet. Diese Schwierigkeiten übertrug daher das seine Angaben viel vorzuziehen, und viel weniger genau sind, als man hätte erwarten können. Besonders gilt dieses von den Beobachtungen nach dem 16. März, so erwähnt er am 20. März eine Sternbedeckung durch den Cometen, welcher ich nicht aufgenommen habe, da ich keinen Stern finde, welchen er damals bedeckt haben könnte. Herr von *Littrow* hat ihn *γ Cassiopeae* genannt; dieser Stern aber ist zu viel von dem Wege des Cometen, welchen die andern Beobachtungen angeben, entfernt.

Auch habe ich gemeint, einige Sterne andern annehmen zu müssen als Herr von *Littrow*; nämlich die Vergleichsterne der letzteren *Heller'schen* Beobachtungen, die drei Sterne an den Schultern Andromedae, welche Herr von *Littrow* Pisani 0^h 58^m 5^s Andromedae und Pisani 0^h 56^m 12^s nennt. In den Catalogen von *Ptolemaeus*, *Ulugh Beigh* und *Tycho Brahe* (von *Baily* neu herausgegeben im Vol. XIII der *Memoirs of the Royal Astron. Society*) findet man, dass *γ Andromedae* von allen gestellt wurde, auf die rechte Schulter Andromedae; *δ* von *Ptolemaeus* auf dem Rücken, von *Ulugh Beigh*

zwischen die Schulter, von *Tycho Brahe* zu oberst an die linke Schulter;
von allen auf die linke Schulter.

Heller nennt seine Sterne:

den oben an der Schulter;

den mittleren zwischen den Schultern;

den unten an der Schulter.

Es ist also offenbar, dass er damit α , δ und ϵ Andromedae gemeint hat. Dieser Schluss findet eine Bestätigung in der Beobachtung vom neunten April, wozu *Heller* angiebt, dass der mittlere Stern von dem Umbilico Pegani (ϵ Andromedae) höchstens um $1^{\circ}30'$ in der Breite verschieden sei, da der Breitenunterschied von α und δ Andromedae $1^{\circ}20'$, von α und ϵ Andromedae $2^{\circ}39'$ ist. Auch hat er früher, als da von kleineren Sternen die Rede war, sich auch als solche angedeutet, z. B. bei der Beobachtung vom 27. Februar.

Mit dem Stern in Scapulis Andromedae muss er gemeint haben, wie die Breitenangabe vom 4. April bestimmt angiebt.

Die von *Fabricius* in der auf den 11. März folgenden Nacht beobachtete Sternbedeckung kann keine Bedeckung von λ Bootis gewesen sein, da dieser Stern auf der Karte über dem damaligen Ort des Cometen gezeichnet ist; die Stella parvula ist also wahrscheinlich Plaxid XIII L 516.

In untenstehendem Verzeichnisse wird man eine Vergleichung finden von den verschiedenen Beobachtungen. Die Beobachtungen des *Fabricius* vom 4. und 15. März sind verwendet, die eine, weil sie, wie er selbst sagt, nur willkürlich auf die Karte gestellt ist; die andere, weil sie beträchtlich von den übrigen Beobachtungen abweicht. Es scheint, dass *Fabricius* hier α für β Cephei genommen hat. Unter den *Heller'schen* Beobachtungen waren einige sehr unbestimmte Angaben, welche ich nicht aufgenommen habe.

M. Z. Greenwich	Beobachter	in Rectasc.	in Decl.
Febr. 27, 40	<i>Heller</i>	+42 ²⁴	+0 ⁴¹
März 4, 52	<i>Fabricius</i>	+24 ⁰³	+0 ¹³
6, 42	"	+21 ¹¹	+1 ¹⁹
6, 54	<i>Heller</i>	+1 ³⁸	+0 ³⁹
7, 42	<i>Fabricius</i>	+24 ⁴⁶	+2 ⁴²
7, 54	<i>Heller</i>	+0 ⁷⁰	+1 ²⁶
+ 1,2618 dg + 1,998 dt + 1,2327 dg			
+ 1,0766 dg + 1,7205 dt + 1,6290 dg			
+ 0,5825 dg + 1,2201 dt + 0,5055 dg			
+ 0,5520 dg + 0,4566 dt + 0,2971 dg			
+ 0,2791 dg + 0,0539 dt + 0,7908 dg			
+ 0,3937 dg + 0,191 dt + 0,8785 dg			
+ 0,7285 dg + 1,2383 dt + 0,7331 dg			
+ 1,3633 dg + 1,3007 dt + 1,3260 dg			
+ 0,3254 dg + 0,6954 dt + 0,9546 dg			
+ 0,5408 dg + 0,4119 dt + 0,8006 dg			

M. Z. Greenwich	Beobachter	in Rectasc.	in Decl.
März 8, 42	<i>Fabricius</i>	+2 ⁰⁹	+3 ⁴⁶
8, 55	<i>Heller</i>	-0 ⁹¹	+3 ¹⁹
9, 38	<i>Fabricius</i>	+3 ³⁴	+3 ⁰⁸
9, 56	<i>Heller</i>	+0 ¹³	+3 ¹⁶
10, 38	<i>Fabricius</i>	+2 ¹⁷	+0 ³⁰
10, 57	<i>Heller</i>	+0 ³⁰	+1 ⁶⁴
11, 07	<i>Fabricius</i>	+2 ³³	+1 ⁹⁵
11, 38	"	+0 ³⁴	+0 ⁵²
11, 50	"	-0 ³⁷	+1 ²⁹
11, 58	<i>Heller</i>	+0 ⁶¹	+1 ⁸⁰
11, 67	<i>Fabricius</i>	+0 ⁹⁴	+2 ⁵⁸
12, 38	"	-1 ⁰⁴	+0 ¹⁷
12, 63	<i>Heller</i>	+1 ⁸⁷	-0 ⁵⁶
13, 67	<i>Fabricius</i>	(-16,89)	+1 ⁷⁵
13, 67	<i>Heller</i>	-6 ⁴⁷	+2 ⁹⁵
14, 38	<i>Fabricius</i>	-1 ⁶³	+2 ¹³
15, 86	<i>Heller</i>	-6 ¹⁴	+2 ²⁰
April 2, 54	<i>Heller</i>	+1 ⁵¹	+3 ¹⁰
5, 54	"	+2 ³⁰	+2 ³⁵
6, 54	"	+2 ⁶⁸	+0 ⁰³
7, 54	"	+1 ⁹⁶	+0 ⁵⁴
8, 54	"	+2 ⁶²	+2 ³⁶
9, 55	"	+0 ²⁶	+0 ⁶⁶
10, 66	"	+2 ⁴⁶	+0 ⁸⁶
12, 56	"	+1 ⁶⁷	+1 ⁴⁰
13, 57	<i>Heller</i>	+0 ⁹⁵	+0 ⁵⁸
14, 58	"	+0 ⁸⁹	+0 ⁵⁸
15, 59	"	+0 ¹⁹	+0 ⁵⁸
16, 59	"	+0 ¹⁰	+0 ⁵⁸
19, 60	"	+0 ¹⁴	+1 ¹⁰

Daraus wurden folgende Normalörter abgeleitet:

März 8, 29	AR. 191 ¹	Decl. 6 ⁴	+13 ²²
10, 67	203 ⁴⁶	38 ²²	38 ²²
14, 52	281 ⁴³	74 ¹⁷	74 ¹⁷
April 8, 26	37 ²²	29 ⁵⁰	29 ⁵⁰
15, 98	34 ⁵⁰	25 ⁵⁰	25 ⁵⁰

wobei die Differential-Überechnungen sind:

0,1391 dg	+ 0,7394 dg	= + 0,5414
0,6626 dg	+ 0,6894 dg	= + 0,4650
0,4068 dg	+ 0,4600 dg	= + 0,4834
0,2129 dg	+ 0,4216 dg	= + 0,6330
0,7899 dg	+ 0,2382 dg	= + 0,9038
0,8953 dg	+ 0,7079 dg	= + 0,4331
1,2708 dg	+ 0,6083 dg	= + 0,8333
0,2615 dg	+ 0,2902 dg	= + 0,6551
0,9707 dg	+ 0,2914 dg	= + 0,6000
0,6508 dg	+ 0,1467 dg	= + 0,8030

1856 März 26. Sternzeit 17^h21^m35^s28 Eintritt α Scorpii am dunkeln Rande, nördlich von Aristarch. S.

Die Beob. geschah bei sehr heiterm Himmel; die Ausstritte nach dem Aufgange der Sonne! Den Austritt des Sternes habe ich vielleicht etwas zu spät gesehen.

April 8. Sternzeit 9^h35^m16^s16 Eintritt eines Sterns 8^m am dunkeln Rande, nördlich von Aristarch. S.

April 14. Sternzeit 13^h22^m46^s37 Ein Stern 6.7^m (240 Tauri) trat nahe central am dunkeln Rande ein; Das Lumen secundarium liess sich so eben noch erkennen, obgleich die Phase schon jenseit Copernicus und Bulliald überschritten hatte. S.

Juni 9. Sternzeit 15^h6^m39^s60 beobachtete Herr Stud. Tschernak das Verschwinden eines Sterns 7^m am dunkeln Rande, nordöstlich bei dem Aristarch.

Juni 12. Sternzeit 15^h5^m41^s22 Eintritt eines Sterns II 6^m, nahe central;
II 15 9 11,82 Eintritt eines Sterns II 6.7^m, südlicher;
beide verschwanden am sichtbaren dunkeln Rande. S.

1856 Juni 16. Stzt. 18^h46^m51^s08 Eintritt ν Scorpii. S.

Der Stern verschwand am unsichtbaren dunkeln Rande plötzlich. Der Mond stand zwar schon sehr tief, doch war die Luft gut. 7—8 Sekunden später kamen Wolken. Ich beobachtete am 3füssigen Refractor, Herr Tschernak am Pfaffschen Fernrohre. Der Eintritt erfolgte dem Südrande Gimpaldi gegenüber in 9⁵ der südl. selenogr. Breite.

Juni 22. Bei sehr heiterem Himmel sah ich den Vorübergang des Jupiter am nördlichen Horne des abnehmenden Mondes; weder der Planet noch einer seiner Trabanten wurde vom Monde berührt. Zur Zeit der grössten Annäherung war der Abstand des südlichen Jupiter-Randes vom Mondrande geringer als der Polardurchmesser des Planeten.

Aug. 10. Bei vollkommen heiterm Himmel und sehr stiller Luft beobachtete ich die Bedeckung von α Scorpii wie folgt:

Eintritt um Sternzeit 15^h15^m54^s95,
Austritt „ „ 15 47 31,31.
Der Stern beschrieb hinter dem nördlichen Theile des Mondes nur eine kurze Sehne; der Austritt erfolgte am hellen Rande.

Olmütz 1856, September 26.

J. F. Julius Schmidt.

Inhalt.

- (Zu Nr. 1051.) Ueber die Berechnung von Sonnenfinsternissen, mit Anwendung auf die Sonnenfinsterniss vom 28. Juli 1851, von Herrn Director C. Rüchert 298.
Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Challis, Directors der Sternwarte zu Cambridge, an Herrn George Rümker in Hamburg 301.
Opposition der Juno 1856, beobachtet von Herrn Prof. d'Arrest 303.
Schreiben des Herrn Dr. Robinson, Directors der Sternwarte zu Armagh, an den Herausgeber 303.
(Zu Nr. 1052.) Construction einer neuen Tafel für den lapsus ellipticus innerhalb der ersten drei Achtel des Zeitraums, in welchem der bewegte Punct aus dem Zustande der Ruhe bis zum Centralpunct gelangt. Von Herrn Dr. Lehmann. (Fortsetzung der Abhandlung desselben Verfassers über die letzten drei Achtel dieses Zeitraums.) 305.
Ueber den Cometen von 1556, von Herrn Professor von Littrow 311.
Bestimmung der Bahn des Cometen III 1846 aus ähnlichen bekannt gewordenen Beobachtungen desselben, nebst daraus abgeleiteten Elementen mit Rücksicht auf die Störungen, für die Wiederkehr im Herbst 1851, von Herrn Dr. P. von Gales 311.
Beobachtungen an den Asteroiden, Nr. 1038, 1039, 1041, 1046 und 1048 319.
(Zu Nr. 1053.) Bestimmung der Bahn des Cometen III 1846 s. v. w., von Herrn Dr. P. von Gales (Fortsetzung von vor. Nummer) 321.
Beobachtungen an der Wiener Sternwarte, mittheilt von Herrn Director von Littrow 325.
Bestimmung des Cometen vom Jahre 1556, von Herrn Observator Hoek 329.
Beobachtung der Mondfinsterniss vom 13. October 1856 auf der Altonaer Sternwarte, vom Herausgeber 333.
Beobachtungen auf der Sternwarte zu Olmütz, von Herrn J. F. Julius Schmidt, Astronom dasselbst 333.

Altona 1856, October 23.

Schreiben des Herrn Prof. *Moesta* Directors der Sternwarte zu Santiago de Chile, an den Herausgeber.

Ich nehme mir die Freiheit, Ihnen anbei eine Reihe von beobachteten Zenithdistanzen der Venus zur Zeit ihrer letzten antern Conjunction mit der Sonne, sowie des Mars in seiner Opposition zu übersenden. Beide Planeten habe ich, so oft es das Wetter erlaubte, mit vieler Sorgfalt an Meridiankreise beobachtet und es würde mir zur grossen Freude gereichen, wenn sich auf den obdrücklichen Sternwarten correspondierende Beobachtungen vorfinden, damit durch den Vergleichungen ein Beitrag zu einer neuen Bestimmung der Parallaxe der Venus geliefert würde. Da die hiesige Sternwarte dem ersten practischen Versuche der *Galiläen'schen* Methode, die Venus-Parallaxe zu ermitteln, ihre nächste Entstehung verdankt, so scheint es von Interesse für das hiesige Institut, die demselben erfolgenden antern Conjunctionen sorgfältig zu beobachten, um bald zu der Grenz-Genauigkeit zu gelangen, deren diese Methode fähig sein sollte. Es steht zu erwarten, dass die Resultate der von der nordamerikanischen Expedition hier angestellten Beobachtungen bald dem astron. Publicum vorgelegt werden; da ich indessen über die praktische Brauchbarkeit mikrometrischer Messungen der Venus in den Zeitpunkten ihres Stillstandes noch kein bestimmtes Urtheil gehört habe, so werde ich mich zunächst auf Meridian-Beobachtungen beschränken. Von dem nordamerikanischen Sternwarten ist die von Cambridge (Mass.) so ungemein vortheilhaft in Bezug auf die hiesige gelegen, dass Venus gleichzeitig am Gesichtsfelde des Mittagsfernrohrs an beiden Sternwarten sichtbar ist und somit die entsprechende Declinations-Veränderung eben so scharf als in irgend welchen Stillständen vermittelt der Ephemeride ermittelt werden kann. Die einmalige Beobachtung im Meridiane, in der Nähe der Conjunction mit der Sonne, würde aber durch ihr grösseres Gewicht in Bezug auf das Endresultat nun Theil gegenreparirt. Mikrometer-Messungen zur Zeit des Stillstandes, entsprechend werden. Ich bezweifle kaum, dass durch die Beobachtung einiger wenigen antern Conjunctionen der Venus ein befriedigendes Resultat erreicht werden könnte, wenn die Sternwarte zu Cambridge geeignet wäre, ihre Aufmerksamkeit diesem Gegenstande zuzuwenden. Ich bin sehr froh, dass ich nun mit nachstehenden Beobachtungen den Anfang dieser Arbeit mache, wozu ich einige Bemerkungen voranstellen möchte für die Beurtheilung der Genauigkeit meiner beobachteten Zenithdistanzen von Wichtigkeit, sein können.

Das hiesige Meridian-Instrument, von *Piot & Martin* in Berlin angefertigt, besitzt zwei Kreise, deren jeder von 2 zu 2' getheilt ist. Die Theilung wird durch 4 Mikroskope abgelesen, deren Schraubenköpfe in halbe Secunden getheilt, eine Schätzung von 0", erlauben. Als mir die Instrumente der hiesigen Sternwarte übergeben wurden, fand ich vor jedem Kreise zwei Mikroskope, einander horizontal gegenüber gestellt, so dass die Ablesung 0 zeigt, wenn das Rohr nach dem Zenith gerichtet ist. Diese Vertheilung der Mikroskope scheint von vornherein vom Künftler beabsichtigt worden zu sein, da die Stein-Pfeiler, zwischen welchen das Instrument ruht, verhindern, vor einem Kreise 2 Mikroskope in verticaler Richtung anzubringen. Die Mikroskope sind seither in erwählter Stellung geblieben und beide Kreise wurden bei Messung von Zenithdistanzen und der Bestimmung des Nadirpunctes (über einem Quecksilberhorizonte) abgelesen.

Nun wird, wie *Bessel* gezeigt hat, die Zenithdistanz frei von dem Einflusse der Temperatur, auf die Form des Kreises erhalten, wenn die Theilung an 4 gleichweit von einander abstehenden Puncten des Kreis-Umfanges abgelesen wird und aus diesem Grunde schon hielt ich es für zweckmässig, nur eines der beiden Kreise aber mit 4 Mikroskopen zu gebrauchen. Letztere Anordnung zeigte sich bald noch aus einem andern Grunde wünschenswerth, denn als, ich zum Zwecke einer vorläufigen Untersuchung der Theilung der beiden Kreise Ablesungen von 10 zu 10° an den gegenüber stehenden Mikroskopen nahm, fand ich, dass sich dieselben bei dem einen Kreise durch einen Ausdruck von der Form

$$a \sin(\alpha + z) + b \sin(\beta + z)$$

so genau darstellen liessen, dass der mittlere der übrig bleibenden Fehler nicht 0", überstieg; bei dem 2ten Kreise hingegen zeigte sich Sprünge von mehreren Secunden. Ich hätte, deshalb, vorgezogen, die 4 Mikroskope in Kreuzform vor dem besser getheilten Kreise befestigt, wäre nicht die Unbequemlichkeit, den Nullpunct veränderen zu müssen, damit verbunden gewesen. Neue Mikroskope, welche schon längst bestellt wurden, sind noch nicht angelangt und so sind bisher beide Kreise theilweis in der besetzten Weise gebraucht worden. Die nachstehenden gemessenen Zenithdistanzen der Venus werden indessen glücklicherweise durch keine der

erwähnten Fehlerquellen merklich beeinträchtigt werden, da ich mit wenigen Ausnahmen gleichzeitig α Virginis als Meridian beobachtet habe, welcher Stern während dieser Zeit der Venus nahe stand, weshalb denn auch diese Messungen bis zu einem gewissen Grade zugleich als Differentialmessungen betrachtet werden können. Der Nadirpunkt wurde, wie bekannt, über einem Quecksilberspiegel bestimmt, indem das Bild des festen horizontalen Fadens zuerst von der einen Seite und darauf von der entgegengesetzten Seite mit dem Faden zur Deckung gebracht wurde, so dass das Mittel der beiden entsprechenden Ablesungen den Nadirpunkt, zur Mitte des Fadens gehörig, (ein feiner Spinnwebefaden) darstellt. So oft die Zwischenzeit zwischen den Culminationen der Venus und α Virginis mehr als 25" betrug, wurde der Nadirpunkt in diesem Intervalle bestimmt; in andern Fälle entweder kurz vor der Culmination von Venus oder unmittelbar nach der von α Virginis. In der ersten Zeit habe ich nur den vollständig erleuchteten Rand der Venus mit dem festen Faden in Berührung gebracht, später aber auch, namentlich wenn das Bild ruhig durch das Gesichtsfeld gieng, zugleich eine Hornspitze durch den beweglichen Mikrometerfaden eingeschnitten. Der Werth einer Schraubenwindung beträgt 28"056, welcher Werth aus einer grossen Reihe von Messungen der Distanz zweier beweglichen horizontalen Fäden des Gesichtsfeldes über einem Quecksilberspiegel hergeleitet worden ist und dessen Unsicherheit weniger als 0"01 beträgt. Indem zu dieser Mikrometerangabe die Correction für unvollständige Beleuchtung angebracht wurde, ergab sich der Werth des vertikalen Durchmessers der Venus Scheibe. Im Ganzen erhielt ich auf diese Weise nur 19 Beobachtungen, deren Resultate ich mit den berechneten Werthen verglichen und die hervorgegangenen Differenzen in einer besondern Columne beigefügt habe. Hierbei habe ich der Untersuchung des Herrn Prof. Petzoe zufolge (Astron. Journ. 2650) den Halbmesser der Venus, in der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne, zu 8"546 angenommen. Die Reihe ist zu beschränkt, um auch nur ein annäherndes Resultat, betreffend die Irradiation oder Einfluss der Dicke des Fadens etc., abzuleiten; zudem würde auch eine auf diese Weise hergeleitete Bestimmung meiner Meinung nach nicht massgebend sein können, da die Irradiation an dem vollständig erleuchteten Rande verschieden von der an den Hörnerpitzen auf die Einstellung einwirken muss. Ich glaube vielmehr, dass die Sicherheit der Einstellung des vollständig erleuchteten Randes bei weitem grösser ist, als die Einstellung des Mikrometer-Fadens mit der so feinen Spitze, in welche die Lichtgrenze ausläuft und behalte mir vor, den Einfluss der Irradiation für mein Auge gelegentlich durch Beobachtungen des vertikalen Durchmessers des Mars zu untersuchen.

Die Refractionen sind nach *Bessel's* Tafeln berechnet und im Uebrigen ist das Nöthige über die Bedeutung der verschiedenen Spalten beigefügt. Die nächste untere Conjunction der Venus mit der Sonne (Mai 1897) findet in der Nähe der Plejaden statt, so dass α Arietis und γ Tauri zwei geeignete Vergleichsterne wären.

Es ist vielleicht von Interesse, hier einige Bemerkungen über die Sichtbarkeit des Venus bei Tage mit unbewaffnetem Auge während ihrer letzten Conjunction hinzuzusetzen. Schon mehrere Tage vor dem Eintritt der Glanzperiode machte sich der Planet als ein funkelnder Stern so sehr bemerklich, dass das Phänomen die allgemeine Aufmerksamkeit des Publicums erregte. Man könnte etwa glauben, dass die nicht unbedeutende Höhe von Santiago über der Meeressfläche (570 Met.) hierbei von Einfluss gewesen sei; allein Venus wurde ebenso glänzend in Valparaiso im Mittage wahrgenommen. Die Beobachtungen vom 24. Sept. bis zum 4. Oct. verlor ich zum grössten Theile durch dicke herumziehende Wolken und da hatte ich nicht selten Gelegenheit, Venus sogar durch dünne Wolken hindurch zu erkennen. Ich habe voran, dem Tag zu bemerken, bis zu welchem sich die Sichtbarkeit des Planeten bei Tage erstreckte.

Was die beobachteten Zenithdistanzen des Mars betrifft, so geben im Allgemeinen dieselben Bemerkungen, welche ich oben in Bezug auf die Beobachtungsweise der Venus mittheilte. Die beobachteten Sterne im Parallele des Mars sind aus der im Naut. Almanac mitgetheilten Liste entnommen. Im Uebrigen ist auch hier α Virginis so häufig als möglich an denselben Tagen beobachtet worden.

Die Stellungen des Mars während der letzten Opposition in Bezug auf γ Argus und Arcturus wären sehr geeignet, um Vergleichen der Farben dieser 3 Gestirne anzustellen zu können. Solche Vergleichen schienen mir aus einem doppelten Grunde interessant zu sein, indem einerseits erst neulich die Aenderung der Farbe des Arcturus zur Sprache gekommen ist und andererseits dem berühmten gewordenen Sterne γ Argus ein dunkleres Licht als das des feiner rothen Mars zugeschrieben wurde. Ich habe die erwähnten drei Gestirne sowohl mit Hilfe des Fernrohrs als auch mit blossen Auge in verschiedenen Höhen wiederholt verglichen und das Resultat meiner sämmtlichen Vergleichen reducirt sich darauf, dass γ Argus und Arcturus keinen bemerkbaren Unterschied in ihrer Farbe zeigen, welche letztere ich im Vergleich zu der eigenthümlich rothen Farbe des Mars gelb oder röthlich gelb nennen würde.

Die Gestirne von γ Argus habe ich seit Anfang d. J. dann und wann mit der von α Crucis und β Centauri verglichen und nach meiner Schätzung hielt ich γ Argus immer um dieselbe Stufe grösser als β Centauri, und welche β Centauri

grösser ist als α Canis. Jedenfalls scheint die Grösse von γ Argus in der erwähnten Periode keinen wahrnehmbaren Schwankungen unterworfen gewesen zu sein.

Beobachtete Zenith-Distanzen der Venus zur Zeit ihrer untern Conjunction mit der Sonne 1855.

Zeit	Ort	Lat.	Long.	19.00	Correct. für unvollständ. Beob.	Berechn. Halbm.	C — O
		Rand	Zenithdistanz	Refract.	Mikrometer Beleuchtig. Halb.		
1855 Aug. 16	N	28° 9' 33.49	28.06	00.00 18.06			
20	"	28 34 30.77	28.01	00.00 21.01			
27	"	24 5 0.50	28.06	01.00 00.00			
28	"	23 45 47.72	28.26	01.01 1.01			
30	"	23 9 19.09	22.16				
1855 Sept. 2	"	22 19 04.24	21.48	01.00 00.00			
3	"	22 4 59.54	20.97	01.00 00.00			
4	"	21 50 54.94	20.84	01.00 00.00			
5	"	21 37 42.39	20.81	01.00 00.00			
8	"	21 3 52.00	20.86	01.00 1.00			
10	"	20 46 29.98	19.91	1.529 4.22	23.56	25.20	1.64
1855 Oct. 12	"	20 33 04.02	19.47	01.00 01.00			
19	"	20 30 20.57	19.68	1.690 00.875	26.68	28.45	1.77
20	"	20 35 33.33	19.72	1.667 00.964	28.20	28.73	0.53
22	"	20 50 23.39	19.85	1.625 00.1184	28.77	29.29	0.52
24	"	21 11 0.73	20.24	1.558 1.1840	29.48	29.84	0.40
Oct. 4	"	24 27 31.68	23.60				
11	"	23 56 8.49	28.04	2.888 00.006	32.12	29.82	-2.30
14	"	28 1 9.30	28.08	2.897 00.023	29.83	28.48	-1.05
16	S	28 36 45.48	29.26	1.945 00.042	27.49	27.79	0.30
19	"	29 24 57.22	29.95	1.870 00.065	26.55	26.77	0.22
23	"	30 15 18.52	30.82	1.753 1.092	28.05	25.29	0.24

Zenith-Distanzen von α Virginie.

1855	Zenithdistanz	Refract.	d app.	med. 1855,0	1855,0	Zenithdistanz	Refract.	d app.	med. 1855,0
Aug. 16	28° 4' 45.89	22.39	10° 24' 13.10	9.76	Sept. 18	28° 1' 46.90	22.46	10° 24' 16.92	10.74
20	45.74	20.03	19.61	12.50	20	45.18	22.29	17.91	11.81
28	44.69	22.47	18.22	11.54	12	46.64	22.05	16.69	10.65
Sept. 2	45.29	22.15	17.94	11.50	20	46.78	22.02	17.22	11.43
3	46.87	21.90	16.61	10.22	20	44.60	22.05	18.64	12.87
4	45.54	22.07	17.77	11.42	24	46.61	22.22	16.55	10.79
5	45.89	21.73	17.76	11.45	Oct. 4	49.35	21.87	14.16	8.50

Die letzte Beobachtung von α Virginie ist unsicher, da der Stern kaum zu erkennen war.

Zenith-Distanzen des Mars und von Vergleichsternen, beobachtet zur Zeit seiner Opposition 1856.

	Object	Zenithdistanz	Refr.	Mikrom. (Durchm.)	Beob. Halbm.	Berechn. Halbm.	C — O
1856 Febr. 28	S. Mars	27° 52'	18.22	28.09			
März 22	S. Mars	29 36 45.48	30.58	0.551	7.73	7.76	0.03
1856 April 23	γ Virginie	27 42 12.87	28.24				
	δ Virginie	30 32 27.93	31.64				
	N. Mars	29 43 40.00	30.66	0.539	7.54	7.87	0.31
	γ Virginie	27 42 12.87	28.08				
	α Virginie	23 1 20.33	22.00				

	Object	Zenithdistanz	Refr.	Mikrom. (Durchm.)	Seeb. Halbm.	Berechn. Halbm.	C - O
1856 März 24	δ Virginia	30° 23' 39.04	31.59				
	δ Virginia	30 32 27.99	31.78				
	S. Mars	29 50 32.57	30.91	0.539	7.56	7.91	0.35
	α Virginia	23 1 20.82	22.90				
31	N. Mars	30 41 44.60	31.98	0.548	7.69	8.04	0.35
	* δ Virginia	30 32 25.90	31.79				
	θ Virginia	28 39 36.13	29.46				
	α Virginia	23 1 19.70	22.93				
April 3	N. Mars	31 3 55.18	32.74	0.569	7.98	8.07	0.09
	δ Virginia	30 50 4.20	32.43				
	θ Virginia	28 39 35.55	29.73				
	α Virginia	23 1 18.15	23.14				
5	N. Mars	31 18 30.17	32.77	0.520	7.29	8.09	0.80
	δ Virginia	30 50 5.17	32.17				
	θ Virginia	28 39 35.40	29.46				
	α Virginia	23 1 19.82	22.92				
7	N. Mars	31 32 44.92	33.61	0.555	7.78	8.09	0.31
	δ Virginia	30 50 4.60	32.69				
	θ Virginia	28 39 34.27	29.93				
	α Virginia	23 1 18.60	23.29				
8	S. Mars	31 39 26.43	33.46	0.573	8.04	8.09	0.05
	δ Virginia	30 50 5.08	32.40				
	θ Virginia	28 39 35.63	29.68				
	α Virginia	23 1 19.28	23.09				
12	S. Mars	32 5 49.31	33.67	0.566	7.85	8.07	0.22
	δ Virginia	30 39 31.04	31.83				
	δ Virginia	30 23 39.26	31.51				
	θ Virginia	28 39 35.09	29.87				
	α Virginia	23 1 19.96	22.85				
17	N. Mars	32 34 46.59	33.07	0.556	7.80	7.97	0.17
	B. A. C. 4277	32 38 36.81	33.15				
	δ Virginia	30 39 31.36	32.53				
	θ Virginia	28 39 35.71	30.00				
	α Virginia	23 1 19.26	23.33				
18	S. Mars	32 39 35.16	34.70				
	B. A. B. 4277	32 38 36.63	34.70				
	α Virginia	28 1 19.08	23.09				
19	N. Mars	32 44 38.82	34.47	0.533	7.48	7.92	0.44
	γ Virginia	32 46 43.87	34.51				
	* B. A. C. 4277	32 38 36.82	34.38				
	θ Virginia	28 39 36.25	29.66				
	α Virginia	23 1 18.23	22.82				

Object	Zenithdistanz	Refr.	Mikrom. (Durchm.)	Reich. Halbme.	Berechn. Halbme.	C - O
1856 April 23 N. Mars	33° 1' 16" 18	34° 59'	0.446	0.466	0.477	0.011
" " B.A.C. 4237	32 48 52.05	34° 78'				
" " Virginia	32 46 5.93	34° 65'				
" " Virginia	28 39 35.15	29° 45'				
" " Virginia	23 1 18.65	23° 98'				
" " S. Mars	33 4 28.66	35° 69'				
" " B.A.C. 4237	32 48 52.06	34° 74'				
" " Virginia	32 46 6.01	34° 67'				
" " Virginia	28 39 36.09	29° 43'				
" " Virginia	33 33 40.05	35° 70'				
" " N. Mars	33 7 52.10	35° 12'	0.496	6.96	7.70	0.74
" " Virginia	32 46 3.95	34° 65'				
" " Virginia	28 39 33.92	29° 45'				
" " Virginia	23 1 17.40	23° 92'				
" " S. Mars	33 10 32.31	35° 12'	0.534	7.49	7.68	0.19
" " B.A.C. 4237	32 48 51.76	35° 04'				
" " Virginia	32 46 5.38	34° 79'				
" " Virginia	28 39 34.48	29° 47'				
" " Virginia	23 1 18.73	23° 82'				
" " S. Mars	33 15 26.48	35° 26'	0.541	7.69	7.58	-0.11
" " B.A.C. 4237	32 48 51.91	34° 97'				
" " Virginia	32 46 5.43	34° 66'				
" " Virginia	28 39 35.08	29° 47'				
" " Virginia	23 1 17.96	23° 92'				

Bei der Vergleichung der beobachteten Halbmessers mit dem berechneten ist für den Halbmesser des Mars der in Americ. Almanac 1855 gegebene Werth von Prof. Peirce angenommen worden. Die mit einem * bezeichneten Zenithdistanzen sind durch das Mikrometer bestimmt, da in diesen Fällen die Zeit zwischen der Combinationen der entsprechenden Sterne zu kurz war, um die Krelathaltung ablesen zu können. Die Zenithdistanzen von Virginia* deuten auf den südlichen Componenten.

Santiago de Chile 1856, August 30.

" " August 31.

" " September 1.

" " September 2.

" " September 3.

" " September 4.

" " September 5.

" " September 6.

" " September 7.

" " September 8.

" " September 9.

" " September 10.

" " September 11.

" " September 12.

" " September 13.

" " September 14.

" " September 15.

" " September 16.

" " September 17.

" " September 18.

" " September 19.

" " September 20.

" " September 21.

" " September 22.

" " September 23.

" " September 24.

" " September 25.

" " September 26.

" " September 27.

" " September 28.

" " September 29.

" " September 30.

" " September 31.

" " September 32.

" " September 33.

" " September 34.

" " September 35.

" " September 36.

" " September 37.

" " September 38.

" " September 39.

" " September 40.

" " September 41.

" " September 42.

" " September 43.

" " September 44.

" " September 45.

" " September 46.

" " September 47.

" " September 48.

" " September 49.

" " September 50.

" " September 51.

" " September 52.

" " September 53.

" " September 54.

" " September 55.

" " September 56.

" " September 57.

" " September 58.

" " September 59.

" " September 60.

" " September 61.

" " September 62.

" " September 63.

" " September 64.

" " September 65.

" " September 66.

" " September 67.

" " September 68.

" " September 69.

" " September 70.

" " September 71.

" " September 72.

" " September 73.

" " September 74.

" " September 75.

" " September 76.

" " September 77.

" " September 78.

" " September 79.

" " September 80.

" " September 81.

" " September 82.

" " September 83.

" " September 84.

" " September 85.

" " September 86.

" " September 87.

" " September 88.

" " September 89.

" " September 90.

" " September 91.

" " September 92.

" " September 93.

" " September 94.

" " September 95.

" " September 96.

" " September 97.

" " September 98.

" " September 99.

" " September 100.

" " September 101.

" " September 102.

" " September 103.

" " September 104.

" " September 105.

" " September 106.

" " September 107.

" " September 108.

" " September 109.

" " September 110.

" " September 111.

" " September 112.

" " September 113.

" " September 114.

" " September 115.

" " September 116.

" " September 117.

" " September 118.

" " September 119.

" " September 120.

" " September 121.

" " September 122.

" " September 123.

" " September 124.

" " September 125.

" " September 126.

" " September 127.

" " September 128.

" " September 129.

" " September 130.

" " September 131.

" " September 132.

" " September 133.

" " September 134.

" " September 135.

" " September 136.

" " September 137.

" " September 138.

" " September 139.

" " September 140.

" " September 141.

" " September 142.

" " September 143.

" " September 144.

" " September 145.

" " September 146.

" " September 147.

" " September 148.

" " September 149.

" " September 150.

" " September 151.

" " September 152.

" " September 153.

" " September 154.

" " September 155.

" " September 156.

" " September 157.

" " September 158.

" " September 159.

" " September 160.

" " September 161.

" " September 162.

" " September 163.

" " September 164.

" " September 165.

" " September 166.

" " September 167.

" " September 168.

" " September 169.

" " September 170.

" " September 171.

" " September 172.

" " September 173.

" " September 174.

" " September 175.

" " September 176.

" " September 177.

" " September 178.

" " September 179.

" " September 180.

" " September 181.

" " September 182.

" " September 183.

" " September 184.

" " September 185.

" " September 186.

" " September 187.

" " September 188.

" " September 189.

" " September 190.

" " September 191.

" " September 192.

" " September 193.

" " September 194.

" " September 195.

" " September 196.

" " September 197.

" " September 198.

" " September 199.

" " September 200.

" " September 201.

" " September 202.

" " September 203.

" " September 204.

" " September 205.

" " September 206.

" " September 207.

" " September 208.

" " September 209.

" " September 210.

" " September 211.

" " September 212.

" " September 213.

" " September 214.

" " September 215.

" " September 216.

" " September 217.

" " September 218.

" " September 219.

" " September 220.

" " September 221.

" " September 222.

" " September 223.

" " September 224.

" " September 225.

" " September 226.

" " September 227.

" " September 228.

" " September 229.

" " September 230.

" " September 231.

" " September 232.

" " September 233.

" " September 234.

" " September 235.

" " September 236.

Beobachtung der totalen Mondfinsterniss am 13. October 1856, von Herrn J. F. Julius Schmidt.

Während einer Reise im nördlichen Deutschland fand ich Gelegenheit, diese Finsterniss bei theilweise sehr hellem Himmel auf der Hamburger Sternwarte zu beobachten. Durch die zuvorkommende Gefälligkeit des Herrn Directors *Rümker* erhielt ich einen 4fussigen Refractor und einen Boxchronometer zum Gebrauche, während meines Mitbeobachters, Herrn Dr. *Joh. Bartels* ein kleineres Fernrohr zugewiesen ward. Um die Zeit des Anfanges der Finsterniss war der Himmel sehr heiter, und blieb es lange Zeit; mitunter kamen Nebel und zuletzt Wolken, die bei steter Anhäufung endlich die Beobachtungen verhinderten, so dass ich das Ende nicht mehr abwartete. Anfangs schien es, dass der verfinsterte Theil des Mondes ungewöhnlich dunkel werden würde, denn der Erdschatten war fast undurchsichtig, und die Röhre desselben stellte sich viel später als gewöhnlich ein. Bald aber blieb kein Zweifel mehr, dass die Finsterniss im Uebrigen den gewöhnlichen Verlauf nehmen werde. Der zeitweilige Nebel so wie der überaus starke Thaufall machte die Beobachtung sehr beschwerlich und unsicher. Etwa eine Viertel Stunde vor dem Anfange der Totalität erkannte ich deutlich das blaue Licht selbst mit freiem Auge; es war sehr zart und durchsichtig, so dass alle Flecke deutlich darin erkannt werden konnten; aber zu entscheiden, wann in dem diemaligen seltenen Falle, wo der Mondrand längere Zeit mit dem Schattenrande in Berührung blieb, das Moment der Totalität eingetreten sei, war ganz unmöglich. Dem unbewachten Auge endlich erschien der Mond nicht total verfinstert, allein nach den Erfahrungen, die ich bei der Beobachtung vieler anderer Finsternisse gemacht habe, brachte die sehr starke Pennombra des Erdschattens die Totalität factisch zu Stande. Die Befolge der Berechnung diesmal nicht hätte eintreten müssen. Der Anblick jener Stelle, so wie sie in ihrer langsamen Lichtverminderung im Fernrohr erschien, war für mich wenigstens genügend, anzunehmen, dass das gewöhnliche Licht des Vollmondes gänzlich von der Pennombra bedeckt worden sei. Die zahlreichen Ein- und Ausstritte, die ich beobachtet habe, sind theilweise 2 oder 3 Ausgenommen, stimmlich überein, und in einigen Fällen mag der Fehler 20 bis 30 Secunden betragen.

Eintritte.

10 3 53	<i>Grimaldi</i> I. Rand
10 4 53	<i>Richion</i> I. Rand
10 5 53	<i>Grimaldi</i> II. Rand
10 6 40	<i>Schickard</i> I. Rand
10 8 55.08	<i>Schickard</i> II. "
10 9 59	<i>Gassend</i> I. "

10 10 25	Galilaei	I. Rand
10 11 25	Gassend	II. "
10 12 25	Cannarius	I. "
10 13 25	Cannarius	II. "
10 14 25	Kepler	I. "
10 15 25	Kepler	II. "
10 16 25	Tycho	I. "
10 17 25	Tycho	Mitte
10 18 25	Tycho	II. "
10 19 25	Aristarch	I. "
10 20 25	Aristarch	II. "
10 21 25	Copernicus	I. "
10 22 25	Copernicus	Mitte
10 23 25	Copernicus	II. "
10 24 25	Euler	?
10 25 25	Pythaeas	I. "
10 26 25	Pythaeas	II. "
10 27 25	Timocharis	Mitte?
10 28 25	Timocharis	II. "
10 29 25	Sin. Iridum	I. "
10 30 25	Theophilus	I. "
10 31 25	Sin. Iridum	II. "
10 32 25	Menelaus	I. "
10 33 25	Menelaus	II. "
10 34 25	Censorinus	I. "
10 35 25	Goctenius	I. "
10 36 25	Plinius	Mide
10 37 25	Goctenius	II. "
10 38 25	Pico	I. "
10 39 25	Plato	I. "
10 40 25	Plato	II. "
10 41 25	Eudoxus	I. "
10 42 25	Eudoxus	II. "
10 43 25	Mar. Crispum	I. "
10 44 25	Proclus	Mitte
10 45 25	Proclus	I. "
10 46 25	Proclus	II. "
10 47 25	Proclus	Mitte
10 48 25	Proclus	I. "
10 49 25	Proclus	II. "
10 50 25	Proclus	Mitte
10 51 25	Proclus	I. "
10 52 25	Proclus	II. "
10 53 25	Proclus	Mitte
10 54 25	Proclus	I. "
10 55 25	Proclus	II. "
10 56 25	Proclus	Mitte
10 57 25	Proclus	I. "
10 58 25	Proclus	II. "
10 59 25	Proclus	Mitte
10 60 25	Proclus	I. "
10 61 25	Proclus	II. "
10 62 25	Proclus	Mitte
10 63 25	Proclus	I. "
10 64 25	Proclus	II. "
10 65 25	Proclus	Mitte
10 66 25	Proclus	I. "
10 67 25	Proclus	II. "
10 68 25	Proclus	Mitte
10 69 25	Proclus	I. "
10 70 25	Proclus	II. "
10 71 25	Proclus	Mitte
10 72 25	Proclus	I. "
10 73 25	Proclus	II. "
10 74 25	Proclus	Mitte
10 75 25	Proclus	I. "
10 76 25	Proclus	II. "
10 77 25	Proclus	Mitte
10 78 25	Proclus	I. "
10 79 25	Proclus	II. "
10 80 25	Proclus	Mitte
10 81 25	Proclus	I. "
10 82 25	Proclus	II. "
10 83 25	Proclus	Mitte
10 84 25	Proclus	I. "
10 85 25	Proclus	II. "
10 86 25	Proclus	Mitte
10 87 25	Proclus	I. "
10 88 25	Proclus	II. "
10 89 25	Proclus	Mitte
10 90 25	Proclus	I. "
10 91 25	Proclus	II. "
10 92 25	Proclus	Mitte
10 93 25	Proclus	I. "
10 94 25	Proclus	II. "
10 95 25	Proclus	Mitte
10 96 25	Proclus	I. "
10 97 25	Proclus	II. "
10 98 25	Proclus	Mitte
10 99 25	Proclus	I. "
10 100 25	Proclus	II. "
10 101 25	Proclus	Mitte
10 102 25	Proclus	I. "
10 103 25	Proclus	II. "
10 104 25	Proclus	Mitte
10 105 25	Proclus	I. "
10 106 25	Proclus	II. "
10 107 25	Proclus	Mitte
10 108 25	Proclus	I. "
10 109 25	Proclus	II. "
10 110 25	Proclus	Mitte
10 111 25	Proclus	I. "
10 112 25	Proclus	II. "
10 113 25	Proclus	Mitte
10 114 25	Proclus	I. "
10 115 25	Proclus	II. "
10 116 25	Proclus	Mitte
10 117 25	Proclus	I. "
10 118 25	Proclus	II. "
10 119 25	Proclus	Mitte
10 120 25	Proclus	I. "
10 121 25	Proclus	II. "
10 122 25	Proclus	Mitte
10 123 25	Proclus	I. "
10 124 25	Proclus	II. "
10 125 25	Proclus	Mitte
10 126 25	Proclus	I. "
10 127 25	Proclus	II. "
10 128 25	Proclus	Mitte
10 129 25	Proclus	I. "
10 130 25	Proclus	II. "
10 131 25	Proclus	Mitte
10 132 25	Proclus	I. "
10 133 25	Proclus	II. "
10 134 25	Proclus	Mitte
10 135 25	Proclus	I. "
10 136 25	Proclus	II. "
10 137 25	Proclus	Mitte
10 138 25	Proclus	I. "
10 139 25	Proclus	II. "
10 140 25	Proclus	Mitte
10 141 25	Proclus	I. "
10 142 25	Proclus	II. "
10 143 25	Proclus	Mitte
10 144 25	Proclus	I. "
10 145 25	Proclus	II. "
10 146 25	Proclus	Mitte
10 147 25	Proclus	I. "
10 148 25	Proclus	II. "
10 149 25	Proclus	Mitte
10 150 25	Proclus	I. "
10 151 25	Proclus	II. "
10 152 25	Proclus	Mitte
10 153 25	Proclus	I. "
10 154 25	Proclus	II. "
10 155 25	Proclus	Mitte
10 156 25	Proclus	I. "
10 157 25	Proclus	II. "
10 158 25	Proclus	Mitte
10 159 25	Proclus	I. "
10 160 25	Proclus	II. "
10 161 25	Proclus	Mitte
10 162 25	Proclus	I. "
10 163 25	Proclus	II. "
10 164 25	Proclus	Mitte
10 165 25	Proclus	I. "
10 166 25	Proclus	II. "
10 167 25	Proclus	Mitte
10 168 25	Proclus	I. "
10 169 25	Proclus	II. "
10 170 25	Proclus	Mitte
10 171 25	Proclus	I. "
10 172 25	Proclus	II. "
10 173 25	Proclus	Mitte
10 174 25	Proclus	I. "
10 175 25	Proclus	II. "
10 176 25	Proclus	Mitte
10 177 25	Proclus	I. "
10 178 25	Proclus	II. "
10 179 25	Proclus	Mitte
10 180 25	Proclus	I. "
10 181 25	Proclus	II. "
10 182 25	Proclus	Mitte
10 183 25	Proclus	I. "
10 184 25	Proclus	II. "
10 185 25	Proclus	Mitte
10 186 25	Proclus	I. "
10 187 25	Proclus	II. "
10 188 25	Proclus	Mitte
10 189 25	Proclus	I. "
10 190 25	Proclus	II. "
10 191 25	Proclus	Mitte
10 192 25	Proclus	I. "
10 193 25	Proclus	II. "
10 194 25	Proclus	Mitte
10 195 25	Proclus	I. "
10 196 25	Proclus	II. "
10 197 25	Proclus	Mitte
10 198 25	Proclus	I. "
10 199 25	Proclus	II. "
10 200 25	Proclus	Mitte
10 201 25	Proclus	I. "
10 202 25	Proclus	II. "
10 203 25	Proclus	Mitte
10 204 25	Proclus	I. "
10 205 25	Proclus	II. "
10 206 25	Proclus	Mitte
10 207 25	Proclus	I. "
10 208 25	Proclus	II. "
10 209 25	Proclus	Mitte
10 210 25	Proclus	I. "
10 211 25	Proclus	II. "
10 212 25	Proclus	Mitte
10 213 25	Proclus	I. "
10 214 25	Proclus	II. "
10 215 25	Proclus	Mitte
10 216 25	Proclus	I. "
10 217 25	Proclus	II. "
10 218 25	Proclus	Mitte
10 219 25	Proclus	I. "
10 220 25	Proclus	II. "
10 221 25	Proclus	Mitte
10 222 25	Proclus	I. "
10 223 25	Proclus	II. "
10 224 25	Proclus	Mitte
10 225 25	Proclus	I. "
10 226 25	Proclus	II. "
10 227 25	Proclus	Mitte
10 228 25	Proclus	I. "
10 229 25	Proclus	II. "
10 230 25	Proclus	Mitte
10 231 25	Proclus	I. "
10 232 25	Proclus	II. "
10 233 25	Proclus	Mitte
10 234 25	Proclus	I. "
10 235 25	Proclus	II. "
10 236 25	Proclus	Mitte
10 237 25	Proclus	I. "
10 238 25	Proclus	II. "
10 239 25	Proclus	Mitte
10 240 25	Proclus	I. "
10 241 25	Proclus	II. "
10 242 25	Proclus	Mitte
10 243 25	Proclus	I. "
10 244 25	Proclus	II. "
10 245 25	Proclus	Mitte
10 246 25	Proclus	I. "
10 247 25	Proclus	II. "
10 248 25	Proclus	Mitte
10 249 25	Proclus	I. "
10 250 25	Proclus	II. "
10 251 25	Proclus	Mitte
10 252 25	Proclus	I. "
10 253 25	Proclus	II. "
10 254 25	Proclus	Mitte
10 255 25	Proclus	I. "
10 256 25	Proclus	II. "
10 257 25	Proclus	Mitte
10 258 25	Proclus	I. "
10 259 25	Proclus	II. "
10 260 25	Proclus	Mitte
10 261 25	Proclus	I. "
10 262 25	Proclus	II. "
10 263 25	Proclus	Mitte
10 264 25	Proclus	I. "
10 265 25	Proclus	II. "
10 266 25	Proclus	Mitte
10 267 25	Proclus	I. "
10 268 25	Proclus	II. "
10 269 25	Proclus	Mitte
10 270 25	Proclus	I. "
10 271 25	Proclus	II. "
10 272 25	Proclus	Mitte
10 273 25	Proclus	I. "
10 274 25	Proclus	II. "
10 275 25	Proclus	Mitte
10 276 25	Proclus	I. "
10 277 25	Proclus	II. "
10 278 25	Proclus	Mitte
10 279 25	Proclus	I. "
10 280 25	Proclus	II. "
10 281 25	Proclus	Mitte
10 282 25	Proclus	I. "
10 283 25	Proclus	II. "
10 284 25	Proclus	Mitte
10 285 25	Proclus	I. "
10 286 25	Proclus	II. "
10 287 25	Proclus	Mitte
10 288 25	Proclus	I. "
10 289 25	Proclus	II. "
10 290 25	Proclus	Mitte
10 291 25	Proclus	I. "
10 292 25	Proclus	II. "
10 293 25	Proclus	Mitte
10 294 25	Proclus	I. "
10 295 25	Proclus	II. "
10 296 25	Proclus	Mitte
10 297 25	Proclus	I. "
10 298 25	Proclus	II. "
10 299 25	Proclus	Mitte
10 300 25	Proclus	I. "
10 301 25	Proclus	II. "
10 302 25	Proclus	Mitte
10 303 25	Proclus	I. "
10 304 25	Proclus	II. "
10 305 25	Proclus	Mitte
10 306 25	Proclus	I. "
10 307 25	Proclus	II. "
10 308 25	Proclus	Mitte
10 309 25	Proclus	I. "
10 310 25	Proclus	II. "
10 311 25	Proclus	Mitte
10 312 25	Proclus	I. "
10 313 25	Proclus	II. "
10 314 25	Proclus	Mitte
10 315 25	Proclus	I. "
10 316 25	Proclus	II. "
10 317 25	Proclus	Mitte
10 318 25	Proclus	I. "
10 319 25	Proclus	II. "
10 320 25	Proclus	Mitte
10 321 25	Proclus	I. "
10 322 25	Proclus	II. "
10 323 25	Proclus	Mitte
10 324 25	Proclus	I. "
10 325 25	Proclus	II. "
10 326 25	Proclus	Mitte
10 327 25	Proclus	I. "
10 328 25	Proclus	II. "
10 329 25	Proclus	Mitte
10 330 25	Proclus	I. "
10 331 25	Proclus	II. "
10 332 25	Proclus	Mitte
10 333 25	Proclus	I. "
10 334 25	Proclus	II. "
10 335 25	Proclus	Mitte
10 336 25	Proclus	I. "
10 337 25	Proclus	II. "
10 338 25	Proclus	Mitte
10 339 25	Proclus	I. "
10 340 25	Proclus	II. "
10 341 25	Proclus	Mitte
10 342 25	Proclus	I. "
10 343 25	Proclus	II. "
10 344 25	Proclus	Mitte
10 345 25	Proclus	I. "
10 346 25	Proclus	II. "
10 347 25	Proclus	Mitte
10 348 25	Proclus	I. "
10 349 25	Proclus	II. "
10 350 25	Proclus	Mitte
10 351 25	Proclus	I. "
10 352 25	Proclus	II. "
10 353 25	Proclus	Mitte
10 354 25	Proclus	I. "
10 355 25	Proclus	II. "
10 356 25	Proclus	Mitte
10 357 25	Proclus	I. "
10 358 25	Proclus	II. "
10 359 25	Proclus	Mitte
10 360 25	Proclus	I. "
10 361 25	Proclus	II. "
10 362 25	Proclus	Mitte
10 363 25	Proclus	I. "
10 364 25	Proclus	II. "
10 365 25	Proclus	Mitte
10 366 25	Proclus	I. "
10 367 25	Proclus	II. "
10 368 25	Proclus	Mitte
10 369 25	Proclus	I. "
10 370 25	Proclus	II. "
10 371 25	Proclus	Mitte
10 372 25	Proclus	I. "
10 373 25	Proclus	II. "
10 374 25	Proclus	Mitte
10 375 25	Proclus	I. "
10 376 25	Proclus	II. "
10 377 25	Proclus	Mitte
10 378 25	Proclus	I. "
10 379 25	Proclus	II. "
10 380 25	Proclus	Mitte
10 381 25	Proclus	I. "
10 382 25	Proclus	II. "
10 383 25	Proclus	Mitte
10 384 25	Proclus	I. "
10 385 25	Proclus	II. "
10 386 25	Proclus	Mitte
10 387 25	Proclus	I. "
10 388 25	Proclus	II. "
10 389 25	Proclus	Mitte
10 390 25	Proclus	I. "
10 391 25	Proclus	II. "
10 392 25	Proclus	Mitte
10 393 25	Proclus	I. "
10 394 25	Proclus	II. "
10 395 25	Proclus	Mitte
10 396 25	Proclus	I. "
10 397 25	Proclus	II. "
10 398 25	Proclus	Mitte
10 399 25	Proclus	I. "
10 400 25	Proclus	II. "
10 401 25	Proclus	Mitte
10 402 25	Proclus	I. "
10 403 25	Proclus	II. "
10 404 25	Proclus	Mitte
10 405 25	Proclus	I. "
10 406 25	Proclus	II. "
10		

Australie.

Mittlere Hamburger Zeit.

11 ^h 56 ^m 35 ^s	<i>Sim. Iridum</i> Nord
11 58 1	<i>Plato</i> I. West
11 59 0	<i>Sim. Irid.</i> Ost u. Westcap.
12 0 20	<i>Plato</i> II. Rand
12 2 45	<i>Pico</i>
12 4 10	<i>Aristarch</i> I. „
12 4 45	<i>Aristarch</i> II. „
12 6 25	<i>Aristoteles</i> II. „
12 6 25	<i>Eudymion</i> I. „
12 9 20	<i>Gallaei</i> II. „
12 9 35	<i>Eudymion</i> II. „
12 10 21	<i>Eudoxus</i> I. „
12 11 40	<i>Eudoxus</i> II. „
12 11 40	<i>Grimald</i> I. „
12 12 30	<i>Grimald</i> Mitte
12 13 51	<i>Grimald</i> II. „
12 15 0	<i>Pytheas</i>
12 15 0	<i>Archimedes</i> I. ?
12 15 15	<i>Kepler</i> Mitte
12 16 35	<i>Archimedes</i> II. „
12 20 20	<i>Styrce</i>
12 20 20	<i>Copernicus</i> I. „
12 20 30	<i>Copernicus</i> Mitte

12 24 35 ^s	<i>Copernicus</i> II. Rand
12 25 10	<i>Gassend</i> Mitte
12 26 15	<i>Gassend</i> II. „

Da der Himmel sich allzusehr trübte, so gab ich die Beobachtung auf. Herr Dr. Barfels erhielt folgende Angaben:

0 0 0	Eintritte
10 10 10 ^s	<i>Gassend</i> II. Rand
10 19 28	<i>Tycho</i>
10 20 43	<i>Tycho</i> II. „
10 21 41	<i>Aristarch</i> I. „
10 22 32	<i>Aristarch</i> II. „
10 39 25	<i>Sim. Iridum</i> I. „
10 45 22	<i>Sim. Iridum</i> II. „
10 56 40	<i>Plato</i> I. „
10 57 48	<i>Plato</i> II. „
11 12 57	<i>Heraules</i> I. „
11 14 55	<i>Heraules</i> II. „
11 20 36	<i>Eudymion</i> I. „
11 39 01	total?

Australie.

12 10 15 ^s	<i>Eudymion</i> II. Rand
12 13 51	<i>Grimald</i> II. „

Hamburg 1856, Oct. 18. J. F. Julius Schmidt.

Mondfinsterniss den 13. October 1856, beobachtet auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn Georg Neumayer.

<i>Grimald</i> Mitte	10 47 25
<i>Gallaei</i> I. R.	10 47 25
<i>Kepler</i> I. R.	10 47 25
<i>Tycho</i> I. R.	10 47 25
<i>Plato</i> I. R.	10 47 25
<i>Plato</i> II. R.	10 47 25
<i>Copernicus</i> I. R.	10 47 25
<i>Copernicus</i> Mitte	10 47 25
<i>Archimedes</i> I. R.	10 47 25
<i>Archimedes</i> II. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> I. R.	10 47 25
<i>Plato</i> I. R.	10 47 25
<i>Plato</i> II. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> I. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> II. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> III. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> IV. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> V. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> VI. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> VII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> VIII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> IX. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> X. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XI. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XIII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XIV. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XV. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XVI. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XVII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XVIII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XIX. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XX. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXI. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXIII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXIV. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXV. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXVI. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXVII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXVIII. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXIX. R.	10 47 25
<i>Manilius</i> XXX. R.	10 47 25

Mondfinsterniss den 13. October 1856, beobachtet auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn H. Niebour.

Eintritte.		
Anfang	9 ^h 59' 30"	
Riccioli	10 00 00	
Grimaldi	I. R. 10 03 100	
	II. R. 10 5 19	
Hansteen	10 7 0	
Schickard	10 8 0	
Reiner	10 9 10	
Gassendi	I. R. 10 10 10	
	II. R. 10 11 12	
	I. R. 10 11 30	
	II. R. 10 12 10	
	I. R. 10 12 64	
	II. R. 10 13 31	
Keppler	10 18 19	
Tycho	I. R. 10 19 25	
	Mitte 10 20 00	
	II. R. 10 20 56	
Meyer	I. R. 10 21 30	
	II. R. 10 21 54	
Aristarch	I. R. 10 22 9	
	II. R. 10 22 49	
Copernicus	I. R. 10 25 10	
	Mitte 10 26 0	
	II. R. 10 26 59	
Kuler	10 28 10	
Lambert	I. R. 10 30 30	
	II. R. 10 31 14	
	10 32 44	

11 0 40

Mare Crisium	I. R. 11 0 30
	Mitte 11 7 0
	II. R. 11 10 30
Mennela	I. R. 11 18 10
	II. R. 11 18 39
Endymion	I. R. 11 20 30
	II. R. 11 21 34
Ende	11 32 30
Austritte.	
Pico	12 3 29
Aristarch	I. R. 12 4 5
	II. R. 12 5 10
Endymion	I. R. 12 5 54
	Mitte 12 7 40
	II. R. 12 8 34
Marius	12 9 4
Reiner	12 10 10
Grimaldi	I. R. 12 11 34
	Mitte 12 12 40
	II. R. 12 13 41
Pythas	12 14 39
Cassendus	12 15 34
Marinus	I. R. 12 17 34
	II. R. 12 18 24
Copernicus	I. R. 12 19 34
	Mitte 12 20 24
	II. R. 12 21 54
Gassendi	I. R. 12 25 10
	II. R. 12 25 44

H. Niebour.

Bei Gelegenheit des am 17., 18., 19. October d. J. gefeierten Jubelfestes der vor 400 Jahren geschehenen Stiftung der Universität Greifswald hat die philosophische Facultät denselben die ausgezeichneten Verdienste, welche die Herren Carl Ränker, Director der Hamburger Sternwarte, Lieutenant Maury, Director des National-Observatoriums zu Washington, Lieutenant Gilliss zu Washington und Baron von Wrede zu Stockholm sich um die Wissenschaft erworben, dadurch geehrt und öffentlich anerkannt; dass sie denselben die Würde eines *Doctors der Philosophie und Magisters der freien Künste honoris causa* ertheilte. Zur öffentlichen Promotions-Feierlichkeit hatte der zeitige Decan der philosophischen Facultät, Herr Professor Dr. Grunert, durch ein Programm: „*De area trianguli loxodromici in superficie ellipsoidei*“ eingeladen, in welchem derselbe verschiedene neue merkwürdige Sätze über den Flächeninhalt solcher Dreiecke, die auf der Oberfläche eines Ellipsoids oder einer Kugel von loxodromischen Linien eingeschlossen werden, entwickelt hat.

P.

Anzeige.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, dass ohne ausdrückliche Bestellung und Vorauszahlung keine Nummer einer neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also ersucht, um Unterbrechungen zu vermeiden, baldmöglichst ihre Bestellungen einzulenden.

Man präsumirt hier an Ort und Stelle mit 4 Thlr. 26 Sch. R.-M. und in Hamburg mit 8 $\frac{1}{2}$ Mark Courant, und von diesem Preise wird auch der Buchhandlung und Postämtern kein Rabatt gegeben, die also, wenn nicht Abnehmer höhere Preise berechnen müssen. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Neupreise.

Für die mit der Post versandten Exemplare findet, wegen des zu erlegenden Porto's, eine kleine Erhöhung Statt, so dass der Preis für den Band sich stellt für England auf 15 sh., für Frankreich auf 17 $\frac{1}{2}$ Fr., für Nordamerika auf 4 $\frac{1}{2}$ Dollar, für Italien und Holland auf 1 $\frac{1}{2}$ Holl. Ducaten. — Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorrätig sind, 4 ggr. abgelassen.

Ueber veränderliche Sterne, von Herrn J. F. Julius Schmidt, Astronomen der Sternwarte zu Olmütz.

In Rücksicht auf die Schwierigkeiten, welche sich der Veröffentlichung eines ansehnlichen Materials von mehr als achtzigtausend, seit dem Jahre 1842 zusammengebrachter Beobachtungen über die Helligkeit der Sterne entgegenstellen, habe ich mich entschlossen, wenigstens einige Resultate über veränderliche Sterne mitzutheilen, die aber nur die Zeiten des kleinsten und grössten Lichtes betreffen werden. Es ist ohnehin stets nur meine Absicht gewesen, ausschliesslich Minima und Maxima der Helligkeit, so wie etwaige Anomalien der Lichtveränderung zu bestimmen, indem ich den mehr photometrischen Theil der Arbeit, so weit von ihm bis jetzt die Rede sein konnte, Andern überliess. Ich gebe die erwähnten Resultate lieber jetzt als später, da ich die Nothwendigkeit für nicht gering acht, alle zurechnungsfähigen derartigen Beobachtungen, die in den letzten 20 Jahren über die veränderlichen Sterne erhalten wurden, gleichmässig, gleichzeitig und erschöpfend zu benutzen, damit nicht, wenn gewisse Endresultate aus einer Beobachtungsreihe ermittelt wurden, man sich später genöthigt sieht, daran, oft sehr erheblich zu ändern, oder bei Betrachtung von Abweichungen in den einzelnen Angaben, die in der Natur der Sache liegend, gelegentlich überraschen und Misstrauen erregen können, auf Ideen zu kommen, die früher erkannt und verarbeitet, einen grossen Aufwand von Zeit und Mühe würden zurückgehalten haben. Ich stelle demnach neben die von Argelander und Heis bekannt gemachten Zahlen der Minima und Maxima gewisser Sterne, ähnliche aus meinen eigenen seit dem Jahre 1842 erhaltenen Beobachtungen, um die Zusammenstellung der Resultate Jener zu vervollständigen.

Dabei werde ich für jeden der näher zu unterscheidenden veränderlichen Sterne genaue Curven zeichnen, und aus ihnen die Zeiten der Minima oder der Maxima des Lichtes ableiten, und ihnen Bemerkungen beifügen, die über den Grad der Sicherheit einige Auskunft werden gewähren können. Ich werde ausserdem noch derartige Mittheilungen über Sterne geben, die man nicht zu den Veränderlichen rechnet, die ich aber dafür halte, indem die Anomalien ihrer Perioden nur grösser und complicirter sind, als bei den bekanntesten von Argelander mit grösster Sachkenntniss und Kritik scharf untersuchten Sterne, wie Algol, β Lyrae und γ Ceti. Bei dem Entwurfe der Curven nehme ich nicht die geringste

Kenntniss von früheren Arbeiten; weder von Ephemeriden noch von der Länge der Perioden, um ohne vorgefasste Meinung mich ganz an die Zahlen halten zu können, welche sich unmittelbar aus meinen eigenen Beobachtungen ergaben. Ich werde von jetzt an, und schon in diesem Winter zu Olmütz, die Sterne α Ceti, γ Aquilae, α Herculis, β Pegasi, ζ Gemmae und α A. näher untersuchen, und mit Algol beginnen, mit denjenigen Veränderlichen, der uns zufolge der Arbeiten Argelander's die Wichtigkeit als der wichtigste und merkwürdigste gelten darf.

1. Algol.

Nicht früher als im Jahre 1843 begann ich, damals nach einander in Holstein, Hamburg und Bilk, Algol genauer zu beobachten, und zwar hauptsächlich in Rücksicht auf die Gestalt der Lichtcurve, weniger in Betreff der Zeit des kleinsten Lichtes, da ich mitunter nicht in der Lage war, die Uhrstände mit hinlänglicher Genauigkeit zu ermitteln. Aber auch jene Zeiten des Minimums ohne genaue Uhr correction werde ich mittheilen, da sie, wie ich in einer früheren Arbeit angedeutet habe, ohnehin bekannt sein müssen, wenn man die feineren Anomalien der Lichtcurve aus einer grossen Anzahl von Vergleichungen zu bestimmen wünscht. Die beigefügten Bemerkungen werden den Rechner daran erinnern, dass solche Angaben nicht zu Untersuchungen über die Länge der Periode beigezogen werden dürfen, sondern andern Zwecken, wie den oben erwähnten dienen sollen, wenn ich einst meine Originalbeobachtungen über Algol werde bekannt gemacht haben. Dieser Veränderliche von kürzester Periode wurde zumeist mit dem stark gelbrothen und wahrscheinlich auch veränderlichen Nachbarsterne ρ Persel, dann mit δ und α Persel, so wie mit β Trianguli verglichen. Der zuletzt genannte Vergleichsterne erscheint in dem nachfolgenden Verzeichnisse über die Minima, des Raumes wegen stets nur als β ohne nähere Bezeichnung. Für alle Vergleichungen zwischen Algol und ρ , Algol und δ , Algol und α , Algol und β wurden gesondert die Curven construirt, und die daraus hervorgehenden Resultate nebst der Anzahl der vorhandenen Beobachtungen nebeneinander gestellt, damit Jeder selbst den Grad der Uebereinstimmung beurtheilen und die Gewichte nach seinem eigenen Eressen ansetzen könne. In der Anordnung nun, wie ich die folgenden Zahlen gebe, hebedeutet

z. B. 1848 Jan. 7 9^h 12" aus 16 ρ so viel, dass an diesem Tage das Minimum von Algol um 9^h 12" mittlere Zeit, aus 16 Vergleichen mit ρ aus der Curve bestimmt wurde; dagegen um 8^h 38" aus 16 Vergleichen mit δ , und um 8^h 55" aus 16 Vergleichen mit β Trianguli. Der Ort der Beobachtung war die Sternwarte zu Bonn. Hinter den 3 Angaben des 7. Jan. 1848 steht noch: $M = 9^h 12^m$, d. h. das einfache arithmetische Mittel aus jenen 3 Angaben setzt das Minimum von Algol auf 9^h 12^m Abends, nach mittl. Bonner Zt. Dieses Mittel soll nur dazu dienen, eine vorläufige Vergleichung mit den Argolander'schen Tafeln zu erleichtern.

Je nachdem ich die Uhr correction den einzelnen Beobachtungszeiten oder dem Resultate beifügt habe, erscheinen die Decimalen der Minuten an verschiedenen Orten, haben übrigens weiter keinen praktischen Werth; findet sich in der Anmerkung keine Notiz über die Uhr correction, so sind die Zeiten schon berichtigt. Das Uebrige ergibt sich aus den Zusätzen. Von den 1643 Vergleichen Algola mit den 4 Nachbarsternen (bis Dec. 1855) sind fast alle, mit Ausnahme von etwa 200 sporadischen Beobachtungen zur Construction der Curven verwandt worden.

Minima von Algol.

1845 Nov. 21	8 ^h 15 ^m aus 13 ρ 8 30 „ 10 ρ	M. = 8 ^h 22 ^m 5. beob. zu Eutin bei guter Luft. Die Zeit ist nicht berichtigt.
Dec. 14	7 55 „ 7 ρ 8 0 „ 7 ρ	M. = 7 57.5 beob. zu Eutin bei heiterm Himmel, aber ohne genaue Zeitbestimmung
1846 Jan. 3	8 30 „ 35 ρ 8 40 „ 39 ρ 8 25 „ 39 ρ	M. = 8 31.7. Nach unberichtigter Zeit bei sehr heiterm Himmel zu Eutin beob.
Aug. 3	12 35 „ 7 ρ 12 37 „ 7 ρ 12 42 „ 7 ρ	M. = 12 30.0. Beobachtet zu Bonn. Unterbrechung durch Wolken.
Aug. 26	11 35 „ 11 ρ 11 25 „ 11 ρ 11 35 „ 7 ρ	M. = 11 31.7. Bonn. Gute Beobachtung unter günstigen Umständen.
1847 Oct. 13	9 12 „ 11 ρ 9 10 „ 11 ρ 9 10 „ 11 ρ 9 0 „ 11 ρ	M. = 9 0.0. Bonn. Sehr heitere Luft.
Nov. 2	10 24 „ 11 ρ 10 17 „ 11 ρ 10 20 „ 12 ρ 10 23 „ 12 ρ	M. = 10 21.0. Bonn. Sehr heiterer Himmel; erst um 11 ^h 5 trübe.
Nov. 5	6 57 „ 16 ρ 6 47 „ 21 ρ 6 48 „ 21 ρ 6 57 „ 21 ρ	M. = 6 51.0. Bonn. Vollkommen heiterer Himmel.
Dec. 12	14 8 „ 13 ρ 14 0 „ 13 ρ 14 5 „ 13 ρ	M. = 14 4.3. Bonn. Vorzüglich heitere Nacht.
Dec. 18	7 27 „ 12 ρ 7 22 „ 12 ρ 7 25 „ 12 ρ	M. = 7 24.7. Bonn. Sehr klare Luft.
1848 Jan. 7	9 12 „ 16 ρ 8 58 „ 16 ρ 8 55 „ 16 ρ	M. = 9 1.7. Bonn. Sehr klare Luft.
Jan. 10	5 47 „ 11 ρ 5 40 „ 11 ρ 5 40 „ 11 ρ	M. = 5 42.3. Bonn. Vollkommen heiterer Himmel.
Jan. 27	10 38 „ 11 ρ 10 30 „ 12 ρ 10 22 „ 10 ρ	M. = 10 30.0. Bonn. Sehr klare Luft. Zeitbestimmung vielleicht um $\pm 4^m$ irrig.

1848 Sept. 21	10 ^h 5 ^m ans 14 ^p	M. = 10 ^h 5 ^m 0. Bonn. Stets feiner Nebel am sonst heiteren Himmel.
	10 2 " 14 ^d	
	10 8 " 14 ^β	
1849 Aug. 11	10 42 " 14 ^p	
	10 35 " 15 ^d	M. = 10 37.3. Bonn. Vollkommen heiterer Himmel.
	10 30 " 15 ^β	
Sept. 26	7 21 " 16 ^p	
	7 16 " 18 ^d	M. = 7 21.7. Bonn. Sehr heiterer Himmel.
	7 28 " 17 ^β	
Oct. 19	5 40 " 9 ^p	M. = 5 44.3. Bonn. Die Beob. musste sehr früh in der Abenddämmerung ange-
	5 48 " 9 ^d	fungen werden; auch wegen der etwas zweifelhaften, übrigens nur ge-
	5 45 " 8 ^β	wogen Uebereinstimmung, ist die angegebene Zeit des Minimums nicht
		ganzlich zuverlässig.
Nov. 5	10 52.5 " 12 ^p	
	10 42.5 " 12 ^d	M. = 10 49.2. Bonn. Zustand der Luft etwas zweifelhaft
	10 52.5 " 12 ^β	
Nov. 28	9 34.5 " 11 ^p	
	9 21.3 " 11 ^d	M. = 9 27.3. Bonn. Sehr gute Beobachtung
	9 26.3 " 11 ^β	
1850 Jan. 13	6 17 " 10 ^p	
	6 25 " 10 ^d	M. = 6 24.0. Bonn. Völlig heiterer Himmel.
	6 30 " 10 ^β	
Jan. 30	11 32.7 " 12 ^p	
	11 17.7 " 12 ^d	M. = 11 24.4. Bonn. Sehr heiterer Himmel.
	11 22.7 " 10 ^β	
Febr. 25	6 37.5 " 8 ^p	M. = 6 46.8. Bonn. Vollkommen heiterer Himmel. Wegen des Einflusses der
	6 30.5 " 9 ^d	Abenddämmerung auf den Anfang der Beobachtung ist das Resultat
	6 42.5 " 9 ^β	vielleicht unsicher.
Dec. 3	6 23 " 13 ^p	
	6 16 " 13 ^d	M. = 6 18.3. Bonn. Sehr gute Beobachtung.
	6 16 " 13 ^β	
1851 Jan. 15	6 45 " 6 ^p	
	6 32 " 6 ^d	M. = 6 39.0. Bonn. Nur kurze Zeit klare Luft; Zeitbestimmung vielleicht ± 2"
	6 40 " 6 ^β	unsicher.
Febr. 24	10 24.7 " 8 ^p	
	10 15.7 " 9 ^d	M. = 10 23.4. Bonn. Vollkommen heitere Luft; doch stand Perseus schon tief.
	10 29.7 " 9 ^β	
Sept. 7	9 41.3 " 8 ^p	
	9 39.3 " 8 ^d	M. = 9 38.3. Bonn. Zustand der Luft zweifelhaft.
	9 34.3 " 8 ^β	
1852 März 20	8 1 " 11 ^p	
	8 38 " 12 ^d	M. = 8 30.0. Bonn. Vollkommen heiterer Himmel; gegen das Ende der Beobach-
	8 51 " 12 ^β	tung stand Perseus schon sehr tief.
Sept. 8	10 20 " 14 ^p	
	10 5 " 14 ^d	M. = 10 0.0. Beobachtet zu Wyck auf der Norseeinsel Föhr, bei sehr heiterem
	10 0 " 14 ^β	Himmel, aber ohne Zeitbestimmung.
Dec. 3	10 36 " 12 ^p	
	10 20 " 12 ^d	M. = 10 27.0. Bonn. Vorzüglich klare Luft.
	10 25 " 12 ^β	
Dec. 23	12 27 " 9 ^p	
	12 22 " 9 ^d	M. = 12 24.5. Bonn. Sehr heitere Luft.
1853 Oct. 23	10 45 " 20 ^p	
	10 40 " 20 ^d	M. = 10 45.3. Olmütz. Vollkommen heiterer Himmel.
	10 51 " 20 ^β	
Oct. 26	7 38 " 18 ^p	
	7 35 " 18 ^d	M. = 7 34.3. Olmütz. Vollkommen heiterer Himmel.
	7 30 " 18 ^β	

1853 Nov. 12	12 ^h 35 ^m aus 17 ^p	M. = 12 ^h 38 ^m 7.	Olmütz. Vollkommen heiterer Luft.
	12 41 „ 19 ^p		
	12 40 „ 16 ^p		
Nov. 15	9 34 „ 16 ^p		
	9 35 „ 17 ^p	M. = 9 34 ^m 0.	Olmütz. Sehr heiterer Himmel.
	9 33 „ 17 ^p		
Dec. 5	11 5 „ 8 ^p		
	10 50 „ 9 ^p		
	10 50 „ 7 ^p	M. = 10 54 ^m 2.	Olmütz. Vorzüglich schöne Nacht.
	10 52 „ 9 ^p		
Dec. 11	5 16 „ 18 ^p	M. = 5 47 ^m 7.	Olmütz. Sehr klare Luft. Die Beobachtung musste aber in noch sehr heller Dämmerung beginnen.
	5 2 „ 18 ^p		
	5 7 „ 16 ^p		
1854 Jan. 13	5 35 „ 5 ^p	M. = 5 35 ^m 0.	Olmütz. Unsicher wegen der Dämmerung.
1855 Jan. 22	8 35 „ 20 ^p		
	8 30 „ 20 ^p	M. = 8 35 ^m 0.	Olmütz. Sehr heiter; doch kamen gleich nach dem Minimum Nebel.
	8 40 „ 20 ^p		
Oct. 7	10 5 ^m 2 „ 19 ^p		
	9 50 ^m 2 „ 20 ^p	M. = 9 58 ^m 5.	Olmütz. Vollkommen heiterer Himmel.
	10 0 ^m 2 „ 20 ^p		
Oct. 30	10 7 „ 6 ^p		
	10 10 „ 6 ^p	M. = 10 7 ^m 7.	Olmütz. Wegen zu kurzer Zeit der Beob. vielleicht unsicher.
	10 6 „ 6 ^p		
Nov. 19	10 8 „ 22 ^p		
	10 3 ^m 3 „ 24 ^p	M. = 10 3 ^m 7.	Olmütz. Vollkommen heiterer Himmel. Nur kurz vor dem Minimum eine 40 ^m lange Unterbrechung durch Nebel.
	10 0 ^m 3 „ 24 ^p		
Dec. 15	7 3 „ 4 ^p		
	7 10 „ 4 ^p	M. = 7 6 ^m 3.	Olmütz. Sehr heiterer Himmel. Der Anfang der Beob. lag dem Min. sehr nahe, deshalb das Resultat vielleicht zweifelhaft.
	7 6 „ 4 ^p		

Eutin 1856, October 9.

J. F. Julius Schmidt.

Beobachtungen an der Wiener Sternwarte, mitgeteilt von Herrn Professor von Littrow.

Ulliope

	Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Decl.	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1856 Aug. 30	10 ^h 37 ^m 24 ^s	22 ^h 31 ^m 34 ^s 23	18,237	31 [°] 44' 20 ^{''} 0	9,984	1	Hornstein
Oct. 18	8 28 41,9	22 6 4,36	7,447	-30 15 45,7	9,991	1	
19	7 59 58,7	22 6 8,19	7,447	-30 9 20,9	9,991	0	
20	8 26 39,6	22 6 12,95	7,609	-30 3 33,3	9,991	0	
21	7 37 21,2	22 6 19,31	7,386	-29 55 58,8	9,990	0	
22	8 11 31,0	22 6 27,17	7,373	-29 48 47,0	9,991	0	
Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1856,0:							
Aug. 30	22 ^h 32 ^m 19 ^s 92	-31 [°] 23' 59"	Br. Ark. Cat. 7895				
Oct. 18 bis 22	22 3 35,16	-30 14 4,2	Kreismerk. Beob.				
18 bis 21	22 4 52,63	-30 14 47,8					

Die Positionen der beiden letzten Sterne sind aus Vergleichungen mit drei Sternen aus Argelander's südlichen Zonen abgeleitet. Uebrigens werden diese auch noch am Meridiankreise beobachtet werden.

	Mittl. Zt. Wien	Sch. AR	L. F. P.	Sch. Dec. ann	L. F. P.	Zahl d. Vgl.	Beobachter
1856 Oct. 20	9 ^h 16 ^m 20 ^s 3	1 ^h 38 ^m 27 ^s 38	8,418 ^m	— 1 ^h 59 ^m 29 ^s 9	9,883	6	Hornstein
21	8 46 3 6	1 37 29 63	8,477 ^m	2 2 1 6	9,882	4	—
22	9 32 15 7	1 36 28 55	8,341 ^m	2 4 21 6	9,885	6	—
26	8 11 33 0	1 32 36 69	8,497 ^m	2 12 3 9	9,883	6	—
27	7 41 44 4	1 31 39 73	8,539 ^m	2 13 37 9	9,882	6	—

Mittlere Oerter der Vergleichsterne für 1856,0:

Oct. 20, 21 u. 22	1 ^h 40 ^m 55 ^s 51	— 1 ^h 40 ^m 31 ^s 8	B. Z. 46
20 und 21	1 41 18 55	— 2 15 31 1	B. Z. 46
22	1 33 6 87	— 2 19 59 5	B. Z. 46, 136; Santini I. 35
26 und 27	1 35 43 50	— 1 43 58 9	B. Z. 46, 136; Santini I. 36

Bei den beiden letzten Sternen ist dem Cataloge von Santini das doppelte Gewicht gegeben; die dort gegebenen Positionen beruhen für jeden derselben auf 3 Beobachtungen. — Der Stern $\alpha = 1^{\text{h}} 40^{\text{m}} 35^{\text{s}}$, $\delta = -1^{\circ} 40'$ von Bessel's Zonen wird noch am Meridankreise bestimmt.

Wien 1856, October 30.

Bahnverbesserung der Euterpe, von Herrn Observer Günther.

Von der diesjährigen Erscheinung der Euterpe sind mir durch Herrn Dr. Förster 2 Berliner Beobachtungen von 1856 Aug. 1 und Aug. 30^{te} gütigst mitgetheilt worden, welche eine Abweichung von meiner in Nr. 1032 der Astronomischen Nachrichten gegebenen Oppositions-Ephemeride von etwa $\frac{3}{4}$ Bogenminuten in AR und 1 Minute in Declination gezeigt haben. Die Elemente des Herrn Dr. Hartwig, nach denen obige Ephemeride gerechnet worden war, mussten daher einer Verbesserung unterworfen werden.

Die von gedachten Astronomen mir mittelbar mitgetheilten

Normalörter waren folgende:

Mittl. Zt. Greenw.	d	$d\alpha$	$d\delta$
1853 Nov. 11,0	49 ^h 13 ^m 3 ^s 7	+15 ^h 56 ^m 23 ^s 4	+0 ^h 2 ^m 0
Nov. 23,0	46 13 17 0	15 20 46 7	+0 1
Dec. 3,0	44 7 33 3	14 59 2 4	+0 9
1854 Jan. 22,0	46 23 41 0	16 49 17 6	+0 3
März 2,0	60 45 42 2	+20 43 29 5	+0 5
1855 April 17,0	226 41 31 9	— 15 24 29 5	+0 5

Ich habe diese Normalörter mit Weglassung des 2^{ten} der Gleichförmigkeit wegen von Greenwichee auf den Berliner Meridian übertragen, und einen neuen für 1856 Aug. 15,0 mittl. Zt. Berlin hinzugefügt und, daher Folgendes erhalten:

Mittl. Zt. Berlin	d	$d\alpha$	$d\delta$
1853 Nov. 11,0	49 ^h 13 ^m 35 ^s 0	+15 ^h 56 ^m 29 ^s 5	+0 ^h 2 ^m 0
Dec. 3,0	44 7 51 6	14 59 6 0	+0 6
1854 Jan. 22,0	46 23 8 1	16 49 6 0	+0 3
März 2,0	60 44 40 3	+20 43 16 5	+0 3
1855 April 17,0	226 42 1 2	— 15 24 37 5	+0 2
1856 Aug. 15,0	226 42 1 2	— 15 24 37 5	+0 2

Die Abweichungen, welche bei den Unterschieden zwischen Rechnung und Beobachtung des Herrn Dr. Hartwig und den meinigen Statt fanden, werden aus dem Umstande zu erklären sein, dass Herr Dr. Hartwig die Saturns-Störungen berücksichtigt hat, während ich mich bisher und vorläufig bei meinen Beobachtungen auf die Störungen des Jupiter beschränkt habe.

Die Differential-Coefficienten für obige 6 Normalörter habe ich durchweg erst neu berechnen müssen, und mittelst derselben folgende 12 Bedingungen-Gleichungen aufgestellt:

0	=	10,7	+ 2,67827 dM	- 11,05208 $d(100\mu)$	- 2,58211 $d\phi$	+ 1,97349 $d\tau$	+ 0,01080 $d\Omega$	+ 0,39724 di
0	=	10,6	+ 2,50254 dM	- 10,38123 $d(100\mu)$	- 2,36983 $d\phi$	+ 1,82277 $d\tau$	+ 0,01283 $d\Omega$	+ 0,34605 di
0	=	11,9	+ 1,68866 dM	- 6,72187 $d(100\mu)$	- 1,24161 $d\phi$	+ 1,19351 $d\tau$	+ 0,01075 $d\Omega$	+ 0,11554 di
0	=	7,0	+ 1,38701 dM	- 3,00052 $d(100\mu)$	- 0,47105 $d\phi$	+ 0,95513 $d\tau$	+ 0,00513 $d\Omega$	+ 0,00242 di
0	=	17,0	+ 1,24680 dM	+ 1,66117 $d(100\mu)$	+ 2,05819 $d\phi$	+ 1,36298 $d\tau$	+ 0,00738 $d\Omega$	+ 0,38759 di
0	=	+ 213,3	+ 1,38592 dM	+ 8,16829 $d(100\mu)$	- 2,52426 $d\phi$	+ 1,65788 $d\tau$	+ 0,01040 $d\Omega$	+ 0,37322 di
0	=	4,3	+ 0,74669 dM	- 3,13598 $d(100\mu)$	- 0,76063 $d\phi$	+ 0,35388 $d\tau$	+ 0,03835 $d\Omega$	- 1,31023 di
0	=	5,6	+ 0,76286 dM	- 3,19389 $d(100\mu)$	- 0,74518 $d\phi$	+ 0,36024 $d\tau$	+ 0,04122 $d\Omega$	- 1,04842 di
0	=	3,9	+ 0,50584 dM	- 1,99221 $d(100\mu)$	- 0,35385 $d\phi$	+ 0,35712 $d\tau$	+ 0,03511 $d\Omega$	- 0,36026 di
0	=	3,3	+ 0,30045 dM	- 1,05880 $d(100\mu)$	- 0,08120 $d\phi$	+ 0,20714 $d\tau$	+ 0,02896 $d\Omega$	- 0,01016 di
0	=	+ 0,2	+ 0,37320 dM	+ 0,45921 $d(100\mu)$	- 0,62705 $d\phi$	+ 0,46389 $d\tau$	+ 0,02540 $d\Omega$	+ 1,22376 di
0	=	61,1	+ 0,40603 dM	+ 2,35989 $d(100\mu)$	- 0,73202 $d\phi$	+ 0,48943 $d\tau$	+ 0,02999 $d\Omega$	+ 1,15487 di

durch deren Auflösung ich folgende Werthe für die Unbekannten fand:

$$dM = -1^{\circ}40', d\mu = -0^{\circ}17'22'', d\phi = +24', d\tau = +1^{\circ}16', d\Omega = -20', di = -0^{\circ}5'$$

wobei die Summe der Quadrate der übrig bleibenden Fehler noch 22^e betrug.

Hierin nächst substituierte ich die gefundenen Grössen in die 12 Gleichungen und fand

dx	dy
+ 0 ^m 5	+ 0 ^m 3
+ 0 ^m 9	- 0 ^m 6
- 3 ^m 6	- 0 ^m 4
+ 2 ^m 4	- 0 ^m 6
- 0 ^m 4	- 0 ^m 6
- 0 ^m 2	- 0 ^m 4

als übrig bleibende Fehler. Die directe Herleitung der 6 zu Grunde gelegten Normalörter mit dem einem jeden derselben zugehörigen Elementensysteme ergab folgende Abweichungen:

dx	dy
- 1 ^m 2	+ 0 ^m 1
- 0 ^m 2	- 0 ^m 3
- 4 ^m 5	- 0 ^m 3
+ 1 ^m 5	- 0 ^m 7
+ 2 ^m 1	- 1 ^m 7
- 4 ^m 9	- 0 ^m 9

Mit den neu gefundenen Elementen werde ich die Ephemeride für die nächste, den 10^{ten} Februar 1858 stattfindende, Opposition rechnen, bei der demnach eine bedeutende Abweichung vom Himmel nicht zu fürchten sein wird.

Ich setze die verbesserten Elemente der Euterpe noch her

1855 Januar 0,0 mittl. Zt. Berlin

M 87° 7' 1^m9

τ 87 45 52,7

Ω 93 42 49,6 m. Aeq. d. Epoche

ϕ 10 1 1,0

i 1 35 31,9

μ 987^m33099

welche für die Opposition von 1858 Februar 10,0 nach Anbringung der Jupiters-Störungen und der übrigen Correctionen in Folgende übergeben:

1858 Februar 10,0 mittl. Zt. Berlin

M 39° 11' 52^m4

τ 87 29 25,3

Ω 93 43 53,1 m. Aeq. 1858 Febr. 10

ϕ 9 57 36,0

i 1 35 31,5

μ 987^m16339

Breslau 1856, November 7.

W. Günther.

Ephemeride für Euphrosyne nebst Beobachtung der Mondfinsterniss 1856 Oct. 13, von Herrn Dr. A. Winnecke.

Aus Nr 1054 der Astronomischen Nachrichten eruche ich, dass Herr Professor Mäclán den Planeten Euphrosyne in den auf der südlichen Hemisphäre stattfindenden Oppositionen zu beobachten gedenkt. Daher erlaube ich mir, die für das Berliner Jahrbuch von 1859 berechnete Ephemeride für die nächste Opposition dieses Planeten hier mitzutheilen, da sie auf diesem

Wegen Chile wohl rascher und frühzeitig genug erreichen dürfte. Dieselbe gründet sich unter Fortführung der Jupiter- und Saturnstörungen auf meine Elemente III, deren Abweichung vom Himmel in der zweiten Erscheinung folgende Angaben übersehen lassen:

R—B			
1855 Sept. 15	$\Delta \alpha \cos \delta = -0^{\circ}30$	$\Delta \delta = -3''$	8 Beobachtungen, Leiden und Berlin
Dec. 30	-0,47	+1,1	6 " " Berlin
1856 April 3	-0,71	+3,3	5 " " Greenwich, Meridian.

Da sich Definitives noch nicht geben lässt, so habe ich die Elemente nicht verbessert; zum Behuf der Beobachtungen werden sie den Ort des Planeten hinreichend genau angeben.

Ephemeride für Euphrosyne.

12 ^h Berlin	α app. (2)	δ app. (2)	log Δ
1857 April 18	14 ^h 48 ^m 5 ^s 10	-23 [°] 26' 0" 3	0,400974
19	47 8,04	28 0,3	0,400483
20	46 10,41	29 54,7	0,400042
21	45 12,26	31 43,3	0,399632
22	44 13,63	33 26,3	0,399814
23	43 14,58	35 3,7	0,399027
24	42 15,18	36 35,6	0,398790
25	41 15,46	38 2,0	0,398606
26	40 15,47	39 22,9	0,398475
27	39 15,27	40 38,4	0,398396
28	38 14,90	41 48,6	0,398369
29	37 14,43	42 53,5	0,398396
30	36 13,91	43 53,2	0,398478
Mai 1	35 13,38	44 47,9	0,398608
2	34 12,90	45 37,6	0,398795
3	33 12,52	46 22,5	0,399036
4	32 12,28	47 3,0	0,399326
5	31 12,24	47 39,0	0,399668
6	30 12,44	48 10,5	0,400063
7	29 12,92	48 37,6	0,400509
8	28 13,74	49 0,5	0,401006
9	27 14,95	49 19,5	0,401555
10	26 16,58	49 34,8	0,402155
11	25 18,68	49 46,4	0,402805
12	24 21,29	49 54,4	0,403504
13	23 24,45	49 58,9	0,404352
14	22 28,21	50 0,4	0,405047
15	21 32,61	49 58,9	0,405890
16	20 37,69	49 54,8	0,406783
17	19 43,50	49 48,1	0,407724
18	18 50,07	49 38,8	0,408707
19	17 57,44	49 27,2	0,409732
20	16 ^h 17 ^m 5 ^s 65	-23 [°] 49' 13" 7	0,410809

♂ ☉ Mai 3 13^h 4^m 23^s m. Zt. Berl. Lichtstärke = 0,60,
Grösse 11^m 8.

Zur Mondfinsterniss am 13^{ten} October trat hier ausgezeichnet heiteres Wetter ein, so dass dieselbe bis etwas nach der Mitte, wo es sich plötzlich bewölkte, sehr schön wahrgenommen war. Ich erhielt nur folgende wenige Phasen, die wegen des sehr wenig scharf begränzten Schattens auf 20''—30'' ansicher sind:

Anfang der Finsterniss	9 ^h 58 ^m 1 ^s mittl. Zeit zu Hoya
Eintritt	<i>Tycho</i> I. R. 10 15,1 Mitte 10 16,3 <i>Tycho</i> II. R. 10 16,8 Mitte der Finsterniss 11 33 [±]

Um 11^h 35^m schätzte ich die grösste Breite des vom Kernschatten der Erde nicht getroffenen Mondkandes in der Richtung der Normale auf denselben gleich 0,7 eines im Fernrohre ausgespannten Fadens, dessen Durchmesser später zu 31^m ermittelt wurde. Darnach hätte die Grösse der Finsterniss nur 11^m 89 betragen. Diese Beobachtung wurde mit 30facher Vergrösserung eines Münchener Cometensuchers von 54^m Oeffnung angestellt. Schliesslich füge ich hinzu, dass die Längendifferenz von Hoya und Berlin nach der grossen, auf Gauss' Dreiecken beruhenden Pape'schen Karte vom Königreich Hannover + 17^m 3^m beträgt und das eifällige Sonnenbeobachtungen mittelst eines 5zölligen Troughton'schen Spiegelsextanten im August und September 1855 genommen mir die Polhöhe zu 52[°] 48' 52" 7 ergeben haben. Das Resultat würde ich für recht sicher halten, wenn der gebrachte Sextant in Hinsicht auf Excentricität scharf genug untersucht wäre.

Hoya 1856, Nov. 10,

A. Winnecke.

Berichtigungen zu den Astronomischen Nachrichten.

Nr 1049 Seite 262 Zeile 5 v. u. statt *de* lies *der*.

„ 266 zweite Zeile des 36^{ten} § statt 2 gleiche Theile lies 2 Theile.

„ 268 dritte Zeile des 37^{ten} § statt $\frac{\sin \frac{1}{2} E}{\cos \frac{1}{2} E}$ lies $\frac{\cos \frac{1}{2} E}{\sin \frac{1}{2} E}$.

„ 271 In den Berichtigungen zu Nr 1037 statt Seite 75 lies Seite 77, und in derselben Zeile statt dg^3 lies d^2g .
In den Berichtigungen zu Nr 1043 statt Seite 170 Zeile 7 v. o. lies Seite 170 Zeile 7 v. u.

Nr 1050 Seite 273 zehnte Zeile des 38^{ten} § statt *nie* lies *die*.

Zeile 10 v. u. ist zweimal $\frac{0,252}{0,071}$ statt $\frac{252}{0,071}$ gesetzt.

„ 277-278 in der mit (104) schließenden Zeile lies

$\log \frac{0,081}{\pi} = 8,4113363.$ $\log \frac{0,0405}{\pi} = 8,1103063$ $\log \frac{0,162}{\pi} = 8,7123665.$

Erst unter diese Zeile kommen die 3 Striche, und unter diese in einer Zeile
3,615833 1,8411939 0,6802015 (104)

Am Schluss des folgenden Absatzes statt 7,4116890. lies 7,4416890.

Zu Ende der 287^{ten} Seite in der Inhalts-Angabe statt Nr 1039 lies Nr 1050

Nr 1052 Seite 311 Zeile 14 v. u. statt in französischer Sprache lies in lateinischer Sprache

A n z e i g e n.

In der Verlagsbuchhandlung von Perthes, Besser & Mauke in Hamburg ist erschienen:

General-Register der Bände XXI bis XL der Astronomischen Nachrichten.

ausgearbeitet von Herrn Dr. G. A. Jahn, nach dem von dem vereinigten Conferenzzath Schumacher entworfenen Plane. —
40 Druckbogen, im Format der Astronomischen Nachrichten. Preis 8 Thaler R.-M. oder 6 Thaler Preussisch Courant.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, dass ohne ausdrückliche Bestellung und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also ersucht, um Unterbrechungen zu vermeiden, baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt hier an Ort und Stelle mit 4 Thlr. 26 Sch. R.-M. und in Hamburg mit 8 $\frac{1}{2}$ Hamb. Courant, und von diesem Preise wird auch den Buchhandlungen und Postämtern kein Rabatt gegeben, die also nothwendig ihren Abnehmern höhere Preise berechnen müssen. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige, hienachten Preise, Nettopreise.

Für die mit der Post versandten Exemplare findet, wegen des zu erlegenden Porto's, eine kleine Erhöhung Statt, so dass der Preis für den Band sich stellt: für England auf 15 sh., für Frankreich auf 17 $\frac{1}{2}$ Frs., für Nordamerika auf 4 $\frac{1}{2}$ Dollar, für Italien und Holland auf 1 $\frac{1}{2}$ Holl. Ducaten. — Einzelne Nummern werden nur zur Completierung, wenn sie vorrätig sind, à 4 ggr. abgelassen.

(Zu Nr. 1054.) Schreiben des Herrn Prof. Moesta, Directors der Sternwarte zu Santiago de Chile, an den Herausgeber 337. —

Aus einem zweiten Schreiben des Herrn Prof. Moesta 345. —

Beobachtung der totalen Mondfinsterniss am 13. October 1856, von Herrn J. F. Julius Schmidt 347. —

Mondfinsterniss den 13. October 1856, beobachtet auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn Georg Neumann 349. —

Mondfinsterniss den 13. October 1856, beobachtet auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn H. Niebour 351. —

Mittheilung des Herausgebers, die Verleihung von Doctoren-Würden betreffend 351. —

(Zu Nr. 1055.) Ueber veränderliche Sterne, von Herrn J. F. Julius Schmidt, Astronomen der Sternwarte zu Olmütz 353. —

Beobachtungen an der Wieser Sternwarte, mittheilung von Herrn Professor von Littrow 359. —

Bahnverbesserung der Euterpe, von Herrn Dr. Gunter 361. —

Ephemeride für Euphrosyne nebst Beobachtung der Mondfinsterniss (1856 Oct. 13, von Herrn Dr. A. Winnecke 363. —

Berichtigungen zu den Astronomischen Nachrichten 367. —

Anzeige, betreffend das Erscheinen des General-Registers der Bände XXI bis XL der Astronomischen Nachrichten 367. —

Altona 1856. November 17.

Tafeln zur Reduction von Barometerbeobachtungen auf ein anderes Niveau und zur Bestimmung von Höhenunterschieden aus Barometerbeobachtungen.

Eine Umkehrung und Erweiterung der *Gauss'schen* Tafeln, von Herrn Dr. *M. C. Döppe* in Schwerin.

Die Veranlassung zu der vorliegenden Arbeit bildet ein mündlich geäußertes Wunsch des Herrn Professor *Döppe*, bei seinen Untersuchungen über den Druck der Atmosphäre eine Tafel zu besitzen, durch welche die Reduction der Barometerbeobachtungen jedes Ortes auf einen andern Punkt der Vertikalen desselben möglichst erleichtert werde.

Von den für das barometrische Höhenmessen vorhandenen Tafeln sind die *Gauss'schen* auch zur Lösung dieser umgekehrten Aufgabe an sich schon sehr bequem, und dieselben lassen sich ausserdem mit sehr geringer Mühe in diejenige Form bringen, welche dieser Aufgabe unmittelbar

entspricht. Da jedoch das Argument der Haupttafel, nämlich die Summe der Temperaturen des freien *Reaumur'schen* Thermometers, nur bis -10° hinunter geht, so würden die *Gauss'schen* Tafeln für manche meteorologische Stationen, namentlich in Russland, zur Reduction der im Winter angestellten Barometerbeobachtungen auf ein anderes Niveau nicht anwendbar sein. Es war daher ausser der Umkehrung eine Erweiterung der *Gauss'schen* Haupttafel nothwendig, bei der jene Tafeln, zum Theil mit anderen Constanten, aufs Neue vollständig berechnet worden sind.

Hierbei ist die Formel von *Laplace* angewandt worden:

$$A = 9407.73 \left(1 + \frac{t+t'}{400}\right) (1 + a \cos 2\varphi) \left(1 + \frac{h}{r}\right) \left\{ \log \frac{b}{b'} + 2 \log \left(1 + \frac{h}{r}\right) \right\},$$

in welcher t und t' die Temperaturen der Luft in *Reaumur'schen* Graden an der unteren und oberen Station, und b' und b die auf 0° reducirten, in einem beliebigen Maasse ausgedrückten Barometerstände unten und oben, ferner r den Abstand der unteren Station vom Centrum der Erde in Toi-

sen, h die Höhe der oberen Station über der unteren in Toisen und φ die geographische Breite bedeuten. Der Coefficient a ist nach *Baeyer* (Pogg. Ann. 98, S. 371) = 0,002595 angenommen. Wenn M den Modul der gemeinen Logarithmen bedeutet, so erhält man aus obiger Formel zunächst

$$\log b' - \log b = h \left\{ \frac{1}{9407.73} \cdot \frac{1}{1 + \frac{t+t'}{400}} \cdot \frac{1}{1 + a \cos 2\varphi} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h}{r}} \right\},$$

und kann dafür mit hinreichender Annäherung setzen:

$$\log b' - \log b = h \cdot \left(\frac{1}{9407.73} \cdot \frac{1}{1 + \frac{t+t'}{400}} \cdot \frac{1}{1 + a \cos 2\varphi} \cdot \frac{1}{1 + \frac{h}{r}} \right),$$

Für φ ist der Breitenkreis unter 45° Breite, $r = 3266631$ Toisen, genommen, und M von dem auf 1 = φ und $\log b' - \log b$ = $\log u$ gesetzt, so erhält man:

$$\begin{aligned} u &= \log b' - \log b, \\ a &= \log \left(\frac{1}{9407.73} \cdot \frac{1}{1 + \frac{t+t'}{400}} \cdot \frac{1}{1 + a \cos 2\varphi} \right), \\ c &= -M a \cos 2\varphi, \\ c' &= \frac{M h}{r}. \end{aligned}$$

gesetzt; dann wird die Aufgabe der Reduction der Barometerstände auf ein anderes Niveau durch die Formel gelöst:

Die Werthe von a enthält Tafel I, für das Argument $t+t'$; die Werthe von c enthält Tafel II, für das Argument φ , und die Werthe von c' Tafel III für das Argument h . Zur Kennziffer das a in Tafel I sind -10 Einheiten zu ergänzen; die c und c' sind in Einheiten der fünften Decimalstelle gegeben. Die Werthe von a sind negativ für $\varphi < 45^{\circ}$, positiv für $\varphi > 45^{\circ}$; die Werthe von c' sind immer negativ.

Für die barometrische Höhenmessung ergeben sich die Formeln:

$$\begin{aligned} 1) \quad u &= \log b' - \log b \\ 2) \quad \log h &= \log u + A + c + c' \end{aligned}$$

wo A die dekadische Ergänzung von a bedeutet und d die Correctionen c oder c' das umgekehrte Vorzeichen erhalten. Der Bequemlichkeit wegen ist A in Tafel I mit aufgeführt, und der Tafel III ist ausser dem Argument h das für diesen Fall bequemere Argument $v = \log u + A$ gegeben.

Sollen bei der barometrischen Höhenmessung nicht die auf 0° reducirten Barometerstände b' und b , sondern die bei den Réaumur'schen Graden des Quecksilbers T' und T gemessenen Barometerstände B' und B gegeben sein, so hat man

$$b' : b = \frac{B'}{1 + \frac{B'}{4440}} : \frac{B}{1 + \frac{B}{4440}}$$

und hieraus, wenn $\frac{M}{4440} = \beta$ gesetzt wird

$$u = \log b' - \log b = (\log B' - \beta T') - (\log B - \beta T)$$

Für $\beta = 0,00098$ kann aber mit hinreichender Annäherung $0,0010$ gesetzt werden.

Um die Uebereinstimmung dieser Tafeln mit den Gauss'schen zu prüfen, addire man (von -10° bis $+50^\circ$ des Arguments $t + t'$) $0,28982$ zu jedem A der Tafel I. Man erhält dann die A der Gauss'schen Tafel I, die für das Meter als Längeneinheit berechnet ist. Nur in sechs Fällen zeigt sich eine Differenz von einer Einheit der fünften Decimale.

Bezeichnungen

	Barometerhöhe	Temp. des Quecks.	bei 0° R. Temp. des Quecks.	Temp. d. Luft
auf der unteren Station:	B'	T'	t'	t'
auf der oberen Station:	B	T	t	t

Φ . . . Breite des Orts,
 h . . . Höhenunterschied beider Stationen in Toisen.

Erste Aufgabe. Reduction der Barometerbeobachtungen auf ein anderes Niveau.

Gegeben h in Toisen, t' , t , Φ und b oder b' ; gesucht b' oder b .

Aus der ersten Tafel wird, mit dem Argumente $t + t'$, a genommen, aus der zweiten Tafel mit dem Argumente Φ . . . c , aus der dritten (für a) mit dem Argumente a . . . c' (diese beiden sind in Einheiten der fünften Decimale gegeben). Die Summe

$\log h + a + c + c' - 10$ (ganze Einheiten) nennt man $\log u$; dann erhält man für ein um h Toisen tieferes Niveau $\log b' = \log b + u$ und für ein um h Toisen höheres Niveau $\log b = \log b' - u$. Ist h in Metern gegeben, so nehme man c' , welches immer negativ ist, aus Tafel III (für A) mit dem Argumente $v = \log h + 9,71$ und setze $\log u = 9,71018 + \log h + a + c + c' - 10$ (ganze Einheiten).

cimalatelle. Die Tafel II weicht von der Gauss'schen Tafel II stärker ab, da eine andere Constante ($\alpha = 0,002845$) bei letzterer angenommen ist.

Die sehr befriedigende Uebereinstimmung der nach den Gauss'schen Tafeln berechneten Höhenunterschiede mit denjenigen Werthen, die man nach den Bessel'schen Tafeln unter Ausnahme eines mittleren Sättigungsgrades der Luft mit Wasserdampf erhält, erklärt sich aus dem Umstande, dass den Gauss'schen Tafeln die mit Rücksicht auf einen mittleren Gehalt der Luft an Wasserdampf, modificirten Constanten der Laplace'schen Formel zum Grunde liegen. Wollte man bei beiden hier in Betracht kommenden Aufgaben des jedesmaligen Gehalt an Wasserdampf strenger berücksichtigen, so würde man die Bessel'schen Tafeln zu benutzen und dem Zwecke gemäss, zu erweitern haben.

Gebrauch der Tafeln.

Bei dem Gebrauche dieser Tafeln können die Barometerhöhen in beliebigem (natürlich auf beiden Stationen demselben) Masse angegeben sein. Die Temperaturen aber müssen in Réaumur'schen Graden gegeben sein. Man muss also, wenn man andere Thermometer gebraucht, die Angaben in Réaumur'sche Grade verwandeln.

Sie setzen ferner Logarithmen mit 5 Decimalen, wie die Landmessen, voraus.

Bezeichnungen

	Barometerhöhe	Temp. des Quecks.	bei 0° R. Temp. des Quecks.	Temp. d. Luft
auf der unteren Station:	B'	T'	t'	t'
auf der oberen Station:	B	T	t	t

Φ . . . Breite des Orts,
 h . . . Höhenunterschied beider Stationen in Toisen.

Dann ist wiederum $\log h' = \log b + u$.

Beispiel 1.

Der Barometerstand bei 0° R. Temp. des Quecksilbers beträgt $b = 298,39$; die Wärme der Luft $t = 11^\circ$ R. und $\Phi = 51^\circ$. Die Zunahme der Wärme nach unten betrage für 100 Toisen 1° R. Wie gross ist der Barometerstand bei 0° R. Temp. des Quecksilbers an einem um $h = 498,2$ Toisen tieferen Punkte?

Es ist $t' = t + 0,98$, also $t' + t = 28^\circ 58$.

$$\begin{aligned} \log h &= 2,69740 \\ a &= 5,99538 \\ c &= +0,00026 \\ c' &= -0,00007 \end{aligned}$$

$$\log u = 8,69297 - 10$$

Die Anweisung ist zum Theil wörtlich dieselbe, wie in der Sammlung der Hülftafeln von Schumacher, Ausgabe von Warnstorff, S. 148.

$$\begin{aligned} u &= 0,04931 \\ \log b &= 2,47040 \\ \log b' &= 2,51971 \\ b' &= 330,490 \end{aligned}$$

Beispiel 2.

$$b = 330,46; t = -12,3^{\circ} \text{R.}; h = 92,7 \text{ Toisen}; \varphi = 62^{\circ}.$$

Es werde $t' = t$ angenommen, also $t + t' = -24,6^{\circ} \text{R.}$

$$\begin{aligned} \log h &= 1,96708 \\ a &= 6,06306 \\ \sigma &= +0,00053 \\ \sigma' &= -0,00001 \\ \log u &= 8,02076 - 10 \\ u &= 0,01049 \\ \log b &= 2,51912 \\ \log b' &= 2,52961 \\ b' &= 338,54 \end{aligned}$$

Beispiel 3.

$$b = 0^{\circ}5986; t = 18,0^{\circ} \text{C.} = 14,4^{\circ} \text{R.}; h = 2217 \text{ Meter}; \varphi = 3^{\circ}.$$

Es werde $t' = 27,5^{\circ} \text{C.} = 22,0^{\circ} \text{R.}$ angenommen;
also $t + t' = 36,4^{\circ} \text{R.}$

$$\begin{aligned} \log h &= \log 2217 = 3,34577 \\ &\quad + 9,71018 \\ &\quad = 3,05595 \quad v = 3,05 \\ a &= 5,98750 \\ c &= -0,00112 \\ c' &= -0,00015 \\ \log u &= 9,04218 - 10 \\ u &= 0,11020 \\ \log b &= 9,77714 \\ \log b' &= 9,88734 \\ b' &= 0^{\circ}7715 \end{aligned}$$

Zweite Aufgabe. Bestimmung von Höhenunterschieden aus Barometerbeobachtungen.

Gegeben $B', B, T', T, t', t, \varphi$;

gesucht h .

Man ziehe von $(\log B' - 10 T')$ ab $(\log B - 10 T)$, natürlich mit Rücksicht auf die Zeichen von T' und T . Die Zahlen $10 T'$ und $10 T$ werden dabei als Einheiten der 5^{ten} Decimale betrachtet. Wir bezeichnen $(\log B' - 10 T') - (\log B - 10 T)$ mit u . (Sind die auf 0° reducirten Barometerhöhen $= b'$ und b gegeben, so ist $\log b' - \log b = u$.) Aus der ersten Tafel wird, mit dem Argumente $t + t'$, A genommen und $v = \log u + A$ gebildet. Hierauf nimmt man aus der zweiten Tafel mit dem Argumente $\varphi \dots c$ mit umgekehrtem Vorzeichen, und aus der dritten (für A) mit dem Argumente $v \dots c$, welches bei dieser Aufgabe immer positiv ist, (beide sind in Einheiten der 5^{ten} Decimale gegeben), und hat dann

$$\begin{aligned} v + c + c' &= \log h, \text{ in Toisen;} \\ v + c + c' + 0,28982 &= \log h, \text{ in Metern.} \end{aligned}$$

Beispiel 1.

$$\begin{aligned} B' &= 329,013; T' = +15,88^{\circ} \text{R.}; t' = +15,96^{\circ} \text{R.}; \varphi = 45^{\circ}32'; \\ B &= 268,215; T = +6,4^{\circ} \text{R.}; t = +7,92^{\circ} \text{R.} \end{aligned}$$

$$t + t' = 23,88^{\circ} \text{R.}$$

$$\begin{aligned} \log B' &= 2,51722, - 10 \times 15,88 = 2,51563 \\ \log B &= 2,42848, - 10 \times 8,4 = 2,42764 \\ u &= 0,08799 \\ \log u &= 8,94443 \\ A &= 8,99982 \\ v &= 2,94425 \\ c &= -0,00002 \\ c' &= +0,00012 \\ \log h &= 2,94435 \\ h &= 879,74 \text{ Toisen.} \end{aligned}$$

Beispiel 2.

$$\begin{aligned} B' &= 333,46; T' = +17,0^{\circ} \text{R.}; t' = +19,0^{\circ} \text{R.}; \varphi = 46^{\circ}; \\ B &= 289,49; T = +16,3^{\circ} \text{R.}; t = +15,2^{\circ} \text{R.} \end{aligned}$$

$$t + t' = 34,2^{\circ} \text{R.}$$

$$\begin{aligned} \log B' &= 2,52323, - 10 \times 17,0 = 2,52153 \\ \log B &= 2,46223, - 10 \times 16,0 = 2,46062 \\ u &= 0,06091 \\ \log u &= 8,78469 \\ A &= 4,01029 \\ v &= 2,79498 \\ c &= -0,00012 \\ c' &= +0,00008 \\ \log h &= 2,79494 \\ h &= 625,64 \text{ Toisen.} \end{aligned}$$

Beispiel 3.

$$\begin{aligned} B' &= 0^{\circ}76215; T' = t' = 25,3^{\circ} \text{C.} = 20,24^{\circ} \text{R.}; \varphi = 21^{\circ}; \\ B &= 0^{\circ}60095; T = t = 21,3^{\circ} \text{C.} = 17,04^{\circ} \text{R.} \end{aligned}$$

$$t + t' = 37,28^{\circ} \text{R.}$$

$$\begin{aligned} \log B' &= 9,88261, - 10 \times 20,24 = 9,88059 \\ \log B &= 9,77884, - 10 \times 17,04 = 9,77714 \\ u &= 0,10345 \\ \log u &= 9,01473 \\ A &= 4,01337 \\ v &= 3,02810 \\ c &= +0,00084 \\ c' &= +0,00014 \\ \log h &= 3,02908, \text{ für Toisen} \\ &\quad 0,28982 \\ \log h &= 3,31890, \text{ für Meter} \\ h &= 1069,3 \text{ Toisen} \\ &= 2084,0 \text{ Meter.} \\ &\quad 24^{\circ} \end{aligned}$$

$$x + y + z = 1000$$

$$x + y + z = 1000$$

Tableau

Tafel I.

Argument: Summe der Temperaturen des freien Réaumur'schen Thermometers.

$t + a$	a	Diff.	$t + a$	a	Diff.	$t + a$	a	Diff.	$t + a$	a	Diff.	$t + a$	a	Diff.	$t + a$	a	Diff.
-60	6,09 617	128	3,90 383	-20	6,04 776	115	3,95 224	420	6,00 418	103	3,99 582	420	6,00 418	103	3,99 582	420	6,00 418
59	6,09 489	127	3,90 511	19	6,04 661	114	3,95 339	419	6,00 315	103	3,99 685	419	6,00 315	103	3,99 685	419	6,00 315
58	6,09 362	127	3,90 638	18	6,04 547	113	3,95 463	418	6,00 212	104	3,99 788	418	6,00 212	104	3,99 788	418	6,00 212
57	6,09 235	127	3,90 765	17	6,04 434	114	3,95 566	417	6,00 108	102	3,99 892	417	6,00 108	102	3,99 892	417	6,00 108
56	6,09 108	126	3,90 892	16	6,04 320	113	3,95 680	416	6,00 006	103	3,99 994	416	6,00 006	103	3,99 994	416	6,00 006
55	6,08 982	126	3,91 018	15	6,04 207	113	3,95 793	415	5,99 903	102	4,00 097	415	5,99 903	102	4,00 097	415	5,99 903
54	6,08 856	126	3,91 144	14	6,04 094	113	3,95 906	414	5,99 801	102	4,00 199	414	5,99 801	102	4,00 199	414	5,99 801
53	6,08 730	125	3,91 270	13	6,03 981	112	3,96 019	413	5,99 699	102	4,00 301	413	5,99 699	102	4,00 301	413	5,99 699
52	6,08 605	125	3,91 395	12	6,03 869	112	3,96 131	412	5,99 597	102	4,00 403	412	5,99 597	102	4,00 403	412	5,99 597
51	6,08 480	124	3,91 520	11	6,03 757	112	3,96 243	411	5,99 495	101	4,00 505	411	5,99 495	101	4,00 505	411	5,99 495
50	6,08 356	125	3,91 644	10	6,03 645	112	3,96 355	410	5,99 394	101	4,00 606	410	5,99 394	101	4,00 606	410	5,99 394
49	6,08 231	123	3,91 769	9	6,03 533	111	3,96 467	409	5,99 293	101	4,00 707	409	5,99 293	101	4,00 707	409	5,99 293
48	6,08 108	123	3,91 892	8	6,03 422	111	3,96 578	408	5,99 192	101	4,00 808	408	5,99 192	101	4,00 808	408	5,99 192
47	6,07 984	124	3,92 016	7	6,03 311	111	3,96 689	407	5,99 091	100	4,00 909	407	5,99 091	100	4,00 909	407	5,99 091
46	6,07 861	123	3,92 139	6	6,03 201	111	3,96 799	406	5,98 991	101	4,01 009	406	5,98 991	101	4,01 009	406	5,98 991
45	6,07 738	122	3,92 262	5	6,03 090	110	3,96 910	405	5,98 890	100	4,01 110	405	5,98 890	100	4,01 110	405	5,98 890
44	6,07 616	122	3,92 384	4	6,02 980	109	3,97 020	404	5,98 790	99	4,01 210	404	5,98 790	99	4,01 210	404	5,98 790
43	6,07 494	122	3,92 506	3	6,02 871	109	3,97 129	403	5,98 691	99	4,01 309	403	5,98 691	99	4,01 309	403	5,98 691
42	6,07 372	122	3,92 628	2	6,02 761	110	3,97 239	402	5,98 591	99	4,01 409	402	5,98 591	99	4,01 409	402	5,98 591
41	6,07 250	121	3,92 750	-1	6,02 652	109	3,97 348	401	5,98 492	99	4,01 508	401	5,98 492	99	4,01 508	401	5,98 492
40	6,07 129	120	3,92 871	0	6,02 543	109	3,97 457	400	5,98 393	99	4,01 607	400	5,98 393	99	4,01 607	400	5,98 393
39	6,07 009	121	3,92 991	+1	6,02 434	108	3,97 566	399	5,98 294	99	4,01 706	399	5,98 294	99	4,01 706	399	5,98 294
38	6,06 888	120	3,93 112	2	6,02 326	109	3,97 674	398	5,98 195	98	4,01 805	398	5,98 195	98	4,01 805	398	5,98 195
37	6,06 768	120	3,93 232	3	6,02 217	108	3,97 783	397	5,98 097	99	4,01 903	397	5,98 097	99	4,01 903	397	5,98 097
36	6,06 648	119	3,93 352	4	6,02 109	107	3,97 891	396	5,97 998	98	4,02 002	396	5,97 998	98	4,02 002	396	5,97 998
35	6,06 529	119	3,93 471	5	6,02 002	107	3,97 998	395	5,97 900	97	4,02 100	395	5,97 900	97	4,02 100	395	5,97 900
34	6,06 410	119	3,93 590	6	6,01 895	108	3,98 105	394	5,97 801	97	4,02 199	394	5,97 801	97	4,02 199	394	5,97 801
33	6,06 291	119	3,93 709	7	6,01 787	107	3,98 213	393	5,97 702	98	4,02 298	393	5,97 702	98	4,02 298	393	5,97 702
32	6,06 174	118	3,93 827	8	6,01 680	106	3,98 320	392	5,97 603	97	4,02 397	392	5,97 603	97	4,02 397	392	5,97 603
31	6,06 055	118	3,93 945	9	6,01 574	106	3,98 426	391	5,97 504	97	4,02 496	391	5,97 504	97	4,02 496	391	5,97 504
30	6,05 937	118	3,94 063	10	6,01 468	105	3,98 532	390	5,97 405	97	4,02 595	390	5,97 405	97	4,02 595	390	5,97 405
29	6,05 819	117	3,94 181	11	6,01 362	104	3,98 638	389	5,97 306	96	4,02 694	389	5,97 306	96	4,02 694	389	5,97 306
28	6,05 702	117	3,94 299	12	6,01 256	103	3,98 744	388	5,97 207	96	4,02 793	388	5,97 207	96	4,02 793	388	5,97 207
27	6,05 585	117	3,94 417	13	6,01 150	102	3,98 850	387	5,97 108	95	4,02 892	387	5,97 108	95	4,02 892	387	5,97 108
26	6,05 469	116	3,94 531	14	6,01 045	101	3,98 955	386	5,97 009	95	4,02 991	386	5,97 009	95	4,02 991	386	5,97 009
25	6,05 352	116	3,94 648	15	6,00 940	100	3,99 060	385	5,96 910	94	4,03 090	385	5,96 910	94	4,03 090	385	5,96 910
24	6,05 236	115	3,94 764	16	6,00 835	99	3,99 165	384	5,96 811	95	4,03 189	384	5,96 811	95	4,03 189	384	5,96 811
23	6,05 121	115	3,94 879	17	6,00 731	98	3,99 269	383	5,96 712	96	4,03 288	383	5,96 712	96	4,03 288	383	5,96 712
22	6,05 005	114	3,94 995	18	6,00 626	97	3,99 374	382	5,96 613	95	4,03 387	382	5,96 613	95	4,03 387	382	5,96 613
21	6,04 890	114	3,95 110	19	6,00 522	96	3,99 478	381	5,96 514	95	4,03 486	381	5,96 514	95	4,03 486	381	5,96 514
20	6,04 776	114	3,95 224	+20	6,00 418	95	3,99 582	380	5,96 415	94	4,03 585	380	5,96 415	94	4,03 585	380	5,96 415

Tafel II für a.

Tafel III.

für a			für a			für a			für a		
ϕ	c	ϕ	c	ϕ	c	ϕ	c	ϕ	c	ϕ	c
0	-113 + 90	15	-98 + 75	30	-56 + 60	45	-20 + 55	60	-10 + 45	75	-5 + 35
1	113	89	16	96	74	31	53	59	46	30	40
2	112	88	17	95	73	32	49	58	45	29	39
3	112	87	18	94	72	33	46	57	44	28	38
4	112	86	19	93	71	34	42	56	43	27	37
5	111	85	20	92	70	35	39	55	42	26	36
6	110	84	21	91	69	36	35	54	41	25	35
7	109	83	22	90	68	37	31	53	40	24	34
8	108	82	23	89	67	38	27	52	39	23	33
9	107	81	24	88	66	39	23	51	38	22	32
10	106	80	25	87	65	40	20	50	37	21	31
11	104	79	26	86	64	41	16	49	36	20	30
12	103	78	27	85	63	42	12	48	35	19	29
13	101	77	28	84	62	43	8	47	34	18	28
14	100	76	29	83	61	44	-4	46	33	17	27
15	98	75	30	-56 + 60	45	-20 + 55	60	-10 + 45	75	-5 + 35	90

Für A erhalten die Werthe der Tafel II das umgekehrte Vorzeichen.

Dr. M. C. Dippe.

Observazioni dei Satelliti di Saturno fatte all' Equatorio di Merz all' Osservatorio del Collegio Romano.

Data	Objecte	T. sid.	Ang. di	T. sid.	Distanza in	parti della	Valore di
		Declina.	Declina.	Declina.	Declina.	Declina.	Declina.
1856 Gennaio 24	Tethys?	3°53'	2°07'	4°23'	1°4048	1°4048	1°4048
	Rhea	4°00'	225.52	4 30	3.4465	3.4465	3.4465
	Dione?	4°05'	89.60	4 24	3.9735	3.9735	3.9735
	Titan	9°15'	107.30	4 26	11.4033	11.4033	11.4033
	Hyperion	8°10'	64.40	4 29	6.6395	6.6395	6.6395
	Anse	8°52'	82.40	7 6	8.07	8.07	8.07
26	Encelade	7°12'	270.08	6 7 7	2.4812	2.4812	2.4812
	Tethys	6°13'	285.57	6 20	2.5530	2.5530	2.5530
	Rhea	6°27	58.25	6 24	4.5271	4.5271	4.5271
	Dione	6°29	187.36	6 32	1.9163	1.9163	1.9163
	Titan	6°42	77.50	6 48	11.2243	11.2243	11.2243
	Anse	6°40	82.63	7 0	8.1068	8.1068	8.1068
	Tethys	6°38	118.84	3 44	2.0483	2.0483	2.0483
	Rhea	3 41	304.39	3 50	4.0783	4.0783	4.0783
	Dione	3 54	74.97	4 4	4.4915	4.4915	4.4915
	Hyperion	3 56	48.60	4 7	4.3792	4.3792	4.3792
	Titan	4 1	66.97	4 10	10.3943	10.3943	10.3943

Data	Oggetto	T. sid. di Roma	Ang. di posizione	T. sid. di Roma	Distanza in parti della vite	Annotazioni
1856 Gennaio 28	Dione	3 ^h 51 ^m 5	275° 50	3 ^h 56 ^m	3' 66	Dist. prossima dal centro.
	Tethys	4 4	284,7			
	Rhea	4 6	251,0			Un solo confronto. Si annuola.
31	Titan	3 53	291,65	3 58	8,6303 ± r	Dist. dall' orlo vicino o lontano?
	Rhea	3 31	255,30	3 42	2,8443	Dist. dal centro stimato.
	* Encelado?	5 5	112,10			Questo piccolo puntino alle 5 ^h 5 ^m 6 ^s è in linea retta col Sat. Rhea in direzione 112° 10'.
	* Encelado?	5 16	95,95	5 32	5,3707	Dist. dal centro stimato.
	Tethys	5 23	84,17	5 23	3,7824 + r	Dist. dall' orlo opposto.
	Dione	5 18	257,05	5 28	3,3195 + r	Dist. dall' orlo vicino del pianeta.
	Anse	5 14	83,13			
Febbraio 1	Tethys	3 2	268,17	3 47	2,5350 + r	Dist. dall' orlo vicino del pianeta. 3 confr.
	Rhea	3 6	275,92	3 45	4,5775	
	Titan	3 15	277,20	3 48	6,9960	
	Dione	3 34	104,44	3 30	2,3620	
	Tethys			3 32	1,6846 + R	Mass. digr. Dist. dall' anello vic. 5 confr.
	Rhea	5 48	179,5	5 48	4,0337 + R	2. Mass. digr. Dist. dall' orlo dell' anello. 4 confr.
6	Titan	3 22	192,58	3 26	5,6240 + r	Dist. dall' orlo super. del pianeta. 4 confr.
	Rhea	3 56	258,82	3 32	6,1727 + r	Dist. dall' orlo più lontano. 3 confr.
	Tethys	3 35	62,35	3 39	2,5055	Dist. approssimata dal centro.
	Encelado?	4 23	276,61			
	Encelado?	6 12	258,18	6 57	0,9414 + R	Dist. dall' orlo vic. dall' an. Mis. diff. 5 confr.
	Anse	6 17	264,15			
7	Titan	3 37	137,23			Direzione al lembo precedente.
	"	3 39,5	148,37	3 43,2	5,8800 + r	Direz. al lembo seg. Dist. al lembo vicino.
	Rhea	4 27	164,77	4 37	1,9135 + r	Dist. dall' orlo superiore.
	Tethys	4 39	222,20	4 42	1,1825 + r	Dist. dall' orlo vic. Si aggiunga $\frac{1}{2}$ filo = 0° 24.
	Dione	4 45	70,4	4 47	2,9725	Dist. dall' orlo vicino.
	"			4 48	4,2627	Dist. dall' orlo lontano.
	"	4 57	208,10	4 57	8,266	Dist. press. dal centro.
	Titan	4 59	139,6			Dal centro. 1 solo confr. poco sicuro.
9	Encelado?	5 40	243,3			E' assai piccolo.
18	Titan	4 25	260,67	4 47	13,3740 + r	Dist. dal lembo opp. del pianeta. Massima digr. Il tempo è solo approssimato.
	Anse		83,0			
	Tethys T.M.	7 0	266,15		3,7015 + r	Tempo appross. di 8" ±. La direzione è la stessa delle anse.
	Rhea	4 35	34,190 ±	4 37	3,6798 + r	Dist. dal lembo opposto del pianeta.
	Dione	4 45	69,6	4 50	4,1087 ±	
	Titan	6 10	dif. anse	5 18	13,3597 + r	Direz. delle anse. Dist. dal lembo opp. del pianeta.
24	Rhea	5 55	258,00	7 10	5,9166 + r	Dist. dall' orlo opposto. Aria cattiva.
	Titan	7 08	143,138	7 25	8,5638 + r	Dist. dal lembo più vicino.

Date	Objet	Lat. de di Roma	Long. de Position	Lat. de di Roma	Long. de Position	Annotations
1856, Febr., 26	Anae	5° 55'	82° 05'	5° 56'	82° 05'	Dist. dal lembo opposto del pianeta.
	Titan	5 55	88 25	5 56	88 25	id.
	Rhea	5 59.5	89 32	6 3	90 120-r	id.
	Dione	6 8.5	81 45	6 1	4,4927-r	id.
	Tethys	6 18.3	175 75	6 18.3	175 75	Dist. dal lembo opposto dell'anello.
Marzo 1	Dione	6 7.3	264 32	6 14	4,6058-r	Dist. dal lembo opposto delle anse.
	Rhea	6 29	114 28	6 28	3,1817-r	Dist. dall'orlo opposto del pianeta.
	Titan	6 33.5	14 88	6 33	6,9310-r	Dist. dall'orlo opp. del pianeta.
	Tethys	6 19.3	112 05	6 18	4,6090-r	Dist. dall'orlo vicino, ov'è l'ombra.
4	Rhea?			6 17.5	3,8735+r	Mass. elongaz. 4° 4' confr. Dist. dall'orlo vicino dell'anello.
23	Tethys?	7 45	263 92			Per la dubbia non si pote prendere le distanze, quindi resta dubbia la verificaz. di satelliti senza un calcolo esatto.
	Dione?	7 50	261 41			
	Rhea?	7 56	192 78			
	Anse	7 58	83 75			
24	Anae	7 30	262 85			Dist. pross. dal lembo opposto.
	Tethys?	7 34	79 80	7 37	3,4875-r	Dist. dall'orlo vicino.
	Dione	7 40	107 05	7 45	3,2612+r	id.
	Rhea	7 46	92 67	7 48	4,3125+r	id. approssimata.
	Titan?	8 42	220 17	8 44	7,7365-r	E' dubbio se sia il satellite, distanza dall'orlo lontano.
Aprile 3	Titan	8 45	319 40	8 38.5	5,7790-r	Distanze prossime per l'aria cattiva prese dall'orlo opposto del pianeta.
	Dione	8 30	294 82	8 42.5	3,9210-r	
	Rhea	8 33	258 78	8 44	4,1900+r	
	Tethys	8 35.5	50 38	8 45.5	4,0480-r	
7	Anae	8 35	264 81			
	Dione	8 27	83 21	8 28	3,9053+r	Osservazioni assai difficili per la piccolezza del satellite.
	Tethys	8 32	271 05	8 32.5	2,1026+r	
	Rhea?	8 30	77 38	8 40	4,2916+r	
	Titan	8 33.5	224 12	8 45	11,7574-r	

Remarques Générales.

Quoique on ait eu grand soin de prendre la direction des angles du centre de la planète, ces angles ont été trouvés en pratique assez difficile à cause de la confusion que produit la présence de l'anneau. Cette difficulté inévitable pourrait donner origine à un erreur systématique dans l'estime du centre qu'il serait difficile de reconnaître directement par l'observation, mais qui ressortira, après les réductions et leur comparaison avec la théorie. Les distances ont été prises des bords de la planète lorsqu'on les vouloit avec précision celles qui sont prises du bord opposé sont distinguées avec — r (c'est-à-dire — le rayon); celles du bord voisin avec + r.

Celles du centre sont seulement approchées. On a employé ordinairement un grossissement de 300 fois, à champ obscur et à fils lumineux. On donne les distances seulement en parties de la vis dont une révolution = 15° 47' 29, en 48 calculateur pourra les réduire en secondes ou en demi-minutes de la planète. Dans un autre numéro, j'enverrai une suite de données de l'anneau et de la planète mesurées pendant la période de ces mesures des satellites. L'identité des satellites a été conclue d'une figure tracée sur grand du système de Saturne, avec un calcul approché de leur mouvement, et la petiteza à quelle dans les dernières observations

la lumière des satellites était réduit, rend les dernières observations moins sûres. Chaque mesure est répétée pour employer 300 fois, mais rarement dans les soirées agitées, et de mauvaise définition.

A. Secchi.

Aus einem Schreiben des Herrn Observators Hoek an den Herausgeber.

In Nr. 1056 der Astron. Nachr. p. 384 hinter die Wörter „Im untenstehenden Verzeichniß wird man eine Vergleichung finden von den verschiedenen Beobachtungen“ ist einzufügen:
mit einer Ephemeride, abgeleitet aus den letzten von Hind gegebenen Elementen in seiner Schrift „on the expected return of the great comet of 1264 and 1556“, pag. 43.

Leiden 1856, Nov. 10.

M. Hoek.

Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altonaer Sternwarte.

Fortuna.

Mittl. Zt. Altona

 α app. δ app.

1856 Sept. 25

12^h 14' 44".20^h 34' 35".9

+ 5° 4' 55".8

Oct. 11

10 58 46,6

0 21 39,32

+ 3 22 43,0

18

10 26 23,4

0 16 37,85

+ 2 42 11,7

19

10 22 0,4

0 16 0,64

+ 2 36 50,0

Economia.

1856 Oct. 11

11^h 23' 23".20^h 46' 11".04

+ 28° 24' 19".8

13

11 13 43,8

0 44 23,15

+ 28 14 44,8

16

10 59 18,5

0 41 45,09

+ 27 57 13,0

17

10 54 31,6

0 40 54,05

+ 27 52 13,8

18

10 49 45,6

0 40 3,69

+ 27 45 58,8

19

10 45 0,1

0 39 14,35

+ 27 39 29,8

Altona 1856, Nov. 15.

C. F. Pape.

Anzeige.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, dass ohne ausdrückliche Bestellung und Vorauszahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also ersucht, um Unterbrechungen zu vermeiden, baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man pränumerirt hier an Ort und Stelle mit 4 Thlr. 26 Sch. R.-M. und in Hamburg mit 8 $\frac{1}{2}$ Hamb. Courant, und von diesem Preise wird auch den Buchhandlungen und Postämtern kein Rabatt gegeben, die also sowohl gegen ihre Abnehmer höhere Preise berechnen müssen. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Kettenspreise, und nicht die Einzelpreise.

Für die mit der Post versendeten Exemplare findet, wegen des zu erzielenden Postes, eine kleine Erhöhung Statt, so dass der Preis für das Band sich stellt: für England auf 15 sh., für Frankreich auf 17 $\frac{1}{2}$ Frs., für Nordamerika auf 4 $\frac{1}{2}$ Dollars, für Italien und Holland auf 1 $\frac{1}{2}$ Holl. Ducaten. — Einzelne Nummern werden nur zur Completierung, wenn sie vorrätig sind, à 4 ggr. abgegeben.

Inhalt. (Zu Nr. 1056.) Tafeln zur Reduktion von Barometerbeobachtungen auf ein anderes Niveau und zur Bestimmung von Höhenunterschieden aus Barometerbeobachtungen. Eine Umkehrung und Erweiterung der Gauss'schen Tafeln, von Hrn. Dr. H. E. Dippe in Schwerin 369. — Observationen des Satelliten des Saturnus fute all' Equatoriale di Mars all' Osservatorio del Collegio Romano 377. —

Aus einem Schreiben des Herrn Observators Hoek an den Herausgeber 383. — Planeten-Beobachtungen am Meridiankreise der Altonaer Sternwarte 383. —

Altona 1856. November 20.

*image
not
available*

R e g i s t e r.

A.

Algol. Bemerkungen über diesen Veränderlichen v. Schmidt 354.
Beobachtungen der Minima desselben von Schmidt 355.

Altona. Längendifferenz zwischen der Sternwarte daselbst und
Lübeck, bestimmt durch Chronometer v. Schumacher 207.
Längenunterschied von Schwerin, abgeleitet v. Paschen 269.

Amphitrite. Correctionen der Elemente und Ephemeride der-
selben von Günther 63.

Antares siehe α Scorpii.

Anzeige, betreffend das Erscheinen des General-Registers für
die Astron. Nachr. Bd. XXI bis XL von Jahr 367.
betreffend das Abonnement auf die Astronomischen Nachrichten
351, 367, 383.
von zu verkaufenden Büchern 159.

R Aquilae. Bemerkungen über diesen Veränderlichen von Ar-
gelande 203.

Argelande, Fr., Prof., Director der Sternwarte zu Bonn.
Beobachtungen der veränderlichen Sterne

γ Cygni 200.

α Hercolis 193.

Bemerkungen über veränderliche Sterne:

R Aquilae 203.

δ Cephei 195.

γ Cygni 200.

α Hercolis 193.

Bemerkung über d'Arrest's Nebelkatalog 203.

Berichtigung zu den Astron. Nachr., Bd. 43, S. 334, 35, 36
— 204.

γ Argus. Beobachtung der Helligkeit dieses Sterns von Moesta
340.

d'Arrest, H., Dr., Prof., Observator der Sternwarte auf der
Pleisensburg in Leipzig.

Beobachtungen der Juno 303.

Ueber die Helligkeit der Juno 303.

Bemerkung, betreffend die Beobachtung von kl. Planeten 109.
dessen Nebelkatalog v. Argelande 203.

Astraea. Beobachtet von Förster 227.

Pegasi 257.

Astronomische Nachrichten.

Anzeige, betreffend das Erscheinen des General-Registers von
Jahr für Bd. XXI bis XL 367.

betreffend das Abonnement 351, 367, 383

Astronomische Nachrichten.

Berichtigungen zu Band 43 pag. 194, 198, 200 — 111.

43 „ 202, 203 — 112.

43 „ 334, 335, 336 — 204.

44 „ 19, 29 — 271.

44 „ 56 — 319.

44 „ 69, 70, 72, 78, 74, 75 — 271.

44 „ 81 — 175.

44 „ 82 — 319.

44 „ 84 — 175.

44 „ 102, 104, 105, 106, 107,

162, 168, 170, 177, 180,

181, 182, 183 — 271.

44 „ 191, 213, 216, 243, 244,

248, 252 — 319.

44 „ 262, 266, 268, 271, 273,

277, 278, 287, 311 — 367.

Verbesserung zu Nr. 773 — 239.

Atalanta. Elemente derselben von Förster 152.

Berichtigung der Beobachtungen derselben von Förster 152.

B.

Barometerbeobachtungen. Tafeln zur Reduction derselben
auf ein anderes Niveau und zur Bestimmung des Höhen-
unterschiedes aus denselben von Duppe 369.

Bellona. Beobachtung derselben von Förster 235.

Ephemeride für die Opposition 1855 Septbr. von Bruns 235.

Correction dieser Ephemeride 235.

Helligkeit derselben, bestimmt von Bruns 237.

Berichtigung zu Beobachtungen der Atalanta von Förster 152.
zu den Astr. Nachr. Bd. 43 pag. 194, 198, 200 — 111.

43 „ 202, 203 — 112.

43 „ 334, 335, 336 — 204.

44 „ 19, 29 — 271.

44 „ 56 — 319.

44 „ 69, 70, 72, 73, 74, 75 — 271.

44 „ 81 — 175.

44 „ 82 — 319.

44 „ 84 — 175.

44 „ 102, 104, 105, 106, 107,

162, 168, 170, 177, 180,

181, 182, 183 — 271.

44 „ 191, 213, 216, 243, 244,

248, 249, 252 — 319.

44 „ 262, 266, 268, 271, 273,

277, 278, 287, 311 — 367.

Berichtigung, betreffend die Bezeichnung der von *Pagan* entdeckten Veränderlichen 43.

Bessel's Zonen. Ueber die Reduction der Sterne aus denselben zwischen $+15^\circ$ und $+45^\circ$ von *W. Fiske* 171.

Brännow, F., Dr., Prof. und Dir. der Sternwarte zu Ann Arbor. Bemerkungen über dessen Floratafeln von *Encke* 97.

Brubns, C. D., Observator der Sternwarte zu Berlin.

Ephemeride der *Flora* 97.

Ephemeride der *Bellona* für die Opposition Sept. 1854 238.

Correction dieser Ephemeride 236.

Helligkeit der *Bellona* 236.

Ueber die Helligkeiten und Grössen der kleinen Planeten 237.

Bücher, zum Verkauf angelegt 159.

C.

Calandrelli, Prof., Director des obs. post. der Universität zu Rom.

Notiz, betreffend dessen Absicht, an der Vertheilung der Beobachtungen der kleinen Planeten Theil zu nehmen, 274.

Callet's Logarithmentafeln. Verbesserungen von Fehlern in denselben von *Luther* 239.

Calliope, beobachtet von *Hornstein* 359.

α Centauri. Ueber die Bahn dieses Doppelsterns von *Capitan Jacob* 41, 43.

Abbildung hierzu 42.

Centralbewegung mit abstoßender Kraft, Bemerkung, seine Arbeiten über dieselbe betreffend, von *Lehmann* 223.

δ Cephei. Bemerkungen über diesen Veränderlichen von *Argelander* 195.

Ceres. Beobachtet von *R. Schumacher* 63.

Ceti. Beobachtet von *Heis* 39.

Challis, Prof., Director der Sternwarte in Cambridge. Bemerkung über die Nichtanwendung der *Leuteneth's* 301.

Chronometer. Benutzt zur Längheitsbestimmung zwischen *Altona* und *Schwelm* von *Schumacher* 20.

Circe. Aufgefunden von *Förster* 95.

Beobachtet von *Förster* 227.

E. Luther 239.

Elemente und Ephemeride von *Klinkerfues* 47.

Ephemeride von *Klinkerfues* 109.

Correction derselben von *Förster* 95.

Helligkeit von *Förster* 95.

Collimator, von *J. G. Repsold*, auf der Altoner Sternwarte befindlich.

Beschreibung und Untersuchung derselben von *H. C. Schumacher* 1.

Abbildung derselben 15.

Comet von 1556, über eine Schrift des *Paul Fabricius*, denselben betreffend, von *Köhler* 159.

Ueber *Joachim Haller's* aufgefunden Beobachtungen desselben, von *Littrow* 311.

Comet von 1556. Bemerkung, betreffend seine Arbeiten über die Bahn desselben von *Hind* 267.

Bahnbestimmung desselben von *Hoek* 329.

Bemerkungen zu einigen Beobachtungen des *Joachim Heller* von *Hoek* 329.

Wahrscheinlichste Elemente der Bahn von *Hoek* 333.

Berichtigung, die Vergleichung der Beobachtungen betreffend, von *Hoek* 383.

von 1840, von *Brenker* Oct. 26 entdeckt.

Beobachtungen desselben von *Schlüter*, mitgetheilt von *Wickmann* 236.

von 1843, von *Manvais* Mai 3 entdeckt.

Beobachtungen desselben von *Schlüter*, mitgetheilt von *Wickmann* 233.

(1846 III) Bahnbestimmung desselben von *v. Galea* 311.

Wahrscheinlichste Elemente 319.

Störungen von 1846—1851 — 321.

Elemente für 1851 — 325.

Elemente von 1851—1857 — 325.

(1855 I) beobachtet von *Hornstein* 327.

(1855 II) — — — 329.

(1855 III) — — — 329.

Bahnbestimmung desselben von *Hoek* 83.

Wahrscheinlichste parabolische Elemente 37.

elliptische — — — 37.

Bahnbestimmung desselben von *Schulze* 85.

Wahrscheinlichste parabolische Elemente 85.

Criacus. Beobachtungen auf der Sternwarte desselben. Mondsterne 171.

Sternbedeckungen 171.

Cygni. Beobachtet von *Argelander* 200.

Heis 39.

Schnefeld 209.

Bemerkungen über denselben von *Schmidt* 259.

D.

Dembowski, H., Haras in Nempel.

Messungen von Doppelsternen 675.

Beobachtung der Helligkeit *Regulus* vom Monde 1856.

Julii 22 — 203.

Dippe, M. C., Dr., in Schwerin.

Tafeln zur Reduction von Barometerbeobachtungen auf ein anderes Niveau und zur Bestimmung des Höhenunterschiedes aus Barometerbeobachtungen, mit Umkehrung und Erweiterung der Tafeln von *Gauss* 869.

Entwicklung der Formeln 369.

Tafeln 375.

Doctoren-Würden. Bemerkung, die Vortheile derselben betreffend 351.

Doppelsterne. Centauri. Ueber die Bahn desselben von *Capitan Jacob* 41, 43.

Doppelsterne. Messungen derselben von *Deubner* 57.

Peters 157.

Durchbiegung des Meridiankreises der Altoner Sternwarte.

Bestimmung derselben von *H. C. Schumacher* 1.

Beobachtungen hierzu 3.

Ableitung der Durchbiegung 15.

E.

- Egeria. Beobachtet von *Reihuber* 189.
R. Schumacher 111.
Strasser 189.
- Eigenbewegung der Sterne Lal. 8025 und Groombridge 1646.
 Ueber dieselbe von *Finneke* 61.
- Encke, J. F., Prof., Director der Berliner Sternwarte.
 Ueber die Opposition der Flora 1856 — 97.
 Mittheilung der von *Brünnow* angestellten Beobachtungen der Flora 97.
 Ueber die von *Brünnow* berechneten Floratafeln 97.
- Eunomia. Beobachtet von *Pape* 383.
- Euphrosyne. Beobachtet von *Reihuber* 187.
Strasser 187.
- Ephemeride derselben für die Opposition 1857 Mai 3 von *Finneke* 363.
- Heiligkeit derselben von *Finneke* 363.
- Euterpe. Bahnverbesserung von *Günther* 361.
 Verbesserte Elemente 364.

F.

- Fabricius, Paul. Bemerkung, dessen Schrift über den Cometen von 1556 betreffend, von *Köhler* 159.
 Ueber dessen Beobachtungen des Cometen von 1556 von *Littrow* 311.
- Ferguson, J., Astronom an der Sternwarte zu Washington.
 Beobachtung der Harmonia 287.
Leis 287.
Lacida 285.
- Flora. Beobachtet von *Brünnow* 97.
Reihuber 191.
Strasser 191.
- Tafeln von *Brünnow*, über dieselben von *Buche* 97.
- Förster, W., Dr., Assistent der Berliner Sternwarte.
 Beobachtung der Astraea 227. *Leis* 226.
Bellona 236. *Lacida* 225.
Circe 227. *Leda* 225.
Flora 227. *Metis* 225.
Harmonia 225.
- Vergleichung der Beobachtungen mit den Ephemeriden 232.
- Bemerkung zu den Beobachtungen 231.
- , betreffend die Nichtauffindung der Leucothea 232.
- Correction der Ephemeride der Circe 95.
- Heiligkeit der Circe 95.
- Elemente und Ephemeride der Thalia für die Opposition 1856 — 151.
- Elemente der Atlanta 152.
- Berichtigung zu Berliner Atlanta-Beobachtungen 152.
- Fortuna. Wiederauffindung derselben von *Pape* 269.
 Beobachtet von *Pape* 269, 383.

G.

- Galen, P. van, Dr., Lector der Mathematik in Rotterdam.
 Bahnbestimmung des Cometen (1846 III) 311.
 Wahrscheinlichste Elemente 319.
 Störungen von 1846 — 1854 — 321.
 Elemente für 1851 — 325.
 Elemente von 1851 — 1857 — 325.

- Gauss. Ueber eine Erweiterung und Umkehrung von dessen Tafeln zur Reduction der Barometerbeobachtungen auf ein anderes Niveau und zu Bestimmungen von Höhenunterschieden von *Dippe* 369.
- Geodätische Messungen. Ueber die Benutzung der electromagnetischen Telegraphen bei denselben von *Vichmann* 215.
- Gillies, Dr., Lieutenant, auf der Sternwarte zu Washington.
 Ertheilung der Doctor-Würde an denselben 351.
- Grauert, Dr., Prof. der Mathematik in Greifswald.
 Bemerkung über die schon von *George Lynn* vorgeschlagene Benutzung der Sternschnuppen zu Längenbestimmungen 95.
 Ueber dessen Abhandlung „de area trianguli loxodromici etc.“ 351.
- Günther, W., Observator der Sternwarte zu Breslau.
 Correction der Elemente und Ephemeride der Amphitrite 63.
 Verbesserung der Bahn der Euterpe 361.
 Verbesserte Elemente 364.

H.

- Hagen, O., Stud. in Königsberg.
 Beobachtungen zur Vergleichung von Uhren mittelst des electromagnetischen Telegraphen 218.
- Harmonia. Beobachtet von *Ferguson* 287.
Horstela 327.
- Ephemeride von *Pape* 45.
 Bahnbestimmung von *Powally* 281.
 Wahrscheinlichste Elemente 281.
 Ephemeride für die Opposition 1857 Sept. v. *Powally* 284.
- Heis, E., Dr., Professor der Astronomie in Münster.
 Ueber die Veränderlichen α Ceti und χ Cygni 39.
- Heller, Joachim, über dessen wieder aufgefundenen Beobachtungen des Cometen von 1556 von *Littrow* 811.
 Bemerkungen über dessen Beobachtungen von *Hock* 329.
- Heiligkeit der kleinen Planeten, abgeleitet von *Brünnow* 237.
- α Herculis. Beobachtung der Lichtänderung v. *Argelander* 193.
 Bemerkungen über diesen Veränderlichen v. *Argelander* 193.
- Hind, J. R., Superintendent des Nautical Almanac.
 Bemerkung, betreffend seine Arbeiten über den Cometen von 1556 — 267.
- Hock, M., Observator der Sternwarte zu Leiden.
 Bahnbestimmung des Cometen von 1556 — 329.
 Wahrscheinliche Bahn des Cometen 339.
 Ueber *Heller's* Beobachtungen dieses Cometen 329.
 Berichtigung, betreffend die Vergleichung der Beobachtungen dieses Cometen 383.
 Bahnbestimmung des Cometen (1855 III) 33.
 Wahrscheinlichste parabolische Elemente 37.
 „ „ elliptische „ 37.
- Höhenunterschiede. Tafeln zur Bestimmung derselben aus Barometerbeobachtungen von *Dippe* 369.
- Horstela, C., Dr., Adjunct an der Sternwarte zu Wien.
 Beobachtungen der Calliope 359. *Lacida* 325.
Harmonia 327. *Leda* 325.
Leis 327. *Thalia* 361.

- Peters, C. A. F. Dr., Director der Sternwarte zu Altona.**
 Beobachtung der Mondfinsternis 1856 Oct. 13 — 333.
 Messungen von Doppelsternen 157.
 Zusammenstellung derselben mit früheren 157.
 Ueber die Bestimmung des wahrscheinlichsten Fehlers einer Beobachtung aus den Abweichungen der Beobachtungen von ihrem arithmetischen Mittel 29.
 Bemerkung über den Einfluss von Erschütterungen auf die Beobachtung von Declinationen am Meridiankreise zu Altona 175.
 Mittheilung einer Bemerkung von Robinson über denselben Gegenstand 303.
- Petersen, A. C., Beobachtungen zur Bestimmung der Durchbiegung am Meridiankreise zu Altona 3, 9, 11.**
- Plaun, J., Director der Sternwarte zu Turin.**
 Ueber Tobias Mayer's Bestimmung der Coefficienten in den beiden Ungleichheiten der Mondbewegung, welche zum Argument haben $(2E - 2g + \epsilon m) \sin u$ u. $(2E - 2g - \epsilon m) \sin u$ 87.
 Sur l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune 91.
 Planeten, kleine, Verhollung der Beobachtungen derselben 155.
 Mittheilung, betreffend die Ueberrahme von Beobachtungen derselben von L'Arrest 109.
 Calandrelli 271.
 Klinkerfues 95.
 Morin 345.
 Reschauer 192.
- die Theilnahme der Wiener Sternwarte an diesen Beobachtungen von Littrow 341.
- Ueber die Helligkeit und Grösse derselben von Bruhns 237.
- Ueber die Bestimmung der Declinationen derselben am Ringmikrometer im Altonaer Mer.-Kr. von Pape 111.
- Pogson, N., erster Assistent der Sternwarte zu Oxford.**
 Beobachtung der Astraea 257. Lucilla 257.
 Iola 257. Psyche 257.
 Bemerkungen zu diesen Beobachtungen 257.
 Ueber dessen Bezeichnung der von ihm entdeckten Veränderungen 43.
- Pomona. Beobachtet von Reschauer 185.**
 Strasser 185.
- Poulsen. Beobachtungen zur Bestimmung der Durchbiegung des Altonaer Meridiankreises 12, 13.**
- Powalky, C., in Berlin.**
 Bahnbestimmung der Harmonia 281.
 wahrscheinlichste Elemente 281.
 Epheeride für die Opposition 1857 Sept. 284.
- Psyche. Beobachtet von Pogson 257.**

- Reschauer, A., Prof., Director der Sternwarte zu Krummhülsen.**
 Beobachtungen des Mars 189. — — — — — der Pallas 185.
 Saturn 185. — — — — — Thetis 191.
 der Egeria 189. — — — — — Urania 185.
 Euphrosyne 187. — — — — — Victoria 187.
 Flora 191. — — — — —
 der Beobachtung des Anstares vom Monde 1856 Jan. 16 — 191.
 Aug. 10 — 191.
- Ueber die Betheiligung der Sternwarte zu Krummhülsen an den Beobachtungen der kleinen Planeten 192.
- Ringmikrometer am Meridiankreise zu Altona. Ueber die Benutzung desselben zu den Beobachtungen der kleinen Planeten von Pape 111.**
- Robinson, Dr., Director der Sternwarte zu Armagh.**
 Bemerkung, betreffend die Einwirkung von Erschütterungen auf die Beobachtungen der Decl. am Meridiankreise zu Armagh, mitgetheilt von Peters 303.
- Rämker, C., Dr., Director der Hamburg'schen Sternwarte.**
 Ueber die Berechnung von Sonnenfinsternissen, mit specieller Anwendung auf die Sonnenfinst. 1851 Juli 28 — 289.
 Entwicklung der Formeln 289.
 Berechnung der Längen verschiedener Erdorte aus den Beobachtungen der Sonnenfinsternis 1851 Juli 28 — 297.
- S.**
- Satelliten. Untersuchung über die Bahnen derselben von Bessel 113.**
- Ableitung der Relationen zwischen den Elementen einer Satellitenbahn und den Pos. W. und Distanzen, in Bezug auf den Mittelpunct des Planeten 114.
- Ableitung der Formeln zwischen Pos. W. und Distanzen und deren Functionen 125.
- Ableitung der Elemente durch Näherungen bei Voraussetzung einer bekannten Umlaufzeit 134.
- Einfluss der Störungen auf die Bewegung des Satelliten 140.
- Ableitung der Elemente mit Berücksichtigung der Störungen 150.
- des Saturn. Beobachtung derselben von Sechi 377.
 Bemerkungen hierzu 381.
- Saturn. Beobachtungen derselben von Reschauer 185.**
 Strasser 185.
- Ueber dessen Ringe von Captain Jacob 42.
- Messungen desselben 44.
- Saturnussatelliten. Beobachtungen derselben von Sechi 377.**
 Schlüter. Dessen Beobachtungen, mitgetheilt von Pichmann zum Cometen, entdeckt von Bremker 1840 Oct. 26 — 236.
 Mauvais 1843 Mai 3 — 233.
- Schmidt, J. F. Julius, Astronom an der Sternwarte des Fürsten von Urkrechtberg in Olmütz.**
 Beobachtungen von Mondsternen 1856 Jan. 13 — Aug. 13 — 253.
 von Sternbedeckungen 333.
 der Bedeckung des Anstares März 26 1856 — 335.
 Aug. 10 1856 — 336.
 der Mondfinsternis 1856 Oct. 13 — 347.
- Bemerkungen über veränderliche Sterne 353.
- Algol 354.
- χ Cygni 263.

- Schönfeld, Dr., Observator der Sternwarte in Bonn. Beobachtungen von χ Cygni 200.
- Schulze, L. R., Stud. in Leipzig.
Bahnbestimmung des Cometen 1855 III 85.
Wahrsch. parabolische Elemente desselben 89.
- Schumacher, H. C. Ueber die Durchbiegung des Altonner Meridianskreises 1.
Ueber einen auf der Altonner Sternwarte befindlichen Collimator von Repsold 1.
Untersuchung des bei der Anwendung des Collimators benutzten Niveaus 3.
Beobachtungen zur Bestimmung der Durchbiegung 3.
Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen Altona und Lübeck durch Chronometer 207.
- Schumacher, R.
Beobachtungen des Uranus 63.
der Ceres 63.
Parthenope 63.
- Schwerin. Längenunterschied von Altona, abgeleitet von Pashen 269.
- α Scorpii (Antares). Bedeckung desselben vom Monde, beobachtet 1856 März 26 von Schmidt 335.
Juni 16 von Reschauer 191.
Strasser 191.
Aug. 10 von Reschauer 191.
Schmidt 336.
- Secchi, A., Director der Sternwarte des Collegio Romano in Rom.
Beobachtungen der Saturnsatelliten 377.
Bemerkungen hierzu 381.
- Smyth, Piazzi, Prof., Director der Sternwarte zu Edinburgh.
Mittheilung eines Briefes des Capitain Jacob 41.
- Sonnenfinsternisse. Ueber die Berechnung desselben von C. Rümker 289.
1856 Juli 28 angewandt zur Berechnung der Längen mehrerer Erdorte von C. Rümker 297.
- Sonnenflecken. Ueber die Periode derselben von Wolf 173.
- Stern Antares siehe α Scorpii.
Groombridge 1646, über die Eigenbewegung desselben von Finneke 61.
Lalande 8025, über die Eigenbew. dess. von Finneke 61.
Spica siehe α Virginis.
Veränderlicher Algol, Bemerk. über denselben v. Schmidt 354.
 γ Argus, über die Helligkeit desselben von Moesta 340.
RAquila, Bemerkungen über denselben von Argelander 203.
 δ Cephei, Bemerkungen über denselben von Argelander 195.
 ϵ Ceti, über denselben von Heis 39.
 χ Cygni, Beob. desselben v. Argelander 200.
Schönfeld 200.
Bemerkungen über denselben von Argelander 200.
Heis 39.
Schmidt 259.
 α Herculis, Beobachtung desselben von Argelander 193.

- Sternbedeckungen.
Beobachtet zu Cracau 1854 Nov. 24—1856 Juni 16—171.
Kremsmünster 1856 Juni 16 u. Aug. 10—191.
Olmütz 1856 Jan. 13—Aug. 10—333.
- Sterne im Parallel' des 'Moides' beobachtet zu Cracau 171.
Doppel- und dreifache siehe 'Doppelsterne'.
- Veränderliche, Bemerkungen über dieselben v. Schmidt 353.
Vergleichstern zu Mars beobachtet von Moesta 344.
Aus Bessel's Zonen zwischen $+15^{\circ}$ und $+46^{\circ}$, über die Reduction derselben von Weiss 174.
- Sternschuppen; zu Längenbestimmungen vorge schlagen von George Lynn. Bemerkung hierüber von Grunert 95.
- Strasser, S., Astronom in Kremsmünster.
Beobachtungen des Mars 189. der Pomona 185.
Saturn 185. Thetis 191.
der Egeria 189. Urania 185.
Ephrosyne 187. Victoria 187.
Flora 191.
der Bedeckung des Antares vom Monde 1856 Juni 16 — 191.

T.

- Tobolsk-laps. ellipt. von Lehmann 279.
laps hyperb. „ „ 82.
- Tafel zur Reduction der Barometerbeobachtungen auf ein anderes Niveau und zur Bestimmung von Höhenunterschieden aus denselben von Dippe 375.
- Telegraphen, electriche. Ueber die Benennung derselben zu Längenbestimmungen von Fickmann 215.
Versuche drüber 218.
- Thales, Dr. Ueber dessen Anwendung der elect. Telegraphen zu Längenbestimmungen von Fickmann 215.
- Thulin. Beobachtet von Hornestein 361.
Elemente und Ephemeride derselben für die Opposition 1857 von Förster 151.
- Thetis. Beobachtet von Reschauer 191.
Strasser 191.
- Tschermack, Stud. in Olmütz.
Beobachtungen von Sternbedeckungen 335.
- U.
- Urania. Beobachtet von Reschauer 185.
Strasser 185.
- Uranus. Beobachtet von R. Schumacher 63.
- V.
- Venus. Zenithdistanzen derselben, beobachtet von Moesta 341.
Verbesserungen zu den A. N. 18773 von Luther 239.
- Victoria. Beobachtet von Reschauer 187.
Strasser 187.
- α Virginis. Zenithdistanzen dieses Sterns, beob. von Moesta 341.
- W.
- Wahrscheinlicher Fehler einer Beobachtung. Bemerkung über die Ableitung desselben von Peters 29.

- Welsse, M., Dr., Prof., Director der Sternwarte zu Gießen.
Mittheilung meteorologischer Beobachtungen 171.
Beobachtungen von Sternbedeckungen 1854 Nov. 25—1856
Jan. 16 — 171.
von Sternen im Parallel des Mondes 171.
Ueber die vollendete Reduction der Sterne aus Bessel's
Zonen zwischen $+15^{\circ}$ und $+45^{\circ}$ — 172.
Wichmann, M., Dr., Observator der Königsberger Sternwarte.
Ueber die Benützung electrischer Telegraphen zur Längen-
bestimmung 215.
Versuche hierüber 216.
Mittheilung der Beobachtungen von Schläter von 2 Cometen
233.

Winnecke, A. Dr. in Bonn.

Ueber die Eigenbewegung von Lal. 8025 und Groombr. 1646
61.

Ephemeride für Euphrosyne für die Opposition 1857 — 363.
Beobachtung der Mondfinsternis 1856 Oct. 13 — 366.

Wolfers, J. Ph., Professor in Berlin.

Elemente und Ephemeride der Metis für die Opposition 1857
153.

Wolff, R., Dr., Prof. in Zürich.

Ueber die Periode der Sonnenflecken 173.